第一章 科学计算与Matlab

同济大学数学系计算数学教研室

2010年2月

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现
  1. 利用现代计算机辅助，解决实际问题

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现
  1. 利用现代计算机辅助，解决实际问题
  2. 计算的挑战：基因测序、全球天气模拟

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现
  1. 利用现代计算机辅助，解决实际问题
  2. 计算的挑战：基因测序、全球天气模拟
- 科学计算问题的主要步骤

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现
  1. 利用现代计算机辅助，解决实际问题
  2. 计算的挑战：基因测序、全球天气模拟
- 科学计算问题的主要步骤
  1. 数学建模

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现
  1. 利用现代计算机辅助，解决实际问题
  2. 计算的挑战：基因测序、全球天气模拟
- 科学计算问题的主要步骤
  1. 数学建模
  2. 数值算法

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现
  1. 利用现代计算机辅助，解决实际问题
  2. 计算的挑战：基因测序、全球天气模拟
- 科学计算问题的主要步骤
  1. 数学建模
  2. 数值算法
  3. 评价

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现
  1. 利用现代计算机辅助，解决实际问题
  2. 计算的挑战：基因测序、全球天气模拟
- 科学计算问题的主要步骤
  1. 数学建模
  2. 数值算法
  3. 评价
- 科学计算软件

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现
  1. 利用现代计算机辅助，解决实际问题
  2. 计算的挑战：基因测序、全球天气模拟
- 科学计算问题的主要步骤
  1. 数学建模
  2. 数值算法
  3. 评价
- 科学计算软件
  1. Matlab, `http://www.mathworks.com`

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现
  1. 利用现代计算机辅助，解决实际问题
  2. 计算的挑战：基因测序、全球天气模拟
- 科学计算问题的主要步骤
  1. 数学建模
  2. 数值算法
  3. 评价
- 科学计算软件
  1. Matlab, `http://www.mathworks.com`
  2. Mathematica, `http://www.wolfram.com`

科学计算与Matlab

- 科学计算的出现
  1. 利用现代计算机辅助，解决实际问题
  2. 计算的挑战：基因测序、全球天气模拟
- 科学计算问题的主要步骤
  1. 数学建模
  2. 数值算法
  3. 评价
- 科学计算软件
  1. Matlab, `http://www.mathworks.com`
  2. Mathematica, `http://www.wolfram.com`
  3. Maple, `http://www.maplesoft.com`

误差的来源

- 实际问题

误差的来源

- 实际问题
- 数学问题

误差的来源

- 实际问题
- 数学问题(模型误差)

误差的来源

- 实际问题
- 数学问题(模型误差)
- 计算问题

误差的来源

- 实际问题
- 数学问题(模型误差)
- 计算问题(截断误差、观测误差)

误差的来源

- 实际问题
- 数学问题(模型误差)
- 计算问题(截断误差、观测误差)
- 结果

误差的来源

- 实际问题
- 数学问题(模型误差)
- 计算问题(截断误差、观测误差)
- 结果(舍入误差)

误差度量

设有真值x, 及近似值$\bar{x}$, 称$\Delta x = x - \bar{x}$为该近似值的绝对误差。

误差度量

设有真值x, 及近似值$\bar{x}$, 称$\Delta x = x - \bar{x}$为该近似值的绝对误差。

$|\delta x| = |x - \bar{x}| \leqslant \varepsilon$, ε称为绝对误差限。

误差度量

设有真值x, 及近似值$\bar{x}$, 称$\Delta x = x - \bar{x}$为该近似值的绝对误差。

$|\delta x| = |x - \bar{x}| \leqslant \varepsilon$, ε称为绝对误差限。

$\delta x = \frac{\Delta x}{x}$(若$x \neq 0$)称为相对误差。

误差度量

设有真值x, 及近似值$\bar{x}$, 称$\Delta x = x - \bar{x}$为该近似值的绝对误差。

$|\delta x| = |x - \bar{x}| \leqslant \varepsilon$, ε称为绝对误差限。

$\delta x = \frac{\Delta x}{x}$(若$x \neq 0$)称为相对误差。

$|\delta x| \leqslant \varepsilon_r$称为相对误差限。

误差度量

设有真值x, 及近似值$\bar{x}$, 称$\Delta x = x - \bar{x}$为该近似值的绝对误差。

$|\delta x| = |x - \bar{x}| \leqslant \varepsilon$, ε称为绝对误差限。

$\delta x = \frac{\Delta x}{x}$(若$x \neq 0$)称为相对误差。

$|\delta x| \leqslant \varepsilon_r$称为相对误差限。

由于真值难以求出，通常也使用$\delta x = \frac{\Delta x}{\bar{x}}$(若$\bar{x} \neq 0$)。

误差度量

设有真值x, 及近似值$\bar{x}$, 称$\Delta x = x - \bar{x}$为该近似值的绝对误差。

$|\delta x| = |x - \bar{x}| \leqslant \varepsilon$, ε称为绝对误差限。

$\delta x = \frac{\Delta x}{x}$(若$x \neq 0$)称为相对误差。

$|\delta x| \leqslant \varepsilon_r$称为相对误差限。

由于真值难以求出，通常也使用$\delta x = \frac{\Delta x}{\bar{x}}$(若$\bar{x} \neq 0$)。

后者更加合理。

有效数字

十进制数的标准形式(其中$x_1 \neq 0$),

$$x = \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots x_n x_{n+1} \cdots ,$$

