

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»  
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники**



**Вариант №161  
Домашняя работа №3  
по дисциплине  
Дискретная математика**

Выполнил Студент группы Р3115  
**Владимир Мацюк**  
Преподаватель:  
**Поляков Владимир Иванович**

Санкт-Петербург  
2023г.

Исходная таблица соединений R:

v/v	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	3			4	4	4	4		3	4	
e2	3	0	1					4		2		
e3		1	0	5					3	1		
e4			5	0	1	4	1		4	5	4	
e5	4			1	0	1				3		
e6	4			4	1	0	2				4	
e7	4			1		2	0			4		1
e8	4	4						0	3	3		5
e9			3	4				3	0		5	
e10	3	2	1	5	3		4	3		0	2	
e11	4			4		4			8	2	0	4
e12							1	5			4	0

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e1 ко всем остальным вершинам

1.  $l(e1) = 0+; l(ei) = \infty, i \neq 1, p = e1$

v/v	e1
e1	0
e2	$\infty$
e3	$\infty$
e4	$\infty$
e5	$\infty$
e6	$\infty$
e7	$\infty$
e8	$\infty$
e9	$\infty$
e10	$\infty$
e11	$\infty$
e12	$\infty$

2. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma e1 = e2, e5, e6, e7, e8, e10, e11$

Временные пометки имеют вершины e2, e5, e6, e7, e8, e10, e11 - уточняем их

- $l(e2) = \min(\inf, 0 + 3) = 3$
- $l(e5) = \min(\inf, 0 + 4) = 4$
- $l(e6) = \min(\inf, 0 + 4) = 4$
- $l(e7) = \min(\inf, 0 + 4) = 4$
- $l(e8) = \min(\inf, 0 + 4) = 4$
- $l(e10) = \min(\inf, 0 + 3) = 3$
- $l(e11) = \min(\inf, 0 + 4) = 4$

3.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e2) = 3$

4. Вершина e2 получает постоянную пометку  $l(e2) = 3+, p = e2$

5.

v/v	1	2
e1	0	
e2	$\infty$	3+
e3	$\infty$	$\infty$
e4	$\infty$	$\infty$
e5	$\infty$	4
e6	$\infty$	4
e7	$\infty$	4
e8	$\infty$	4
e9	$\infty$	$\infty$
e10	$\infty$	3
e11	$\infty$	4
e12	$\infty$	$\infty$

6. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma e2 = e3, e8, e10$

Временные пометки имеют вершины e3, e8, e10 - уточняем их

- $l(e3) = \min(\inf, 3 + 1) = 4$
- $l(e8) = \min(4, 3 + 4) = 4$
- $l(e10) = \min(3, 3 + 2) = 3$

7.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e10) = 3$

8. Вершина e10 получает постоянную пометку  $l(e10) = 3+$ ,  $p = e10$

9.

v/v	1	2	3
e1	0		
e2	$\infty$	3+	
e3	$\infty$	$\infty$	4
e4	$\infty$	$\infty$	$\infty$
e5	$\infty$	4	4
e6	$\infty$	4	4
e7	$\infty$	4	4
e8	$\infty$	4	4
e9	$\infty$	$\infty$	$\infty$
e10	$\infty$	3	3+
e11	$\infty$	4	4
e12	$\infty$	$\infty$	$\infty$

10. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma e10 = e3, e4, e5, e7, e8, e11$

Временные пометки имеют вершины e3, e4, e5, e7, e8, e11 - уточняем их

- $l(e3) = \min(4, 3 + 1) = 4$
- $l(e4) = \min(\inf, 3 + 5) = 8$
- $l(e5) = \min(4, 3 + 3) = 4$
- $l(e7) = \min(4, 3 + 4) = 4$
- $l(e8) = \min(4, 3 + 3) = 4$
- $l(e11) = \min(4, 3 + 2) = 4$

11.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e3) = 4$

12. Вершина e3 получает постоянную пометку  $l(e3) = 4+$ ,  $p = e3$

13.

v/v	1	2	3	4
e1	0			
e2	$\infty$	3+		
e3	$\infty$	$\infty$	4	4+
e4	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8
e5	$\infty$	4	4	4
e6	$\infty$	4	4	4
e7	$\infty$	4	4	4
e8	$\infty$	4	4	4
e9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
e10	$\infty$	3	3+	
e11	$\infty$	4	4	4
e12	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

14. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma e3 = e4, e9$

Временные пометки имеют вершины e4, e9 - уточняем их

- $l(e4) = \min(8, 4 + 5) = 8$
- $l(e9) = \min(\inf, 4 + 3) = 7$

15.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e5) = 4$

16. Вершина e5 получает постоянную пометку  $l(e5) = 4+$ ,  $p = e5$

17.

v/v	1	2	3	4	5
e1	0				
e2	$\infty$	3+			
e3	$\infty$	$\infty$	4	4+	
e4	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8	8
e5	$\infty$	4	4	4	4+
e6	$\infty$	4	4	4	4
e7	$\infty$	4	4	4	4
e8	$\infty$	4	4	4	4
e9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7
e10	$\infty$	3	3+		
e11	$\infty$	4	4	4	4
e12	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

18. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma e5 = e4, e6$

Временные пометки имеют вершины e4, e6 - уточняем их

- $l(e4) = \min(8, 4 + 1) = 5$
- $l(e6) = \min(4, 4 + 1) = 4$

19.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e6) = 4$

20. Вершина e6 получает постоянную пометку  $l(e6) = 4+$ ,  $p = e6$

21.

