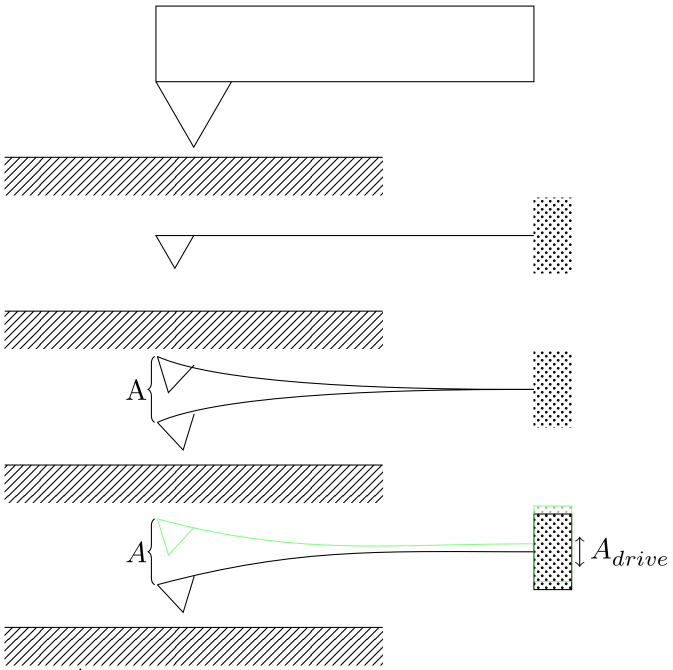
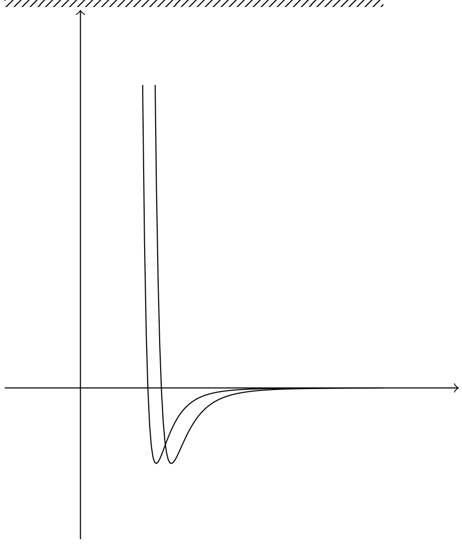

A
A
A_{drive}



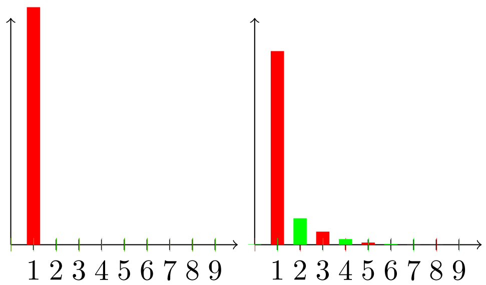
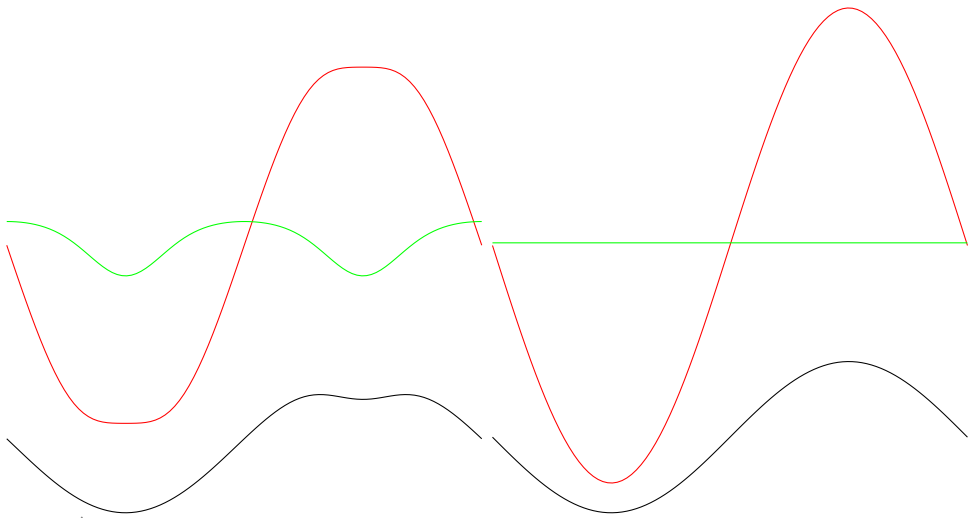
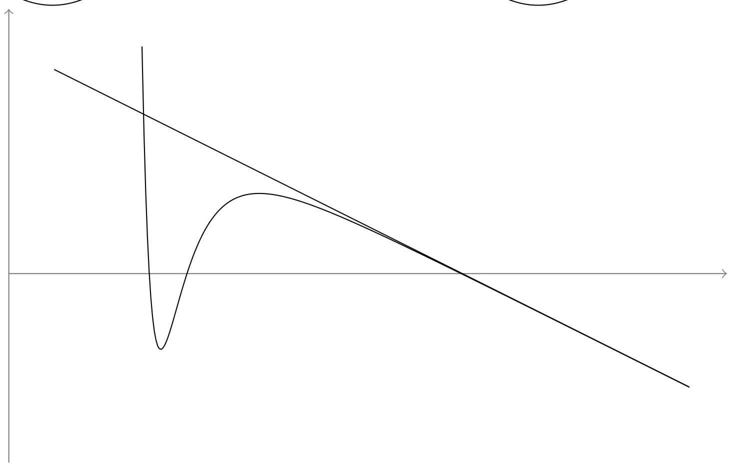
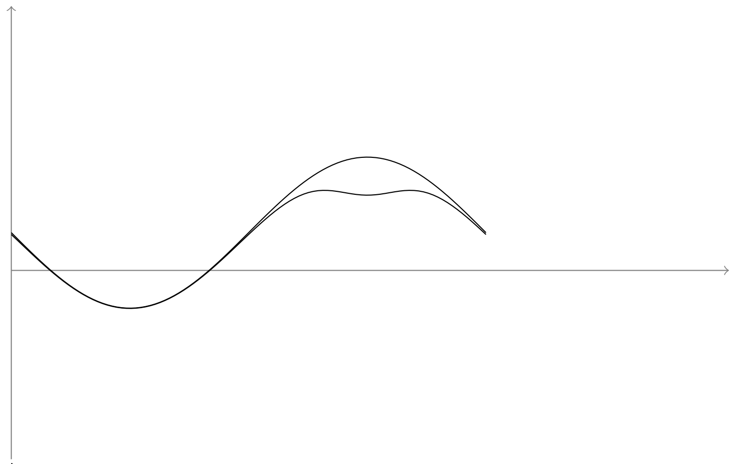
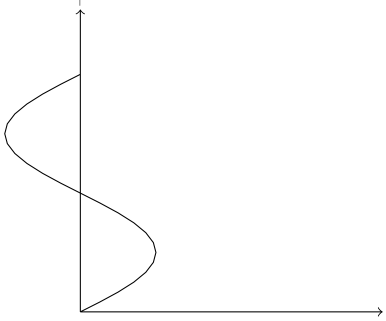