四舍五入保留n位:

有效数字

十进制数的标准形式(其中$x_1 \neq 0$),

$$x = \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots x_n x_{n+1} \cdots ,$$

四舍五入保留n位:

$$\bar{x} = \begin{cases} \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots x_n, & x_{n+1} \leqslant 4, \\ \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots (x_n + 1), & x_{n+1} \geqslant 5, \end{cases}$$

有效数字

十进制数的标准形式(其中$x_1 \neq 0$),

$$x = \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots x_n x_{n+1} \cdots ,$$

四舍五入保留n位:

$$\bar{x} = \begin{cases} \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots x_n, & x_{n+1} \leqslant 4, \\ \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots (x_n + 1), & x_{n+1} \geqslant 5, \end{cases}$$

因此有误差限$|x - \bar{x}| \leqslant \frac{1}{2} \times 10^{m-n}$.

有效数字

十进制数的标准形式(其中$x_1 \neq 0$),

$$x = \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots x_n x_{n+1} \cdots ,$$

四舍五入保留n位:

$$\bar{x} = \begin{cases} \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots x_n, & x_{n+1} \leqslant 4, \\ \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots (x_n + 1), & x_{n+1} \geqslant 5, \end{cases}$$

因此有误差限$|x - \bar{x}| \leqslant \frac{1}{2} \times 10^{m-n}$.

$x_1, \cdots, x_n$或$x_n + 1$称为有效数字，$\bar{x}$称为有效数。

有效数字

十进制数的标准形式(其中$x_1 \neq 0$),

$$x = \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots x_n x_{n+1} \cdots ,$$

四舍五入保留n位:

$$\bar{x} = \begin{cases} \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots x_n, & x_{n+1} \leqslant 4, \\ \pm 10^m \times 0.x_1 x_2 \cdots (x_n + 1), & x_{n+1} \geqslant 5, \end{cases}$$

因此有误差限$|x - \bar{x}| \leqslant \frac{1}{2} \times 10^{m-n}$.

$x_1, \cdots, x_n$或$x_n + 1$称为有效数字，$\bar{x}$称为有效数。

问题: 有效数字和相对误差界有什么关系?

计算机的浮点数系

二进制的浮点数, 1位符号, 23位尾数, 8位阶数(本身也有符号)

计算机的浮点数系

二进制的浮点数, 1位符号, 23位尾数, 8位阶数(本身也有符号)

$$a = \pm 2^p \times (0.\alpha_1\alpha_2\alpha_3\cdots\alpha_{23})_2, \quad |p| \leqslant 2^7 - 1, \alpha_i \in \{0, 1\}.$$

计算机的浮点数系

二进制的浮点数，1位符号，23位尾数，8位阶数(本身也有符号)

$$a = \pm 2^p \times (0.\alpha_1\alpha_2\alpha_3\cdots\alpha_{23})_2, \quad |p| \leqslant 2^7 - 1, \alpha_i \in \{0,1\}.$$

机器所能表示的数中，离a最近的是$c = a - 2^{p-23}$和$b = a + 2^{p-23}$.

计算机的浮点数系

二进制的浮点数，1位符号，23位尾数，8位阶数(本身也有符号)

$$a = \pm 2^p \times (0.\alpha_1\alpha_2\alpha_3\cdots\alpha_{23})_2, \quad |p| \leqslant 2^7 - 1, \alpha_i \in \{0,1\}.$$

机器所能表示的数中，离a最近的是$c = a - 2^{p-23}$和$b = a + 2^{p-23}$.

因此若$x \in \left[\frac{c+a}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$，则$x$在机器中记为$a$，$fl(x) = a$.

计算机的浮点数系

二进制的浮点数，1位符号，23位尾数，8位阶数(本身也有符号)

$$a = \pm 2^p \times (0.\alpha_1\alpha_2\alpha_3\cdots\alpha_{23})_2, \quad |p| \leqslant 2^7 - 1, \alpha_i \in \{0, 1\}.$$

机器所能表示的数中，离a最近的是$c = a - 2^{p-23}$和$b = a + 2^{p-23}$.

因此若$x \in \left[\frac{c+a}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$，则$x$在机器中记为$a$，$fl(x) = a$.

相对误差限

$$\varepsilon_r = \left|\frac{x - fl(x)}{fl(x)}\right| \leqslant \frac{2^{p-1-23}}{2^{p-1}} \approx 10^{-6.9}.$$

计算机的浮点数系

二进制的浮点数，1位符号，23位尾数，8位阶数(本身也有符号)

$$a = \pm 2^p \times (0.\alpha_1\alpha_2\alpha_3\cdots\alpha_{23})_2, \quad |p| \leqslant 2^7 - 1, \alpha_i \in \{0,1\}.$$

机器所能表示的数中，离a最近的是$c = a - 2^{p-23}$和$b = a + 2^{p-23}$.

