

«Моделирование»

Лектор: **АЛИЕВ Тауфик Измайлович,**
доктор технических наук, профессор

**Национальный исследовательский университет ИТМО
(НИУ ИТМО)**

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

6. Системы с приоритетным обслуживанием

6. СИСТЕМЫ С ПРИОРИТЕТНЫМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ

1. Базовая модель с неоднородным потоком
2. Характеристики системы с ДО БП и ДО ОП
3. Характеристики системы с ОП в режиме перегрузки
4. Характеристики системы с АП
5. Дисциплины обслуживания со смешанными приоритетами (ДО СП)
6. GPSS-модель разомкнутой СеМО с неоднородным потоком и приоритетами

Литература

для самостоятельной подготовки

1. Алиев Т.И. Моделирование дискретных систем. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 363 с. **(раздел 4 «Аналитическое моделирование», параграф 4.3)**

https://books.ifmo.ru/book/445/osnovy_modelirovaniya_diskretnyh_sistem.htm

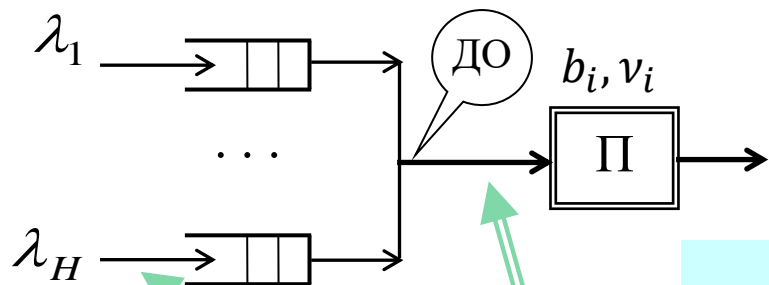
2. Алиев Т.И., Муравьева-Витковская Л.А., Соснин В.В. Моделирование: задачи, задания, тесты. Учебное пособие. - СПб.: НИУ ИТМО, 2011. – 197 с.

**(раздел 1 параграф 1.3 пункты 1.3.4 – 1.3.6; раздел 2 параграф 2.2 (задачи 2.14 – 2.21);
раздел 4 параграф 4.4)**

https://books.ifmo.ru/book/686/modelirovanie_zadachi_zadaniya_testy.htm

6. Системы с приоритетным обслуживанием

Базовая модель с неоднородным потоком заявок



Деление на классы:

- 1) разные длительности обслуживания;
- 2) разные приоритеты.

$$R = \sum_{i=1}^H \rho_i < 1$$

Дисциплины обслуживания (ДО):

БП, ОП, АП, СП, ...

Две группы характеристик обслуживания заявок:

- характеристики по каждому классу (поток) заявок: $y_i, \rho_i, l_i, m_i, w_i, u_i$ ($i = \overline{1, N}$);
- характеристики объединенного (суммарного) потока заявок:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^H \lambda_i; \quad Y = \sum_{i=1}^H y_i; \quad R = \sum_{i=1}^H \rho_i; \quad L = \sum_{i=1}^H l_i; \quad M = \sum_{i=1}^H m_i;$$

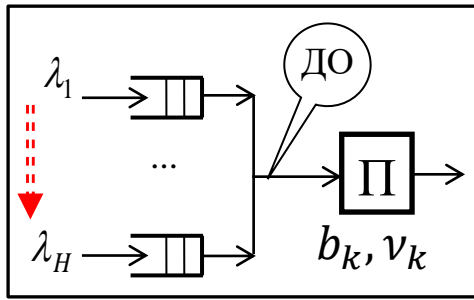
$$W = \sum_{i=1}^H \xi_i w_i;$$

$$U = \sum_{i=1}^H \xi_i u_i;$$

$\xi_i = \lambda_i / \Lambda \leq 1$ ($i = \overline{1, H}$) - вероятность того, что заявка принадлежит классу i

