

# «Моделирование»

**Преподаватель:** АЛИЕВ Тауфик Измайлович,  
*доктор технических наук, профессор*

---

**Национальный исследовательский университет ИТМО  
(НИУ ИТМО)**

*Факультет программной инженерии и  
компьютерной техники*

## 4. АНАЛИЗ СВОЙСТВ БАЗОВЫХ МОДЕЛЕЙ (СМО)

1. Основные характеристики базовых моделей с однородным потоком заявок и накопителем неограниченной емкости
2. Задача
3. Многоканальные системы с однородным потоком заявок

# Литература

## для самостоятельной подготовки

1. Алиев Т.И. Моделирование дискретных систем. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 363 с. *(раздел 4 «Аналитическое моделирование», параграфы 4.1 – 4.2)*

[https://books.ifmo.ru/book/445/osnovy\\_modelirovaniya\\_diskretnyh\\_sistem.htm](https://books.ifmo.ru/book/445/osnovy_modelirovaniya_diskretnyh_sistem.htm)

2. Алиев Т.И., Муравьева-Витковская Л.А., Соснин В.В. Моделирование: задачи, задания, тесты. Учебное пособие. - СПб.: НИУ ИТМО, 2011. – 197 с.

*(раздел 1 параграф 1.3 пункты 1.3.1 – 1.3.3; раздел 2 параграф 2.2; раздел 4 параграф 4.4)*

[https://books.ifmo.ru/book/686/modelirovanie\\_zadachi\\_zadaniya\\_testy.htm](https://books.ifmo.ru/book/686/modelirovanie_zadachi_zadaniya_testy.htm)

## 4. Анализ свойств базовых моделей (СМО)

### Основные характеристики базовых моделей с однородным потоком заявок и накопителем неограниченной емкости

1) нагрузка

$$y = \lambda / \mu = \lambda b$$

$$(y > 0)$$

2) загрузка

$$\rho = \min(y / N; 1)$$

$$(0 \leq \rho \leq 1)$$

3) коэффициент простоя

$$\eta = 1 - \rho$$

4) среднее время ожидания

$$w = ?$$

5) среднее время пребывания

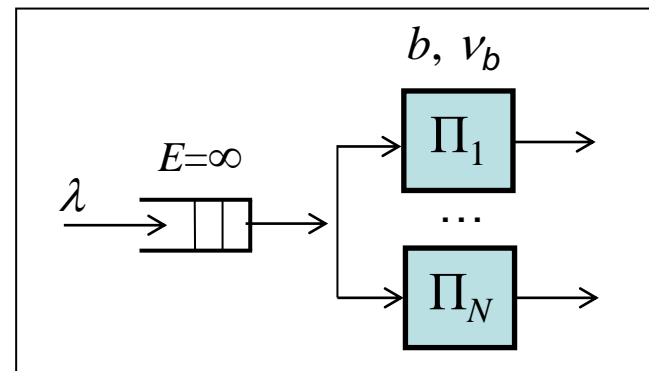
$$u = w + b$$

6) средняя длина очереди

$$l = \lambda w$$

7) среднее число заявок в системе

$$m = \lambda u$$



M/M/1

$$w = \frac{\rho b}{1 - \rho}$$

$$u = w + b = \frac{b}{1 - \rho}$$

M/G/1

$$w = \frac{\lambda b^2 (1 + \nu_b^2)}{2(1 - \rho)}$$

Условие отсутствия перегрузок в системе:  $\rho < 1$

или  $y < N$  (при  $N=1$ :  $\lambda < \mu$ )

# Задача

Штат – 100 сотрудников

Запросы к серверу от сотрудника - 6 запросов /час

Ср. время обработки запроса – 5 секунд

1.  $6 \cdot 100 = 600$  запросов /час или  $600/3600 = \frac{1}{6} \text{ с}^{-1}$ ; ср. интервал:  $3600/600 = 6 \text{ с}$   
Ср. время обработки запроса ( $5\text{с}$ ) < ср. интервала ( $6\text{с}$ )  $\rightarrow$  ср. время ответа: **5 с**