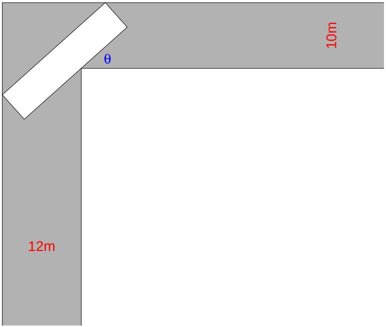
因此若$x \in \left[\frac{c+a}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$，则$x$在机器中记为$a$，$fl(x) = a$.

相对误差限

$$\varepsilon_r = \left|\frac{x - fl(x)}{fl(x)}\right| \leqslant \frac{2^{p-1-23}}{2^{p-1}} \approx 10^{-6.9}.$$

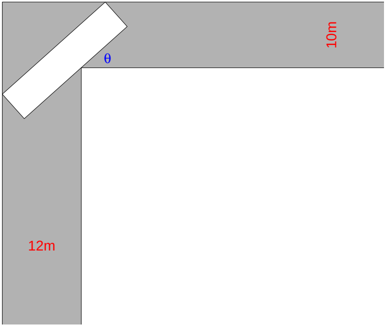
最大数、最小数、上溢、下溢

一个实例



河渠的图形

一个实例

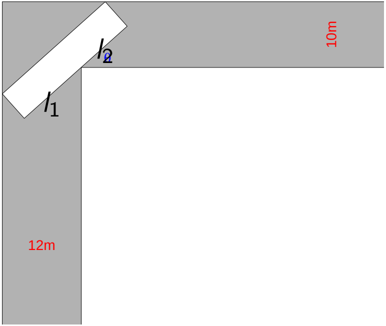


河渠的图形

例2.1

有一艘驳船，宽度为5米，欲驶过一个河渠．该河渠有一个直角弯道，形状和尺寸如图所示．试问，要驶过这个河渠，驳船的长度不能超过多少米？

一个实例

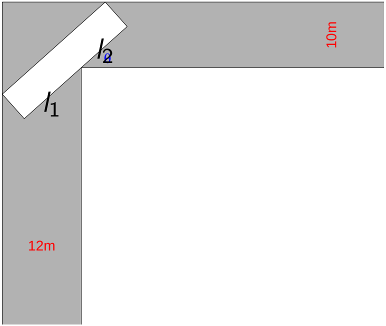


河渠的图形

驳船的长度有如下关系

$$l = l_1 + l_2 = \frac{10 - 5\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{12 - 5\sin\theta}{\cos\theta} = f(\theta)$$

一个实例

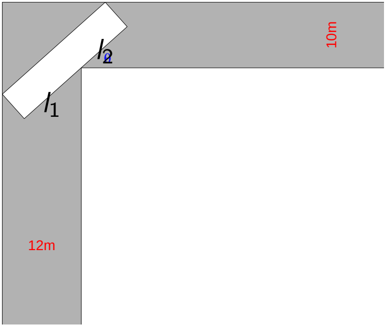


河渠的图形

极小化问题

$$\min \ f(\theta) = \frac{10-5\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{12-5\sin\theta}{\cos\theta}$$

一个实例

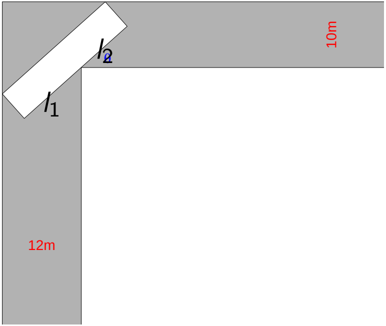


河渠的图形

或者求零点问题

$$f'(\theta) = \frac{5 - 10\cos\theta}{\sin^2\theta} + \frac{12\sin\theta - 5}{\cos^2\theta} = 0$$

一个实例

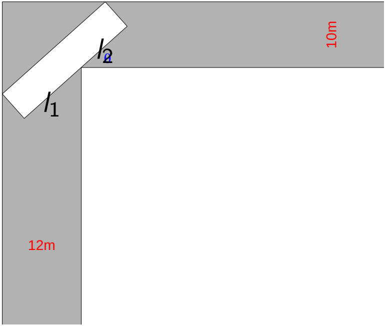


河渠的图形

可证，对任意$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$，$f''(x) > 0$.

并可求得$\theta^* = 0.73$，$f(\theta^*) = 21$.

一个实例



河渠的图形

可证，对任意$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$，$f''(x) > 0$.
并可求得$\theta^* = 0.73$，$f(\theta^*) = 21$.　这个过程中有多少处有误差?

数值稳定

例2.2

计算$S_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+5}\mathrm{d}x,\ n = 0, 1, 2, \cdots, 24.$

数值稳定

例2.2

计算$S_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+5}\mathrm{d}x,\ n = 0, 1, 2, \cdots, 24.$

容易推导出

$$S_n + 5S_{n-1} = \int_0^1 \frac{x^n + 5x^{n-1}}{x+5}\mathrm{d}x = \int_0^1 x^{n-1}\mathrm{d}x = \frac{1}{n}.$$

数值稳定

例2.2

计算$S_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+5}\mathrm{d}x,\ n = 0, 1, 2, \cdots, 24.$

容易推导出

$$S_n + 5S_{n-1} = \int_0^1 \frac{x^n + 5x^{n-1}}{x+5}\mathrm{d}x = \int_0^1 x^{n-1}\mathrm{d}x = \frac{1}{n}.$$

因此,

$$S_0 = \ln\frac{6}{5} \approx 0.182$$
$$S_n = \frac{1}{n} - 5S_{n-1}$$

数值稳定

例2.2

计算$S_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+5}\mathrm{d}x,\ n = 0, 1, 2, \cdots, 24.$

容易推导出

$$S_n + 5S_{n-1} = \int_0^1 \frac{x^n + 5x^{n-1}}{x+5}\mathrm{d}x = \int_0^1 x^{n-1}\mathrm{d}x = \frac{1}{n}.$$

因此，

$$S_0 = \ln\frac{6}{5} \approx 0.182$$
$$S_n = \frac{1}{n} - 5S_{n-1}$$

调用Matlab程序nademo1.