v/v	1	2	3	4	5	6
e1	0					
e2	$\infty$	3+				
e3	$\infty$	$\infty$	4	4+		
e4	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8	8	5
e5	$\infty$	4	4	4	4+	
e6	$\infty$	4	4	4	4	4+
e7	$\infty$	4	4	4	4	4
e8	$\infty$	4	4	4	4	4
e9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7
e10	$\infty$	3	3+			
e11	$\infty$	4	4	4	4	4
e12	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

22. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma e6 = e4, e7, e11$

Временные пометки имеют вершины e4, e7, e11 - уточняем их

- $l(e4) = \min(5, 4 + 4) = 5$
- $l(e7) = \min(4, 4 + 2) = 4$
- $l(e11) = \min(4, 4 + 4) = 4$

23.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e7) = 4$

24. Вершина e7 получает постоянную пометку  $l(e7) = 4+$ ,  $p = e7$

25.

v/v	1	2	3	4	5	6	7
e1	0						
e2	$\infty$	3+					
e3	$\infty$	$\infty$	4	4+			
e4	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8	8	5	5
e5	$\infty$	4	4	4	4+		
e6	$\infty$	4	4	4	4	4+	
e7	$\infty$	4	4	4	4	4	4+
e8	$\infty$	4	4	4	4	4	4
e9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7
e10	$\infty$	3	3+				
e11	$\infty$	4	4	4	4	4	4
e12	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

26. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$\Gamma e7 = e4, e12$

Временные пометки имеют вершины e4, e12 - уточняем их

- $l(e4) = \min(5, 4 + 1) = 5$
- $l(e12) = \min(\inf, 4 + 1) = 5$

27.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e8) = 4$

28. Вершина e8 получает постоянную пометку  $l(e8) = 4+$ ,  $p = e8$

29.

v/v	1	2	3	4	5	6	7	8
e1	0							
e2	$\infty$	3+						
e3	$\infty$	$\infty$	4	4+				
e4	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8	8	5	5	5
e5	$\infty$	4	4	4	4+			
e6	$\infty$	4	4	4	4	4+		
e7	$\infty$	4	4	4	4	4	4+	
e8	$\infty$	4	4	4	4	4	4	4+
e9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7
e10	$\infty$	3	3+					
e11	$\infty$	4	4	4	4	4	4	4
e12	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5

30. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e8 = e9, e12$$

Временные пометки имеют вершины e9, e12 - уточняем их

- $l(e9) = \min(7, 4 + 3) = 7$
- $l(e12) = \min(5, 4 + 5) = 5$

31.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e11) = 4$

32. Вершина e11 получает постоянную пометку  $l(e11) = 4+$ ,  $p = e11$

33.

v/v	1	2	3	4	5	6	7	8	9
e1	0								
e2	$\infty$	3+							
e3	$\infty$	$\infty$	4	4+					
e4	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8	8	5	5	5	5
e5	$\infty$	4	4	4	4+				
e6	$\infty$	4	4	4	4	4+			
e7	$\infty$	4	4	4	4	4	4+		
e8	$\infty$	4	4	4	4	4	4	4+	
e9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7	7
e10	$\infty$	3	3+						
e11	$\infty$	4	4	4	4	4	4	4	4+
e12	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5

34. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e11 = e4, e9, e12$$

Временные пометки имеют вершины e4, e9, e12 - уточняем их

- $l(e4) = \min(5, 4 + 4) = 5$
- $l(e9) = \min(7, 4 + 8) = 7$
- $l(e12) = \min(5, 4 + 4) = 5$

35.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e4) = 5$

36. Вершина e4 получает постоянную пометку  $l(e4) = 5+$ ,  $p = e4$

37.

v/v	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e1	0									
e2	$\infty$	3+								
e3	$\infty$	$\infty$	4	4+						
e4	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8	8	5	5	5	5	5+
e5	$\infty$	4	4	4	4+					
e6	$\infty$	4	4	4	4	4+				
e7	$\infty$	4	4	4	4	4	4+			
e8	$\infty$	4	4	4	4	4	4	4+		
e9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7	7	7
e10	$\infty$	3	3+							
e11	$\infty$	4	4	4	4	4	4	4	4+	
e12	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5

38. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e4 = e9$$

Временные пометки имеют вершины e9 - уточняем их

$$\bullet l(e9) = \min(7, 5 + 4) = 7$$

39.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e12) = 5$

40. Вершина e12 получает постоянную пометку  $l(e12) = 5+$ ,  $p = e12$

41.

v/v	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e1	0										
e2	$\infty$	3+									
e3	$\infty$	$\infty$	4	4+							
e4	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8	8	5	5	5	5	5+	
e5	$\infty$	4	4	4	4+						
e6	$\infty$	4	4	4	4	4+					
e7	$\infty$	4	4	4	4	4	4+				
e8	$\infty$	4	4	4	4	4	4	4+			
e9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7	7	7	7
e10	$\infty$	3	3+								
e11	$\infty$	4	4	4	4	4	4	4	4+		
e12	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5+

42. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e12 =$$

43.  $I(ei+) = \min[I(ei)] = l(e9) = 7$

44. Вершина e9 получает постоянную пометку  $l(e9) = 7+$ ,  $p = e9$

45.

v/v	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e1	0											
e2	$\infty$	3+										
e3	$\infty$	$\infty$	4	4+								
e4	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8	8	5	5	5	5	5+		
e5	$\infty$	4	4	4	4+							
e6	$\infty$	4	4	4	4	4+						
e7	$\infty$	4	4	4	4	4	4+					
e8	$\infty$	4	4	4	4	4	4	4+				
e9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7	7	7	7	7+
e10	$\infty$	3	3+									
e11	$\infty$	4	4	4	4	4	4	4	4+			
e12	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5+	

Все метки постоянные, конец. Минимальные пути к вершинам равны их постоянным меткам.