6. Системы с приоритетным обслуживанием

Характеристики системы с ДО БП и ДО ОП



$$w_k^{\text{БП}} = \frac{\sum_{i=1}^H \lambda_i b_i^2 (1 + v_i^2)}{2(1 - R)} \quad (k = 1, \dots, H)$$

$$R = \sum_{i=1}^H \rho_i = \sum_{i=1}^H \lambda_i b_i < 1$$

$$w_k^{\text{ОП}} = \frac{\sum_{i=1}^H \lambda_i b_i^2 (1 + v_i^2)}{2(1 - R_{k-1})(1 - R_k)} \quad (k = 1, \dots, H)$$

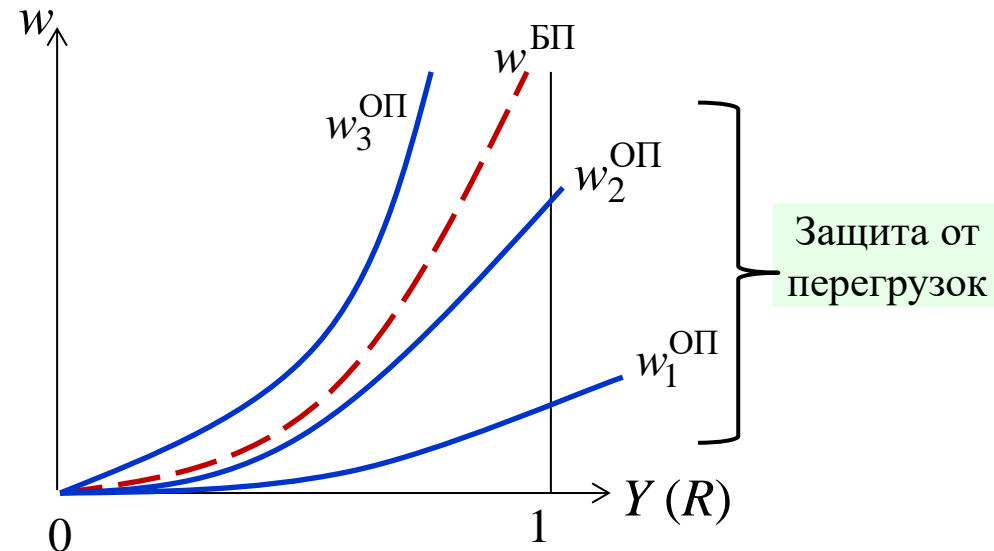
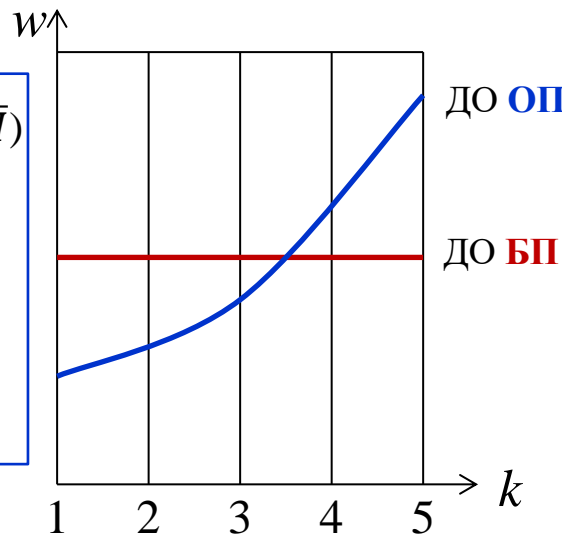
$$R_{k-1} = \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i; \quad R_k = \sum_{i=1}^k \rho_i \quad (R_0 = 0)$$

