

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники**



**Вариант №103
Курсовая работа часть №2
по дисциплине
Дискретная математика**

Выполнил Студент группы Р3115
Владимир Мацюк
Преподаватель:
Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург
2023г.

1 Вариант

Условия, при которых $f = 1$	$3 \leq x_4 1x_5 - x_1 x_2 x_3 < 6$
Условия, при которых $f = d$	$ x_4 1x_5 - x_1 x_2 x_3 = 0$

2 Задание

1. Составить таблицу истинности заданной булевой функции.

N	$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	$x_4 1x_5$	$(x_4 1x_5)_{10}$	$x_1 x_2 x_3$	$(x_1 x_2 x_3)_{10}$	$ x_4 1x_5 - x_1 x_2 x_3 $	f
0	00000	010	2	000	0	2	0
1	00001	011	3	000	0	3	1
2	00010	110	6	000	0	6	0
3	00011	111	7	000	0	7	0
4	00100	010	2	001	1	1	0
5	00101	011	3	001	1	2	0
6	00110	110	6	001	1	5	1
7	00111	111	7	001	1	6	0
8	01000	010	2	010	2	0	d
9	01001	011	3	010	2	1	0
10	01010	110	6	010	2	4	1
11	01011	111	7	010	2	5	1
12	01100	010	2	011	3	1	0
13	01101	011	3	011	3	0	d
14	01110	110	6	011	3	3	1
15	01111	111	7	011	3	4	1
16	10000	010	2	100	4	2	0
17	10001	011	3	100	4	1	0
18	10010	110	6	100	4	2	0
19	10011	111	7	100	4	3	1
20	10100	010	2	101	5	3	1
21	10101	011	3	101	5	2	0
22	10110	110	6	101	5	1	0
23	10111	111	7	101	5	2	0
24	11000	010	2	110	6	4	1
25	11001	011	3	110	6	3	1
26	11010	110	6	110	6	0	d
27	11011	111	7	110	6	1	0
28	11100	010	2	111	7	5	1
29	11101	011	3	111	7	4	1
30	11110	110	6	111	7	1	0
31	11111	111	7	111	7	0	d

2. Представить булеву функцию в аналитическом виде с помощью КДНФ и ККНФ.

- КДНФ: $(\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_4 \wedge x_5) \vee (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_4 \wedge x_5) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5)$
- ККНФ: $(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)$

3. Найти МДНФ и/или МКНФ методом Квайна – Мак-Класки.

№	K^0		№	K^1		№	K^2		№	$Z(f)$	
1	00001		1	0x110	2 – 7	1	x10x0	2 – 14	1	00001	
2	00110	✓	2	010x0	3 – 4	✓	2	01x1x	4 – 10	2	10011
3	01000	✓	3	x1000	3 – 11	✓	3	x11x1	8 – 18	3	0x110
4	01010	✓	4	0101x	4 – 5	✓	4	11x0x	13 – 17	4	1x100
5	01011	✓	5	01x10	4 – 7	✓				5	x10x0
6	01101	✓	6	x1010	4 – 13	✓				6	01x1x
7	01110	✓	7	01x11	5 – 8	✓				7	x11x1
8	1111	✓	8	011x1	6 – 8	✓				8	11x0x
9	10011		9	x1101	6 – 15	✓					
10	10100	✓	10	0111x	7 – 8	✓					
11	11000	✓	11	x1111	8 – 16	✓					
12	11001	✓	12	1x100	10 – 14						
13	11010	✓	13	1100x	11 – 12	✓					
14	11100	✓	14	110x0	11 – 13	✓					
15	11101	✓	15	11x00	11 – 14	✓					
16	11111	✓	16	11x01	12 – 15	✓					
			17	1110x	14 – 15	✓					
			18	111x1	15 – 16	✓					

Импликантная таблица:

Простые импликанты (максимальные кубы)	0-кубы											
	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
00001	(*)											
10011							(*)					
0x100		(*)			*							
1x100								(*)			*	
x10x0			*						*			
01x1x			*	(*)	*	*						
x11x1						*						*
11x0x									*	(*)	*	*

Ядро покрытия:

$$T = \left\{ \begin{array}{l} 00001 \\ 0x110 \\ 1x100 \\ 01x1x \\ 11x0x \\ 10011 \end{array} \right\}, \quad C_{min}(f) = \left\{ \begin{array}{l} 00001 \\ 0x110 \\ 1x100 \\ 01x1x \\ 11x0x \\ 10011 \end{array} \right\}$$

$$S_a = 24, \quad S_b = 30$$

$$f = (x_1 x_2 \bar{x}_4) \vee (\bar{x}_1 x_2 x_4) \vee (x_1 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5) \vee (\bar{x}_1 x_3 x_4 \bar{x}_5) \vee (x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 x_5) \vee (\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5)$$

4. Найти МДНФ и МКНФ на картах Карно.