数值稳定

例2.2

计算$S_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+5}\mathrm{d}x,\ n = 0, 1, 2, \cdots, 24.$

容易推导出

$$S_n + 5S_{n-1} = \int_0^1 \frac{x^n + 5x^{n-1}}{x+5}\mathrm{d}x = \int_0^1 x^{n-1}\mathrm{d}x = \frac{1}{n}.$$

因此,

$$S_0 = \ln\frac{6}{5} \approx 0.182 \qquad \tfrac{1}{6(n+1)} = \int_0^1 \tfrac{x^n}{6}\mathrm{d}x \leqslant S_n \leqslant \int_0^1 \tfrac{x^n}{5}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{5(n+1)}$$

$$S_n = \frac{1}{n} - 5S_{n-1} \qquad\qquad S_{n-1} = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{n} - S_n\right)$$

调用Matlab程序nademo1.

数值稳定

例2.2

计算$S_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+5}\mathrm{d}x,\ n = 0, 1, 2, \cdots, 24.$

容易推导出

$$S_n + 5S_{n-1} = \int_0^1 \frac{x^n + 5x^{n-1}}{x+5}\mathrm{d}x = \int_0^1 x^{n-1}\mathrm{d}x = \frac{1}{n}.$$

因此，

$$S_0 = \ln\frac{6}{5} \approx 0.182 \qquad \tfrac{1}{6(n+1)} = \int_0^1 \tfrac{x^n}{6}\mathrm{d}x \leqslant S_n \leqslant \int_0^1 \tfrac{x^n}{5}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{5(n+1)}$$

$$S_n = \frac{1}{n} - 5S_{n-1} \qquad S_{n-1} = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{n} - S_n\right)$$

调用Matlab程序nademo1(2).

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.
  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.
  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$
  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减

  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.

  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$

  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$

  其它的例子:

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x(x+1)} \qquad \ln(x-\sqrt{x^2-1})=-\ln(x+\sqrt{x^2-1})$$

$$\ln(x+1)-\ln x=\ln\frac{x+1}{x} \qquad \sin(x+\varepsilon)-\sin x=2\cos(x+\frac{\varepsilon}{2})\sin\frac{\varepsilon}{2}$$

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.
  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$
  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$
- 避免大数和小数相加减

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.
  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$
  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$
- 避免大数和小数相加减
  $12345+0.7$

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.
  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$
  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$
- 避免大数和小数相加减
  $12345+0.7$
  $=0.12345\times10^5+0.000007\times10^5$

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.
  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$
  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$
- 避免大数和小数相加减
  $12345+0.7$
  $=0.12345\times10^5+0.000007\times10^5$
  $=0.12345\times10^5+0$

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.
  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$
  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$
- 避免大数和小数相加减
  $12345+0.7$
  $=0.12345\times10^5+0.000007\times10^5$
  $=0.12345\times10^5+0$
  计算$1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}$.

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.
  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$
  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$
- 避免大数和小数相加减
  $12345+0.7$
  $=0.12345\times 10^5+0.000007\times 10^5$
  $=0.12345\times 10^5+0$
  计算$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$. 中间步骤$S_k+\dfrac{1}{k+1}$

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.
  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$
  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$
- 避免大数和小数相加减
  $12345+0.7$
  $=0.12345\times10^5+0.000007\times10^5$
  $=0.12345\times10^5+0$
- 简化计算步骤

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减
  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.
  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$
  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$
- 避免大数和小数相加减
  $12345+0.7$
  $=0.12345\times 10^5+0.000007\times 10^5$
  $=0.12345\times 10^5+0$
- 简化计算步骤

$$p_n(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$$

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减

  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.

  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$

  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$

- 避免大数和小数相加减

  $12345+0.7$

  $=0.12345\times 10^5+0.000007\times 10^5$

  $=0.12345\times 10^5+0$

- 简化计算步骤

$$p_n(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$$

$$p_n(x)=x(x\cdots(x(a_nx+a_{n-1})+a_{n-2})+\cdots+a_1)+a_0$$

数值计算应注意的问题

- 避免相近的数相减

  计算$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, 其中$x=1000$, 保留四位有效数字.