$$w_k^{\text{БП}} = w_k^{\text{ОП}} \quad (k = \overline{1, H})$$

$$w_1^{\text{ОП}} < w_1^{\text{БП}}$$

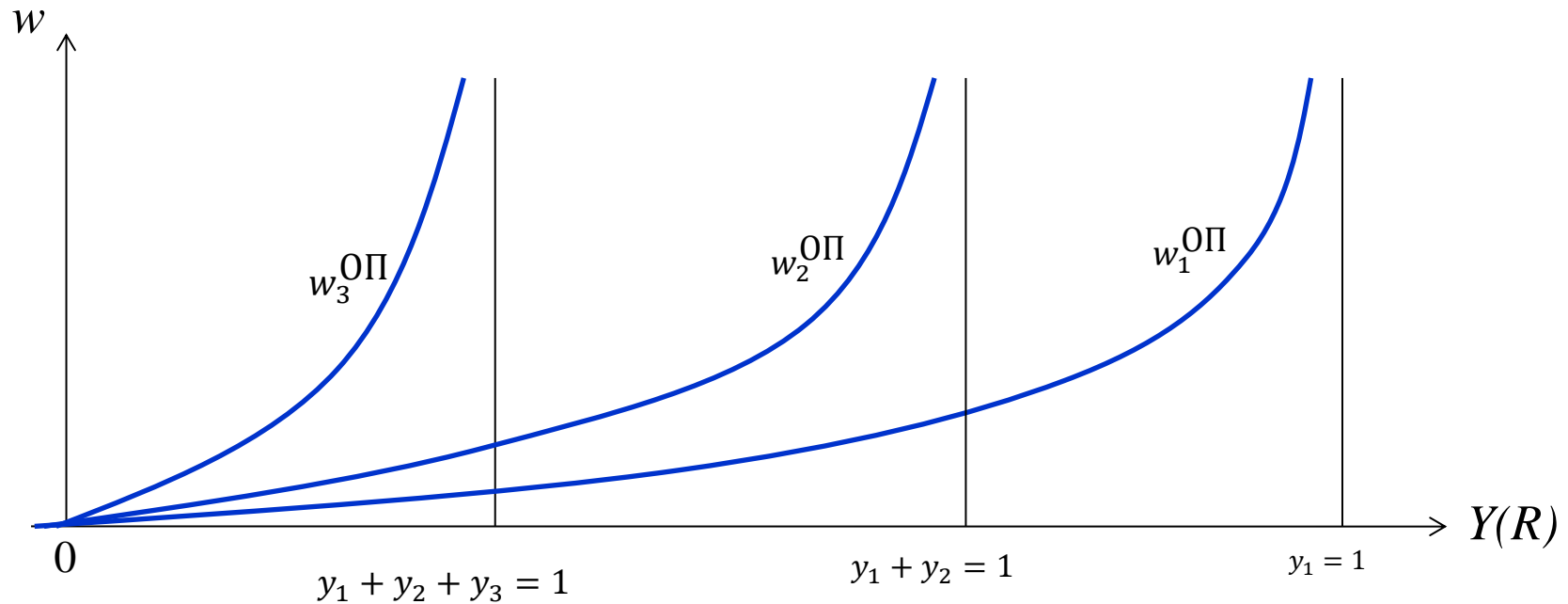
$$w_H^{\text{ОП}} > w_H^{\text{БП}}$$

$$w_1^{\text{ОП}} < w_2^{\text{ОП}} < \dots < w_H^{\text{ОП}}$$



6. Системы с приоритетным обслуживанием

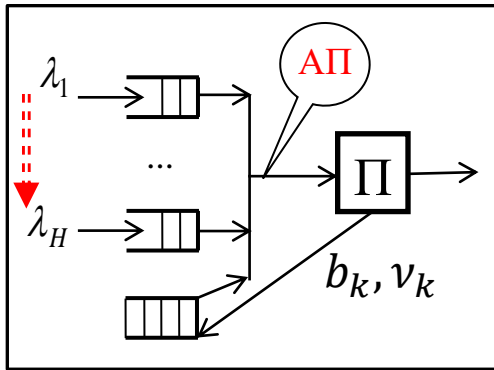
Характеристики системы с ОП в режиме перегрузки



$$Y = y_1 + y_2 + y_3 = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \lambda_3 b_3$$