$x_1x_2 \backslash x_3x_4x_5$	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	1	0	0	1	0	0	0
01	d	0	1	1	1	1	d	0
11	1	1	0	d	0	d	1	1
10	0	0	1	0	0	0	0	1

Минимизированная ДНФ:

$$f = (x_1x_2\bar{x}_4) \vee (\bar{x}_1x_2x_4) \vee (x_1x_3\bar{x}_4\bar{x}_5) \vee (\bar{x}_1x_3x_4\bar{x}_5) \vee (x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4x_5) \vee (\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5)$$

$$S_a = 24, S_b = 30$$

Минимизированная КНФ:

$$f = (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_4) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4) \wedge (x_1 \vee x_3 \vee x_4)$$

$$S_a = 23, S_b = 30$$

5. Преобразовать МДНФ и МКНФ к форме, обеспечивающей минимум цены схемы.

- Факторное преобразование для МДНФ:

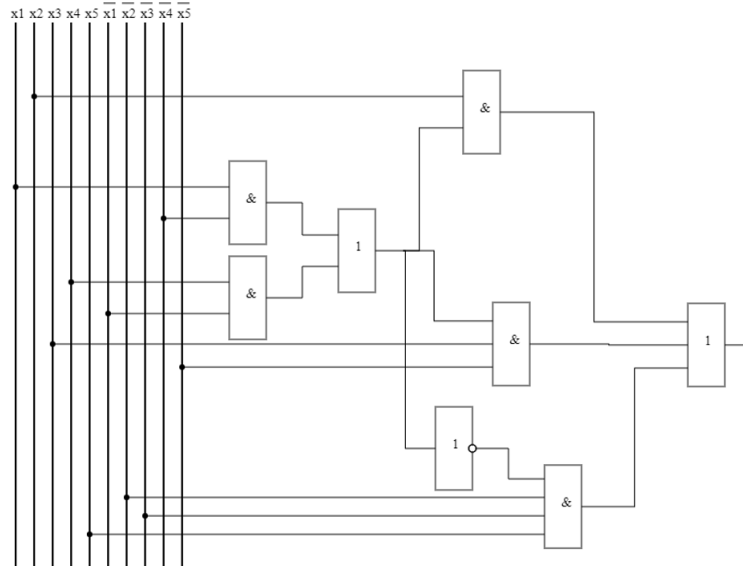
$$\begin{aligned} & (x_1x_2\bar{x}_4) \vee (\bar{x}_1x_2x_4) \vee (x_1x_3\bar{x}_4\bar{x}_5) \vee (\bar{x}_1x_3x_4\bar{x}_5) \vee (x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4x_5) \vee (\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5) = \\ & = (x_2(x_1\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_4)) \vee (x_3\bar{x}_5(x_1\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_4)) \vee (\bar{x}_2\bar{x}_3x_5(x_1x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_4)) \\ & \quad \varphi = x_1\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_4 \\ & \quad (x_2\varphi) \vee (x_3\bar{x}_5\varphi) \vee (\bar{x}_2\bar{x}_3x_5\neg\varphi) \\ & \quad S_Q^F = 13, S_Q^\varphi = 7 \end{aligned}$$

- Факторное преобразование для МКНФ:

$$\begin{aligned} & (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_4) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4) \wedge (x_1 \vee x_3 \vee x_4) = \\ & = (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_2 \vee x_5 \vee ((\bar{x}_1 \vee x_4) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_4))) \wedge (x_2 \vee ((x_1 \vee x_4) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4))) \wedge (x_3 \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4) \wedge (x_1 \vee x_4)) \\ & \quad \varphi = (x_1 \vee x_4) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4) \\ & = (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_5) \wedge (\bar{x}_2 \vee x_5 \vee \neg\varphi) \wedge (x_2 \vee \varphi) \wedge (x_3 \vee \varphi) = \\ & \quad S_Q^F = 15, S_Q^\varphi = 7 \end{aligned}$$

6. По полученной форме построить комбинационную схему в булевом базисе. Определить задержку схемы.

$$S_Q = 20, \tau = 5t$$



7. Построить схемы с минимальной ценой в универсальных базисах и сокращенных булевых базисах. Определить задержку каждой из схем. Синтез комбинационных схем в универсальных базисах
Базис (И-НЕ)