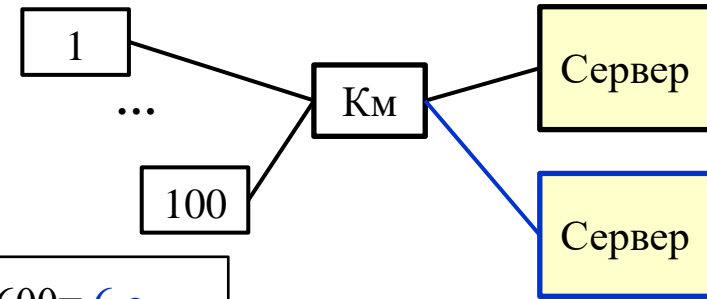
2. Процессы случайные, тогда ср. время ответа:  $u = \frac{b}{1 - \rho} = \frac{5}{1 - \frac{5}{6}} = 30 \text{ с}$

Тогда потери рабочего времени:  $0,5 \text{ м} \cdot 6 = 3$  минут за час  $\cdot 8 = 24$  минут за рабочий день

3. К-т вариации времени обработки = 2, тогда ср. время ответа:

$$u = \frac{\rho b(1 + v^2)}{2(1 - \rho)} + b = \frac{\frac{5}{6} \cdot 5 \cdot 5}{2(1 - \frac{5}{6})} = 67,5 \text{ с} = 1,125 \text{ м}$$

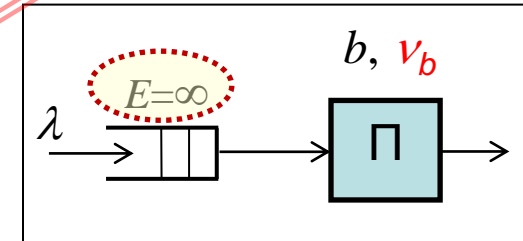
Тогда потери рабочего времени:  $1,125 \text{ м} \cdot 6 = 6,75$  минут за час  $\cdot 8 = 54$  минут за рабочий день.  
А если ещё и поток запросов более жесткий?



D/D/1

M/M/1

M/G<sub>2</sub>/1



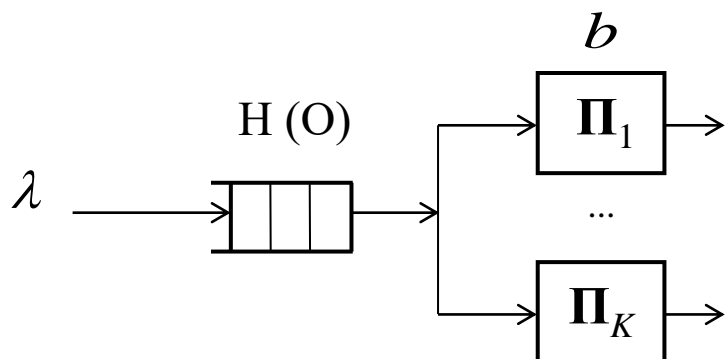
Имитационное моделирование

G<sub>2</sub>/G<sub>2</sub>/1 = ?

«Моделирование»

## 4. Анализ свойств базовых моделей

### Многоканальные системы с однородным потоком заявок (М/М/К)



$$w = \frac{Pb}{K(1-\rho)}$$

$$P = \frac{(K\rho)^K}{K!(1-\rho)} P_0$$

$$\rho = \frac{\lambda b}{K} < 1$$

$$P_0 = \left[ \frac{(K\rho)^K}{K!(1-\rho)} + \sum_{i=0}^{K-1} \frac{(K\rho)^i}{i!} \right]^{-1}$$

$$y = \lambda/\mu < K$$