6. Системы с приоритетным обслуживанием

Характеристики системы с АП



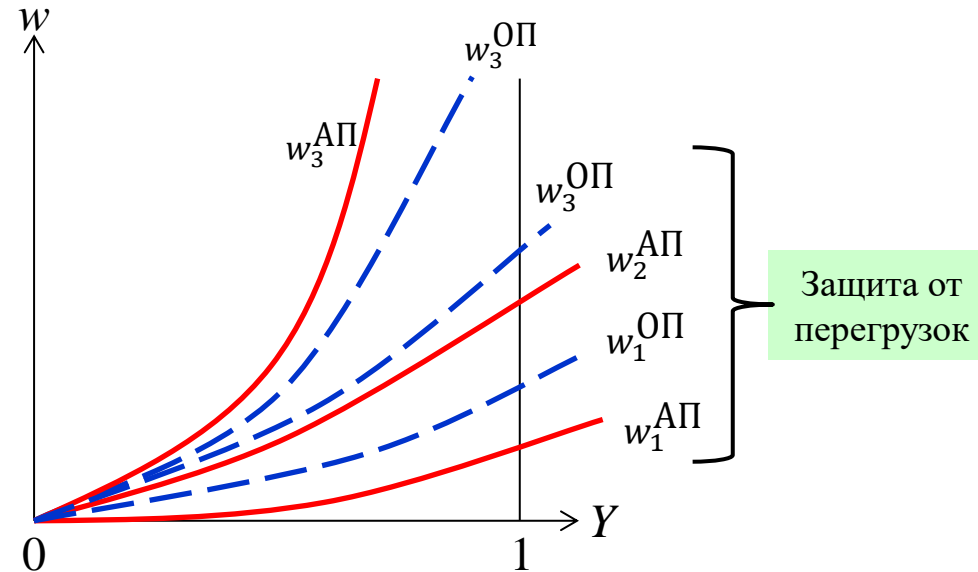
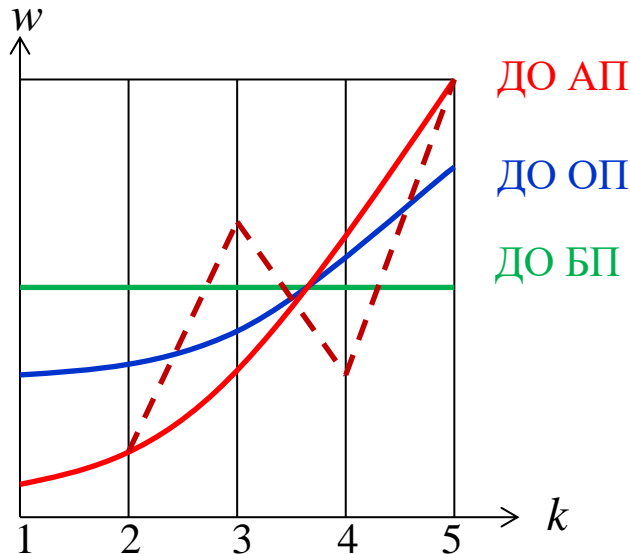
$$w_k^{\text{АП}} = \underbrace{\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i b_i^2 (1 + v_{b_i}^2)}{2(1 - R_{k-1})(1 - R_k)}}_{w_k^{\text{НО}}} + \underbrace{\frac{R_{k-1} b_k}{1 - R_{k-1}}}_{w_k^{\text{ПС}}} \quad (k = 1, \dots, H); \quad R_k = \sum_{i=1}^k \rho_i$$

$$\left. \begin{array}{l} w_k^{\text{НО}} < w_{k+1}^{\text{НО}} \\ + \quad w_k^{\text{ПС}} > w_{k+1}^{\text{ПС}} \end{array} \right\} \quad w_k^{\text{АП}} > w_{k+1}^{\text{АП}}$$