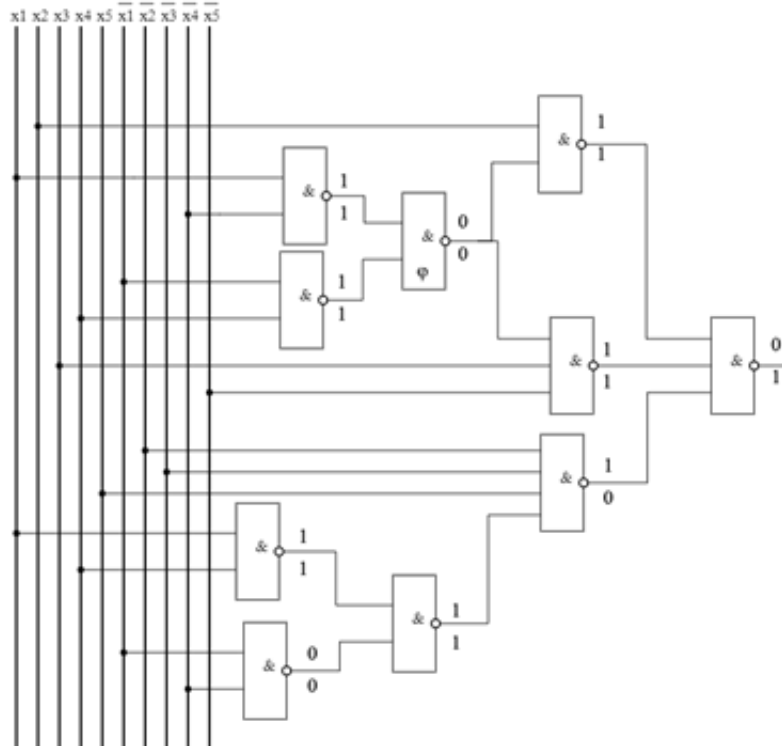
$$\begin{aligned}\varphi &= x_1 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_4 = \neg \neg (x_1 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_4) = \neg (\neg (x_1 \wedge \bar{x}_4) \wedge \neg (\bar{x}_1 \wedge x_4)) = \\ &= (x_1 | \bar{x}_4) | (\bar{x}_1 | x_4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f &= (x_2 \varphi) \vee (x_3 \bar{x}_5 \varphi) \vee (\bar{x}_2 \bar{x}_3 x_5 (x_1 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_4)) = \\ &= (x_2 | \varphi) | (x_3 | \bar{x}_5 | \varphi) | (\bar{x}_2 | \bar{x}_3 | x_5 | ((x_1 | x_4) | (\bar{x}_1 | \bar{x}_4)))\end{aligned}$$

$$S_Q = 25, \tau = 4t$$

Проверка на наборах:

00000	0
00001	1



8. Построить схему в базисе Жегалкина. Определить цену и задержку.

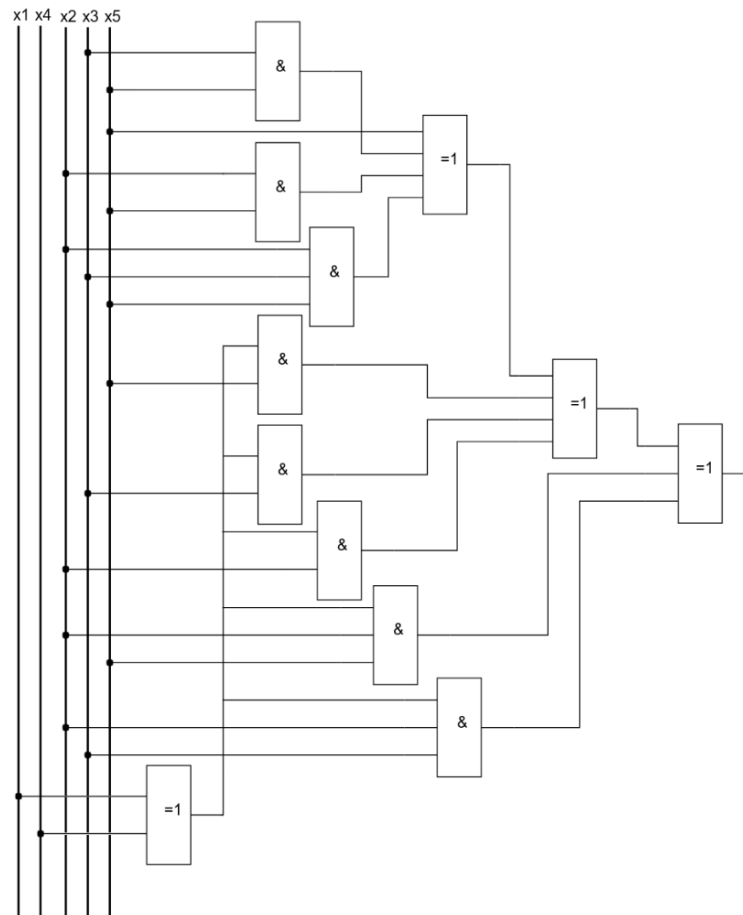
$$\varphi = x_1 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_4$$