  $y=\sqrt{1001}-\sqrt{1000}=31.64-31.62=0.02.$

  $y=\dfrac{1}{\sqrt{1001}+\sqrt{1000}}=\dfrac{1}{31.64+31.62}=0.01581.$

- 避免大数和小数相加减

  $12345+0.7$

  $=0.12345\times10^5+0.000007\times10^5$

  $=0.12345\times10^5+0$

- 简化计算步骤

$$p_n(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$$

$$p_n(x)=x(x\cdots(x(a_nx+a_{n-1})+a_{n-2})+\cdots+a_1)+a_0$$

(Horner算法或秦九韶算法)

Matlab简介

- 全称：Matrix Laboratory

Matlab简介

- 全称: Matrix Laboratory
- 功能: 科学计算、符号计算、图形处理等

Matlab简介

- 全称: Matrix Laboratory
- 功能: 科学计算、符号计算、图形处理等
- 数据类型: 数、字符串、矩阵、单元型数据和结构型数据

Matlab简介

- 全称：Matrix Laboratory
- 功能:科学计算、符号计算、图形处理等
- 数据类型：数、字符串、矩阵、单元型数据和结构型数据
- 集成界面：命令窗口、命令历史窗口、当前路径窗口、工作空间变量窗口等

Matlab简介

- 全称：Matrix Laboratory
- 功能：科学计算、符号计算、图形处理等
- 数据类型：数、字符串、矩阵、单元型数据和结构型数据
- 集成界面：命令窗口、命令历史窗口、当前路径窗口、工作空间变量窗口等
- 提示符>>，换行符...，注释符%

Matlab简介

- 全称：Matrix Laboratory
- 功能：科学计算、符号计算、图形处理等
- 数据类型：数、字符串、矩阵、单元型数据和结构型数据
- 集成界面：命令窗口、命令历史窗口、当前路径窗口、工作空间变量窗口等
- 提示符>>，换行符...，注释符%
- 默认变量ans

Matlab数据类型

- 矩阵`A = [ 1 3; 2 4 ]`

Matlab数据类型

- 矩阵A = [1 3; 2 4]
- 向量a = [1 2 3 4 5 6]

Matlab数据类型

- 矩阵`A = [ 1 3; 2 4 ]`
- 向量`a = [1 2 3 4 5 6 ]`
- 冒号`a = 1:6`
  `a:s:b`

Matlab数据类型

- 矩阵A = [1 3; 2 4]
- 向量a = [1 2 3 4 5 6]
- 冒号a = 1:6

  a:s:b
- 列向量A = [1; 2; 3]

Matlab数据类型

- 矩阵A = [1 3; 2 4]
- 向量a = [1 2 3 4 5 6]
- 冒号a = 1:6
  a:s:b
- 列向量A = [1; 2; 3]
- 字符串A = 'hello matlab'
  A = 'This''s matlab''s world.'

常量和变量

- 常量: 在运行过程中不能变化的量

常量和变量

- 常量: 在运行过程中不能变化的量
- 科学记数法: 3.14159^{10} =9.3647e+004

常量和变量

- 常量: 在运行过程中不能变化的量
- 科学记数法: 3.14159^{10} =9.3647e+004
- 显示方式: `format` (只影响显示)

常量和变量

- 常量: 在运行过程中不能变化的量
- 科学记数法: 3.14159^{10} =`9.3647e+004`
- 显示方式: `format` (只影响显示)
- 变量: 保存在内存(地址), 可随时变化

常量和变量

- 常量: 在运行过程中不能变化的量
- 科学记数法: 3.14159^{10} =9.3647e+004
- 显示方式: `format` (只影响显示)
- 变量: 保存在内存(地址), 可随时变化
- 内置变量: `i`,`j`, `pi`, `Inf`, `NaN`(Not a Number)

常量和变量

- 常量: 在运行过程中不能变化的量
- 科学记数法: 3.14159^{10} =9.3647e+004
- 显示方式: format (只影响显示)
- 变量: 保存在内存(地址), 可随时变化
- 内置变量: i,j, pi, Inf, NaN(Not a Number)
- Inf及NaN的运算规律

基本运算

- 矩阵的加(+)、乘(*)、数乘(*)、幂(^)

基本运算

- 矩阵的加(+)、乘(*)、数乘(*)、幂(^)
- 矩阵的点乘(.*)、点除(./)、点幂(.^)

基本运算

- 矩阵的加(+)、乘(*)、数乘(*)、幂(^)
- 矩阵的点乘(.*)、点除(./)、点幂(.^)
- 矩阵的数加(+)、数减(-)

基本运算

- 矩阵的加(+)、乘(*)、数乘(*)、幂(^)
- 矩阵的点乘(.*)、点除(./)、点幂(.^)
- 矩阵的数加(+)、数减(-)
- 矩阵的左除(X=A\B即求解AX=B)

基本运算

- 矩阵的加(+)、乘(*)、数乘(*)、幂(^)
- 矩阵的点乘(.*)、点除(./)、点幂(.^)
- 矩阵的数加(+)、数减(-)
- 矩阵的左除(X=A\B即求解AX=B)
- 矩阵的右除(X=A/B即求解A=XB)

初等函数

```
>> x = [0 pi/6 pi/4 pi/3 pi/2];
>> sin(x)
ans =
         0    0.5000    0.7071    0.8660    1.0000
```

向量功能

初等函数

```
>> x = [0 pi/6 pi/4 pi/3 pi/2];
>> sin(x)
ans =
         0    0.5000    0.7071    0.8660    1.0000
```

向量功能

其他初等函数：三角反三角、指数对数、根号、绝对值等等

逻辑运算和关系运算

```
>> sqrt([9 10 11]) >= pi
ans =
     0     1     1

>> a = [ 2 3 0 0];
>> b = [-1 0 1 0];
>> a&b
ans =
     1     0     0     0
>> a|b
ans =
     1     1     1     0
>> ~b
ans =
     0     1     0     1
```