$$R = \sum_{i=1}^H \rho_i < 1$$

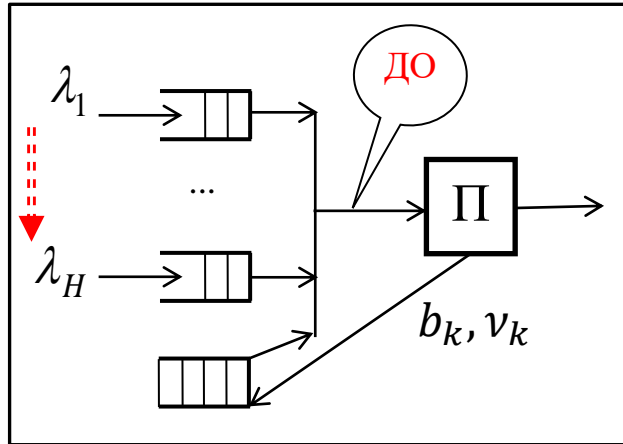
$$w_1^{\text{АП}} < w_1^{\text{ОП}}$$

$$w_H^{\text{АП}} > w_H^{\text{ОП}}$$



6. Системы с приоритетным обслуживанием

Закон сохранения времени ожидания



$$\sum_{i=1}^H \rho_i w_i = \text{Const} \quad \text{ДО}$$

$$R = \sum_{i=1}^H \rho_i < 1$$

- система без потерь;
- система не простаивает, если есть заявки;
- при прерывании – обслуживание по экспоненциальному закону;
- потоки заявок – простейшие, и длительности обслуживания не зависят от интенсивностей потоков заявок.

$$\text{Const} = C_w = w^{\text{БП}} \sum_{i=1}^H \rho_i = R w^{\text{БП}}$$



$$\sum_{i=1}^H \rho_i w_i = \frac{R \sum_{i=1}^H \lambda_i b_i^2 (1 + v_i^2)}{2(1 - R)}$$

Модификация закона сохранения:

$$\sum_{i=1}^H \rho_i u_i = \frac{R \sum_{i=1}^H \lambda_i b_i^2 (1 + v_i^2)}{2(1 - R)} + \sum_{i=1}^H \rho_i b_i$$

$$C_u = \text{Const}$$

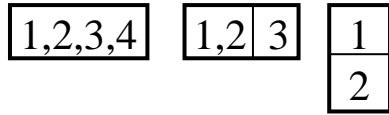
При $b_i = b = \text{const}$ для всех $i = \overline{1, H}$:

$$\sum_{i=1}^H \lambda_i w_i = L = \text{Const.} \quad \text{ДО}$$

6. Системы с приоритетным обслуживанием

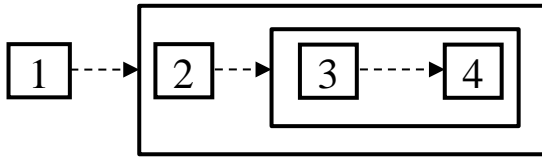
Дисциплины обслуживания со смешанными приоритетами (ДО СП)

БП



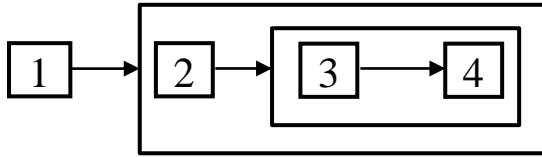
$$Q^{\text{БП}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ОП



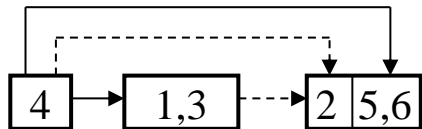
$$Q^{\text{ОП}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