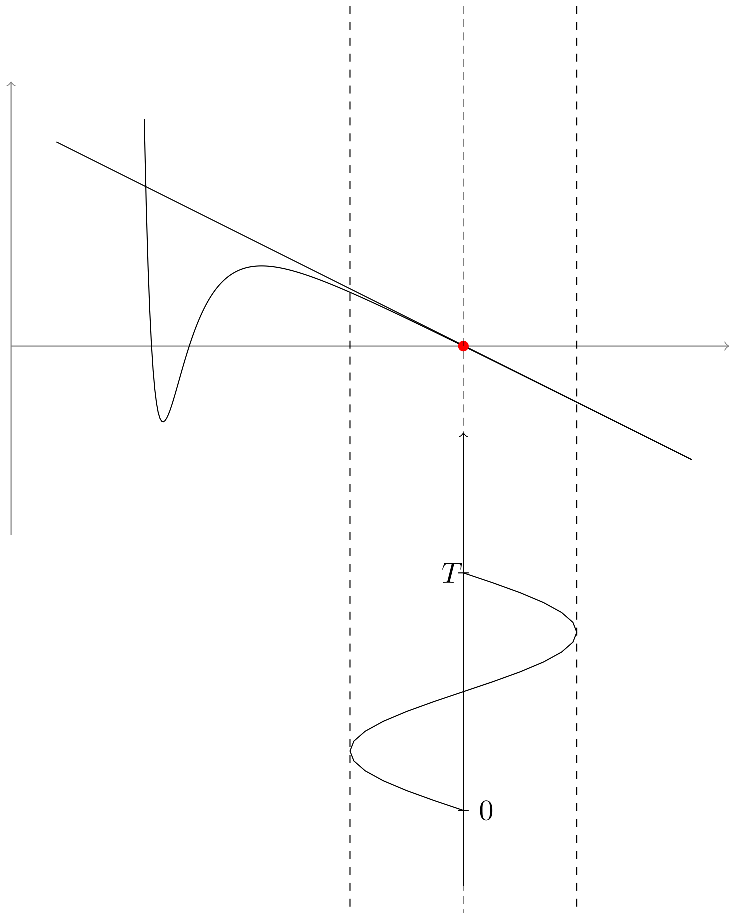
Figure 1: hier bin ihc grade

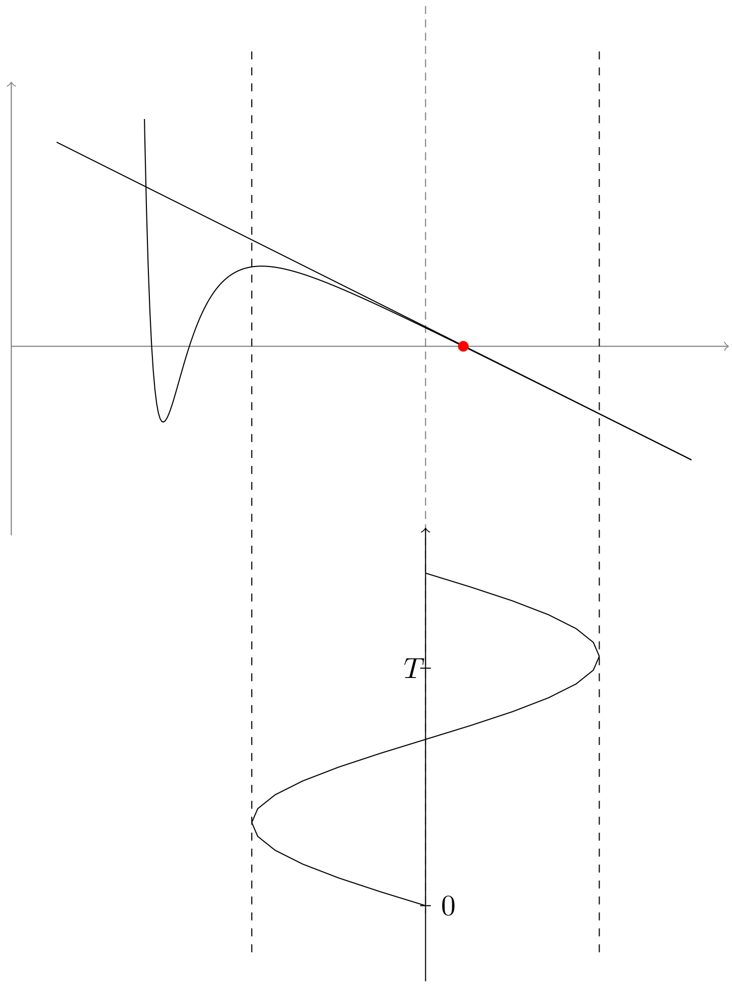









T
0



T
0

1 FM-Mode

1.1 harmonische Schwingung

Wir untersuchen hier die Frequenzverschiebung bei einem in Frequency-Modulation(FM) Modus gesteuertes Atomic-Force-Microscope (AFM). Ohne die