Álgebra de matrices
Taller : Matrices invertibles
Docentes: Vibiana Mosquera & Wilson Mutis
Mayo de 2020

1. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

   a) Compruebe que A es invertible y además $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{21}{10} & \frac{8}{5} & -\frac{1}{10} & -\frac{11}{10} \\ -\frac{13}{10} & \frac{4}{5} & -\frac{3}{10} & -\frac{3}{10} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

   b) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} w - x - y + z & = \sqrt{2} \\ 2w + y + 2z & = 0 \\ w - x + 4y & = \sqrt{3} \\ w + x + 7y + z & = \pi \end{cases} \qquad \begin{cases} -21w + 16x - y - 11z & = 0 \\ -13w + 8x - 3y - 3z & = 2 \\ 2w - 2x + 2y + 2z & = 1 \\ 20w - 10x + 10z & = 3 \end{cases}$$

   c) Sin realizar el proceso de eliminación gaussiana determine la inversa de las siguientes matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Determine la inversa de las matrices invertibles que hayan en la siguiente lista

   a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$ *b*) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

$$c)\ \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad e)\ \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$d)\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad f)\ \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Exprese como producto de matrices elementales cada una de las matrices invertibles del ejercicio anterior.

4. Determine los valores de la constante a para que las matrices siguientes sean invertibles

$$a)\ \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 2 \end{pmatrix} \qquad c)\ \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & a & a-2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$b)\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 2+a & 5 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad d)\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & a & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2-a & 1 \end{pmatrix}$$