АП



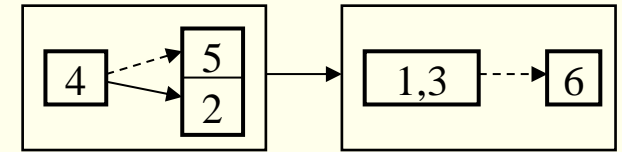
$$Q^{\text{АП}} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

СП₁



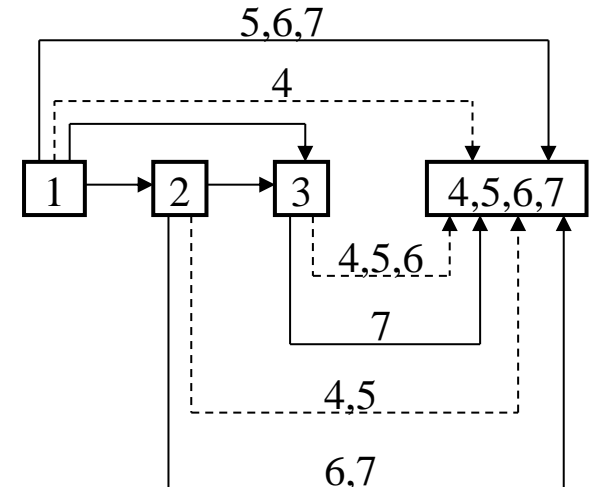
$$Q^{\text{СП}_1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

СП₂



$$Q^{\text{СП}_2} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

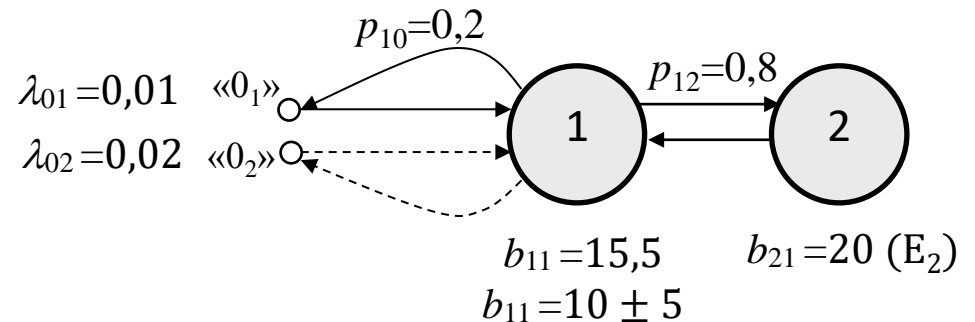
СП₃



6. Системы с приоритетным обслуживанием

GPSS-модель разомкнутой СеМО с неоднородным потоком и приоритетами

Met_1 GENERATE (Exponential(10,0,100))
 QUEUE Quz1_k1
 SEIZE Uzel_1
 DEPART QUz1_k1
 ADVANCE 15.5
 RELEASE Uzel_1
 TRANSFER .8,,Met_2
 TERMINATE 1



Met_2 SEIZE Uzel_2
 ADVANCE (Exponential(50,0,10)+Exponential(50,0,10))
 RELEASE Uzel_2
 TRANSFER ,Met_1

GENERATE (Exponential(10,0,50)),,,2
 QUEUE QUz1_k2
 PREEMPT **Uzel_1,PR,,25**
 DEPART QUz1_k2
 ADVANCE 10,5
 RETURN **Uzel_1**
 TERMINATE 1

PREEMPT A,[B],[C],[D],[E]

B=PR – приоритетный режим (АП)

[режим прерывания]

C – метка для прерв.транзакта [СБС]

D – номер параметра для $T_{до}$

E=RE – режим удаления

RETURN A

(Сотл.пр.; \longrightarrow Спр.; \longrightarrow Сзад.)

«Моделирование»

Лектор: **АЛИЕВ Тауфик Измайлович,**
доктор технических наук, профессор

**Национальный исследовательский университет ИТМО
(НИУ ИТМО)**

Факультет программной инженерии и компьютерной техники