矩阵运算

```
>> A = magic(3)                    8 1 6
>> A(2,1:3)                        3 5 7
                                   4 9 2
>> A(2:end,[1 end])

>> B = [ 2 3 ];
>> C = [ 1 2; 3 4];
>> D = [ 5 7]';
>> A = [ B 9; C D]

>> A(A>=4) = 0

>> v = 1:9;
>> v(abs(v-5)<=2) = [ ]
```

分支结构

基本语法

```
if value1,
   statement1,
elseif value2,
   statement2,
else
   statement3
end
```

分支结构

例如(判别闰年)

```
if mod(year,400)==0,
   fprintf('%d is a leap year.\n',year);
elseif mod(year,100)==0,
   fprintf('%d is not a leap year.\n',year);
elseif mod(year,4)==0,
   fprintf('%d is a leap year.\n',year);
else
   fprintf('%d is not a leap year.\n',year);
end
```

循环结构

基本语法

```
for loopvalue = value,
    statement,
end
```

和

```
while value,
   statement,
end
```

循环结构

例如(利用$\frac{\pi^2}{6} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$计算圆周率的近似值)

```
>> s = 0;
>> for k = 1:10000,
      s = s + 1/k^2;
   end
>> s = sqrt(6*s)
```

循环结构

例如(利用 $\frac{\pi^2}{6} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$ 计算圆周率的近似值)

```
>> s = 0;
>> for k = 1:10000,
      s = s + 1/k^2;
   end
>> s = sqrt(6*s)

>> n = 0; p = 0; s = 0.0;
>> while abs(s-pi)>=1e-5,
      n = n + 1;
      p = p + 1/n^2;
      s = sqrt(6*p);
   end
>> s
```

复杂的结构

Collatz猜想: 输入一个正整数n, 如果是偶数就除以2, 是奇数就乘3加1, 如此一直变换, 最后会变成1.

复杂的结构

Collatz猜想: 输入一个正整数n, 如果是偶数就除以2, 是奇数就乘3加1, 如此一直变换, 最后会变成1.

```
n = input('n =   ');
while n~=1,
   if mod(n,2)==1,
      n = n * 3 + 1;
   else
      n = n / 2;
   end
   disp(n);
end
```

复杂的结构

冒泡排序: 把一列数想象为垂直存放, 数值大的在下方, 每轮比较时从上到下依次比较相邻的两个数, 若是上面的数大, 把它们对调, 否则不动。直至没有对调为止。

复杂的结构

冒泡排序:

```
>> done = 0; k = 1;
>> v = input('a row vector: ');
```

复杂的结构

冒泡排序:

```
>> done = 0; k = 1;
>> v = input('a row vector: ');

a row vector:  [1 8 6 3 9 7 5 0 2 4]
```

复杂的结构

冒泡排序:

```
>> done = 0; k = 1;
>> v = input('a row vector: ');

>> while ~done,
     done = 1;
     for p = 1:length(v)-k,
         if v(p) > v(p+1),
             tmp  = v(p);  v(p) = v(p+1);  v(p+1) = tmp;
             % OR  v([p p+1]) = v([p+1 p]);
             done = 0;
         end
     end
     k = k + 1;
   end
```

脚本文件

- 把一系列命令收集在一个文件里，保存为以.m为后缀的文件

脚本文件

- 把一系列命令收集在一个文件里，保存为以.m为后缀的文件
- 执行时只需要键入文件名，不需键入后缀

脚本文件

- 把一系列命令收集在一个文件里，保存为以.m为后缀的文件
- 执行时只需要键入文件名，不需键入后缀

例：

```
>> mysort
a row vector:  [1 8 6 3 9 7 5 0 2 4]
v =
     0     1     2     3     4     5     6     7     8     9
```

函数文件

- 一种封装的文件，具有特定的头格式：

函数文件

- 一种封装的文件，具有特定的头格式：

```
function [out1,out2,...] = funname(in1,in2,...)
```

函数文件

- 一种封装的文件，具有特定的头格式:

```
function [out1,out2,...] = funname(in1,in2,...)
```

- 函数名必须和文件名一致

函数文件

- 一种封装的文件，具有特定的头格式:

```
function [out1,out2,...] = funname(in1,in2,...)
```

- 函数名必须和文件名一致
- 与脚本文件的比较

函数文件

- 一种封装的文件，具有特定的头格式：

```
function [out1,out2,...] = funname(in1,in2,...)
```

- 函数名必须和文件名一致
- 与脚本文件的比较
- 例：文件mysort2.m

函数传值

函数头

```
function [v,s] = mysort3(v)
```

函数传值

函数头

```
function [v,s] = mysort3(v)
```

调用

```
>> d = [5 3 4 2 1 ];
>> [r,w] = mysort3(d)
```

函数传值

函数头

```
function [v,s] = mysort3(v)
```

调用

```
>> d = [5 3 4 2 1 ];
>> [r,w] = mysort3(d)
```

传值方式: 在输出或输入列表中的位置

函数传值

函数头

```
function [v,s] = mysort3(v)
```

调用

```
>> d = [5 3 4 2 1 ];
>> [r,w] = mysort3(d)
```

传值方式: 在输出或输入列表中的位置

列表不一样长的情形

函数传值

函数头

```
function [v,s] = mysort3(v)
```

调用

```
>> d = [5 3 4 2 1 ];
>> [r,w] = mysort3(d)
```

传值方式: 在输出或输入列表中的位置
列表不一样长的情形
命令global的用法

缺省参数

- 变量nargin和nargout的含义

缺省参数

- 变量nargin和nargout的含义
- 用法(例如: 根据输入计算面积)

