

# Решение задачи N-тел

Пономарёв Даниил, группа 101.2

13 декабря 2025 г.

## 1 Отчёт о решении задачи N-тел:

### Сравнительные результаты:

Результаты моделирования стабильной модели солнечной системы с помощью метода РК4 (Рунге–Кутты 4-го порядка) (результаты для симуляций с количеством тел больше отсутствуют из-за слишком большой неустойчивости, что делает их неинформативными):

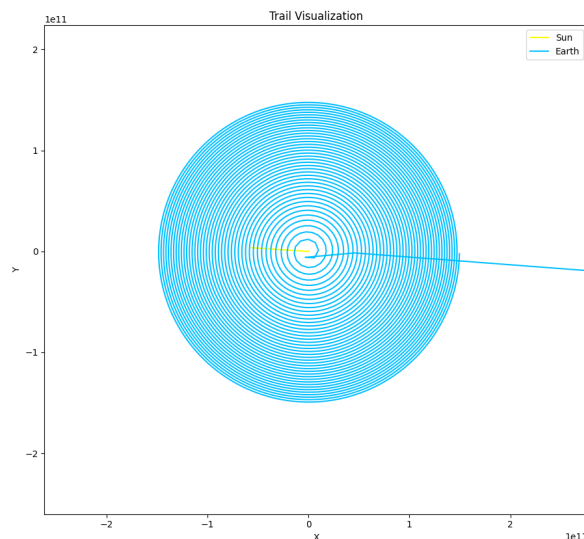


Рис. 1: Метод РК4, Солнце - Земля

Графики для всех примеров с помощью метода Leapfrog:

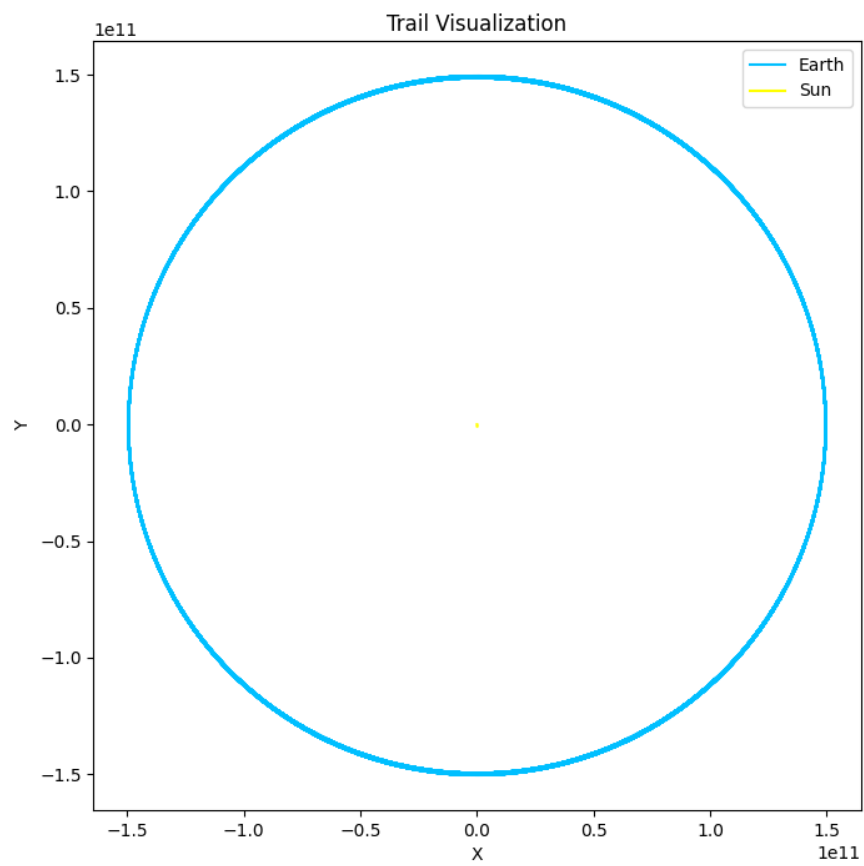


Рис. 2: Метод Leapfrog, Солнце - Земля

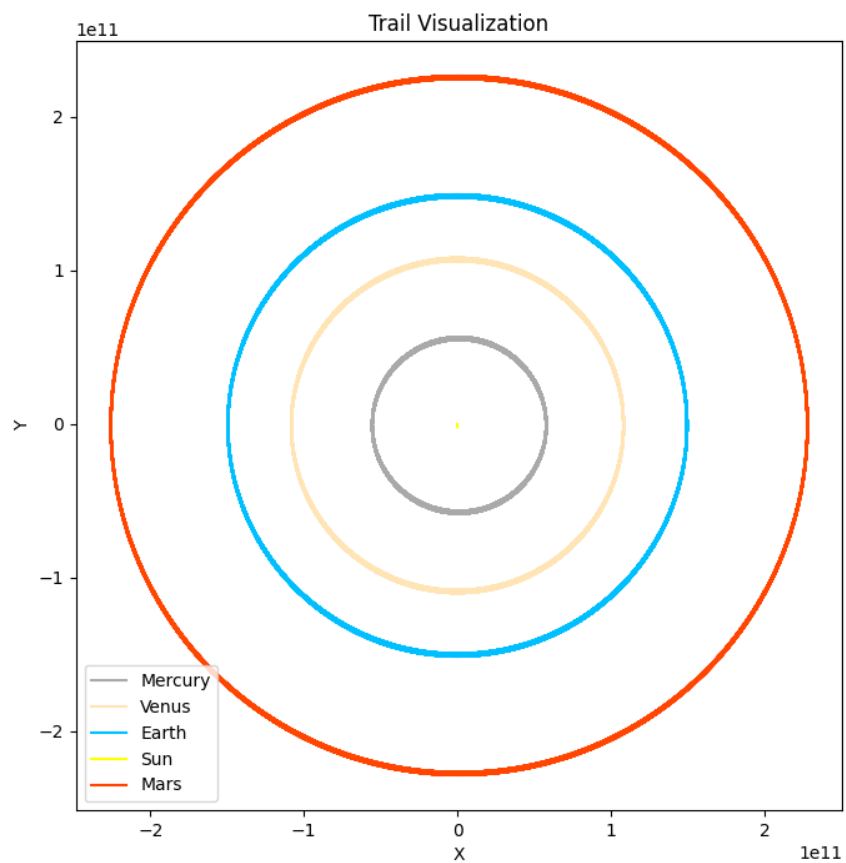


Рис. 3: Метод Leapfrog, Внутренние планеты

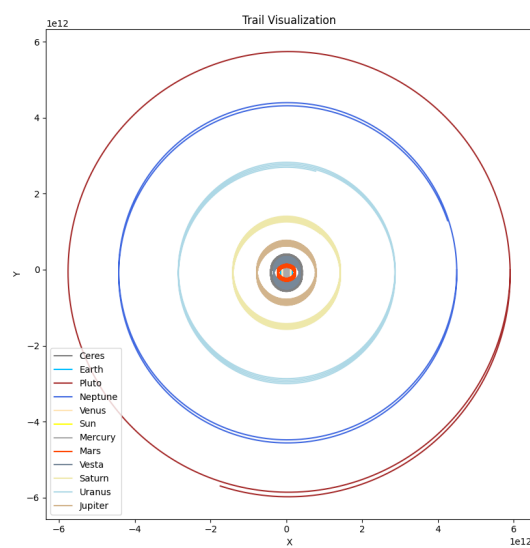


Рис. 4: Метод Leapfrog, Полная солнечная система

## 2 Сохранение энергии:

Как видно из графиков, с ростом  $N$  лучшее сохранение энергии обеспечивается методом Leapfrog, так как он является симплектическим методом, что позволяет ему сохранять энергию системы даже на больших промежутках времени.

## 3 Бенчмарки:

Пусть  $m$  - число итераций моделирования, а  $n$  - число тел. Тогда методы имеют производительность  $\approx n^2 \cdot m$  для Leapfrog и  $\approx 4 \cdot n^2 \cdot m$  для РК4 (считая операции сложения значительно дешевле операций умножения). Эти правила выполняются на практике для реальных расчётов.

## 4 Выводы о решении задачи $N$ -тел:

В практическом плане реальная задача  $N$ -тел представляет собой целый класс задач описания систем различных типов связанности и сложности, для которых нужно применять разные численные методы.

1. **Для задачи  $N$  тел, какой метод обеспечивает лучшее сохранение энергии с ростом  $N$ ?**

С ростом  $N$  лучшее сохранение энергии обеспечивается методов Leapfrog, так как является симплектическим методом, что позволяет ему сохранять энергию системы даже на больших промежутках времени.

2. **Какой метод вы порекомендуете для: краткосрочной точности vs долгосрочной стабильности?**

Для краткосрочных симуляций тесных систем с быстро меняющимися параметрами лучше подойдёт РК4, так как он имеет глобальную ошибку четвёртого порядка малости по сравнению с изменением параметров на каждом шаге, однако со временем система начнёт терять энергию. Leapfrog по сравнению с РК4 является более подходящим методом для долгосрочной симуляции стабильных гравитационно-связанных систем.

3. **Как сложность системы  $N$  тел влияет на численную стабильность по сравнению с простыми системами из 2 тел?**

При отсутствии жёстких уравнений численная стабильность ни одного из методов не страдает. Однако по сравнению с Leapfrog, РК4 значительно более устойчив к уравнениям с быстрым изменением параметров.