$$\varphi = x_1 \oplus x_4$$

$$f = (x_2 \varphi) \vee (x_3 \bar{x}_5 \varphi) \vee (\bar{x}_2 \bar{x}_3 x_5 \neg \varphi)$$

$$f = x_5 \oplus x_3 x_5 \oplus x_2 x_5 \oplus x_2 x_3 x_5 \oplus \varphi x_5 \oplus \varphi x_3 \oplus \varphi x_2 \oplus \varphi x_2 x_5 \oplus \varphi x_2 x_3$$

$$S_Q = 33, \tau = 4$$

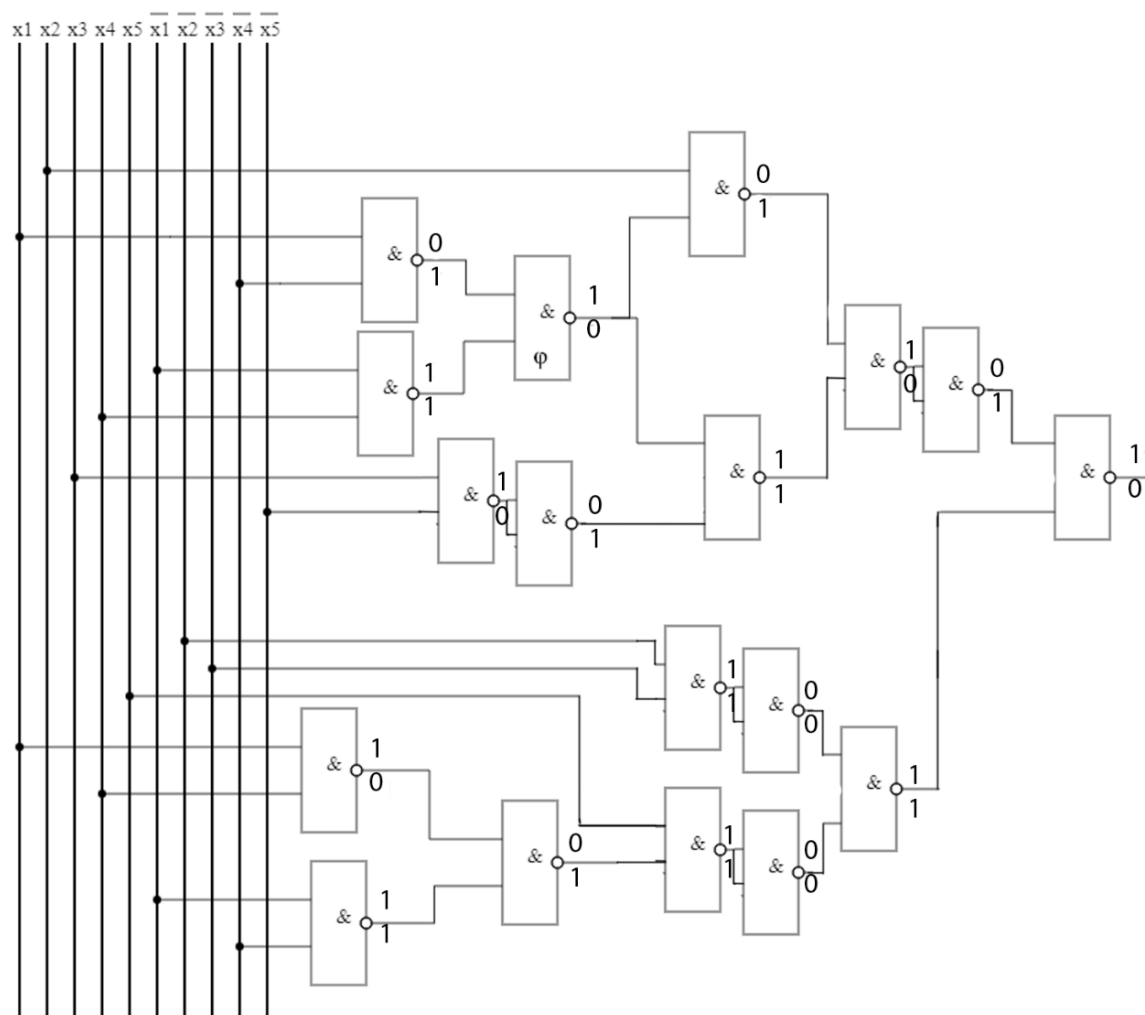


9. Построить схему в универсальном базисе с учетом заданного коэффициента объединения по входам. Определить цену и задержку схемы.

$$S_Q = 38, \tau = 6$$

Проверка на наборах:

11101	1
11110	0



10. Выполнить анализ построенных схем, определив их реакцию на заданные комбинации входных сигналов.