缺省参数

- 变量nargin和nargout的含义
- 用法(例如: 根据输入计算面积)

```
function s = zhouchang(a,b,c)
   if nargin == 1,
       s = 2*pi*a;
   elseif nargin == 2,
       s = 2*(a+b);
   elseif nargin ==3,
       s = a+b+c;
   end
```

递归函数

- 直接或间接地用到了自己

递归函数

- 直接或间接地用到了自己
- 例如: Fibonacci数列定义为

$$F_1 = F_2 = 1, \qquad F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, \qquad n \geqslant 2$$

递归函数

- 直接或间接地用到了自己
- 例如: Fibonacci数列定义为

$$F_1 = F_2 = 1, \qquad F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, \qquad n \geqslant 2$$

```
function f = fib(n)
   if n>=3,
       f = fib(n-1)+fib(n-2);
   elseif n==1|n==2,
       f = 1;
   end
```

帮助命令

- `help`: 查看工具箱，函数

帮助命令

- `help`: 查看工具箱，函数
- 可以自己书写文件的帮助，写在`function`之后

帮助命令

- `help`: 查看工具箱，函数
- 可以自己书写文件的帮助，写在`function`之后
- 其他查看系统命令用法的工具: `doc`, `lookfor`

帮助命令

- help: 查看工具箱，函数
- 可以自己书写文件的帮助，写在function之后
- 其他查看系统命令用法的工具: doc, lookfor
- 其他帮助命令: which, who等

帮助命令

- help: 查看工具箱，函数
- 可以自己书写文件的帮助，写在function之后
- 其他查看系统命令用法的工具: doc, lookfor
- 其他帮助命令: which, who等
- 辅助命令: clc, home, clear

二维画图

```
>> x = 0:0.01:10;
>> y = 1./(1+x.^2) + sin(x).*exp(x/3);
```

- plot(x,y,'g*-')

二维画图

```
>> x = 0:0.01:10;
>> y = 1./(1+x.^2) + sin(x).*exp(x/3);
```

- `plot(x,y,'g*-')` 画函数$y=\dfrac{1}{1+x^2}+\sin x e^{x/3}$的图像

二维画图

```
>> x = 0:0.01:10;
>> y = 1./(1+x.^2) + sin(x).*exp(x/3);
```

- `plot(x,y,'g*-')` 画函数$y = \frac{1}{1+x^2} + \sin x e^{x/3}$的图像
- `hold`命令

二维画图

```
>> x = 0:0.01:10;
>> y = 1./(1+x.^2) + sin(x).*exp(x/3);
```

- plot(x,y,'g*-') 画函数$y = \frac{1}{1+x^2} + \sin x e^{x/3}$的图像
- hold命令
- 命令plot中的参数选项

二维画图

```
>> x = 0:0.01:10;
>> y = 1./(1+x.^2) + sin(x).*exp(x/3);
```

- plot(x,y,'g*-') 画函数$y = \frac{1}{1+x^2} + \sin x e^{x/3}$的图像
- hold命令
- 命令plot中的参数选项
-
  plot(x,y1,'yo--',x,y2,'g*-',x,y3,'r+:',x,y4,'bp:');

二维画图

```
>> x = 0:0.01:10;
>> y = 1./(1+x.^2) + sin(x).*exp(x/3);
```

- plot(x,y,'g*-') 画函数$y = \dfrac{1}{1+x^2} + \sin x e^{x/3}$的图像
- hold命令
- 命令plot中的参数选项
- plot(x,y1,'yo--',x,y2,'g*-',x,y3,'r+:',x,y4,'bp:');
- 其他类似命令: loglog, semilogx, semilogy

三维画图

三维线图

```
>> t = linspace(0,10*pi,2000);
>> plot3(sin(t).*t,cos(t).*t,t,'r-');
```

三维画图

三维线图

```
>> t = linspace(0,10*pi,2000);
>> plot3(sin(t).*t,cos(t).*t,t,'r-');

>> view(-17,66)
```

三维画图

三维面图: 命令meshgrid

```
>> x = 1:4;
>> y = 5:3:11;
>> [X,Y] = meshgrid(x,y)
X =
     1     2     3     4
     1     2     3     4
     1     2     3     4
Y =
     5     5     5     5
     8     8     8     8
    11    11    11    11
```

三维画图

三维面图: 命令surf及contour

三维画图

三维面图: 命令surf及contour

例如: 画下面函数的图像及等高线

$$z = \mathrm{e}^{-|x|} + \cos(x+y) + \frac{1}{x^2+y^2+1}$$

三维画图

三维面图: 命令surf及contour
例如: 画下面函数的图像及等高线

$$z = e^{-|x|} + \cos(x + y) + \frac{1}{x^2 + y^2 + 1}$$

```
>> x = linspace(-10,10,200);
>> [X,Y] = meshgrid(x);
>> Z = exp(-abs(X)) + cos(X+Y) + 1./(X.^2+Y.^2+1);
>> surf(X,Y,Z);
```

三维画图

三维画图: 命令surf及contour
例如: 画下面函数的图像及等高线

$$z = \mathrm{e}^{-|x|} + \cos(x+y) + \frac{1}{x^2+y^2+1}$$

```
>> x = linspace(-10,10,200);
>> [X,Y] = meshgrid(x);
>> Z = exp(-abs(X)) + cos(X+Y) + 1./(X.^2+Y.^2+1);
>> surf(X,Y,Z);

>> contour(X,Y,Z,20)
```

图形控制

- 标注：坐标轴`xlabel`，曲线`legend`，图形标题`title`

图形控制

- 标注：坐标轴`xlabel`，曲线`legend`，图形标题`title`
- 窗口控制：打开`figure`，关闭`close`，清除`clf`

图形控制

- 标注：坐标轴xlabel，曲线legend，图形标题title
- 窗口控制：打开figure，关闭close，清除clf
- 坐标轴控制：axis('equal','off',[-1 3 2 7])

图形控制

- 标注: 坐标轴`xlabel`, 曲线`legend`, 图形标题`title`
- 窗口控制: 打开`figure`, 关闭`close`, 清除`clf`
- 坐标轴控制: `axis('equal','off',[-1 3 2 7])`
- 或者 `axis equal; axis off`

文件的读与写

文本方式

```
>> x = 0:0.1:1; y = [x; exp(x)];
>> fid = fopen('exp.txt','wt');
>> fprintf(fid, '%s\n', '% --- exp.txt ---');
>> fprintf(fid, '%6.2f %12.8f\n', y);
>> fclose(fid);
```

文件的读与写

文本方式

```
>> x = 0:0.1:1; y = [x; exp(x)];
>> fid = fopen('exp.txt','wt');
>> fprintf(fid, '%s\n', '% --- exp.txt ---');
>> fprintf(fid, '%6.2f %12.8f\n', y);
>> fclose(fid);

>> fid = fopen('exp.txt');
>> s = fscanf(fid, '%c',[1 17])
s =
% --- exp.txt ---
>> A = fscanf(fid,'%6f %12f\n',[2 inf]);
>> A = A'
```

文件的读与写

文本方式

```
>> x = 0:0.1:1; y = [x; exp(x)];
>> fid = fopen('exp.txt','wt');
>> fprintf(fid, '%s\n', '% --- exp.txt ---');
>> fprintf(fid, '%6.2f %12.8f\n', y);
>> fclose(fid);

>> fid = fopen('exp.txt');
>> s = fscanf(fid, '%c',[1 17])
s =
% --- exp.txt ---
>> A = fscanf(fid,'%6f %12f\n',[2 inf]);
>> A = A'
```

转置关系

文件的读与写

二进制方式

```
>> load clown.mat
>> who
Your variables are:
X         caption  map
>> image(X); colormap(map)
```

文件的读与写

二进制方式

```
>> load clown.mat
>> who
Your variables are:
X         caption  map
>> image(X); colormap(map)

>> save a.mat x* A
```

稀疏矩阵

```
>> A = [ 1 2 0; 0 3 0; 0 -1 6];
>> A = sparse(A)
A =
   (1,1)        1
   (1,2)        2
   (2,2)        3
   (3,2)       -1
   (3,3)        6
```

稀疏矩阵

```
>> A = [ 1 2 0; 0 3 0; 0 -1 6];
>> A = sparse(A)
A =
   (1,1)        1
   (1,2)        2
   (2,2)        3
   (3,2)       -1
   (3,3)        6
```

或者

稀疏矩阵

```
>> i = [1 1 2 3 3];
>> j = [1 2 2 2 3];
>> s = [1 2 3 -1 6];
>> A = sparse(i,j,s)
A =
   (1,1)        1
   (1,2)        2
   (2,2)        3
   (3,2)       -1
   (3,3)        6
```

稀疏矩阵

```
>> i = [1 1 2 3 3];
>> j = [1 2 2 2 3];
>> s = [1 2 3 -1 6];
>> A = sparse(i,j,s)
A =
   (1,1)        1
   (1,2)        2
   (2,2)        3
   (3,2)       -1
   (3,3)        6
```

指明阶数 `>> A = sparse(i,j,s,200,100);`

稀疏矩阵

```
>> i = [1 1 2 3 3];
>> j = [1 2 2 2 3];
>> s = [1 2 3 -1 6];
>> A = sparse(i,j,s)
A =
   (1,1)        1
   (1,2)        2
   (2,2)        3
   (3,2)       -1
   (3,3)        6
```

指明阶数 `>> A = sparse(i,j,s,200,100);`

找出非零元 `>> [i,j,s] = find(A);`

评注

Matlab参考书目:

1. Matlab与科学计算(第2版), 王沫然, 电子工业出版社, 2007年8月
2. Matlab工程数学应用, 许波、刘征, 清华大学出版社, 2000年4月
3. Matlab数学实验, 胡良剑、孙晓君, 高等教育出版社, 2006年6月
4. Matlab高等数学实验, 章恩栋、马玉兰、徐美萍、李双, 电子工业出版社, 2008年11月