Wechselwirkung zwischen Spitze und Oberfläche spürt der Cantilever nur seine Federkraft. Er schwingt in siner Eigenfrequenz:

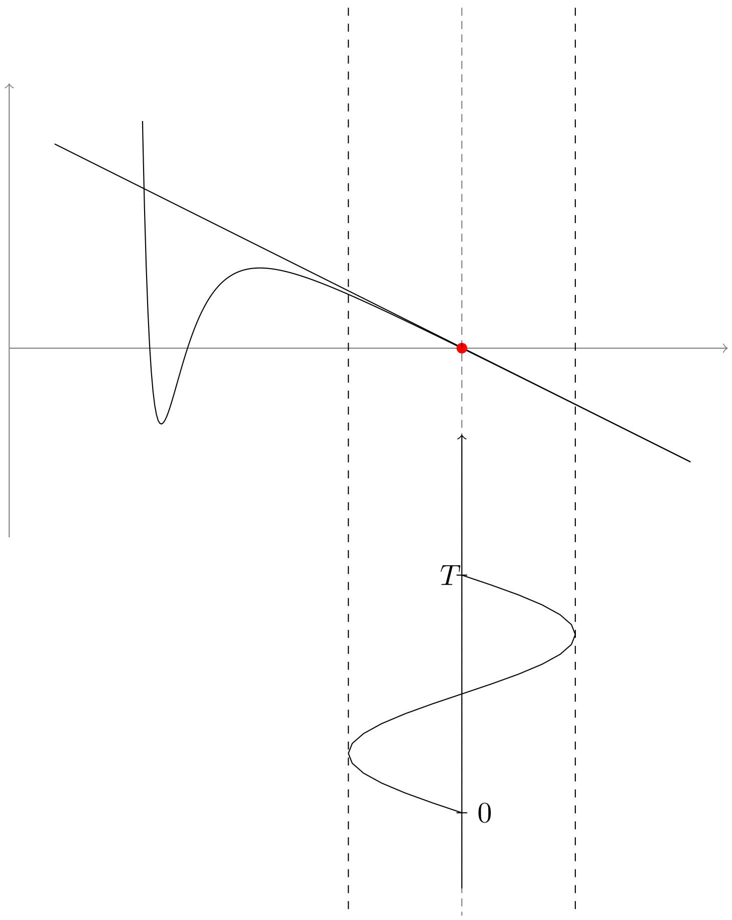


Figure 2: Cantilever-Verhalten weit weg von der Probe

Wenn die Spitze sich der Probe annähert wird die Resonanzfrequenz des Cantilevers verschoben.

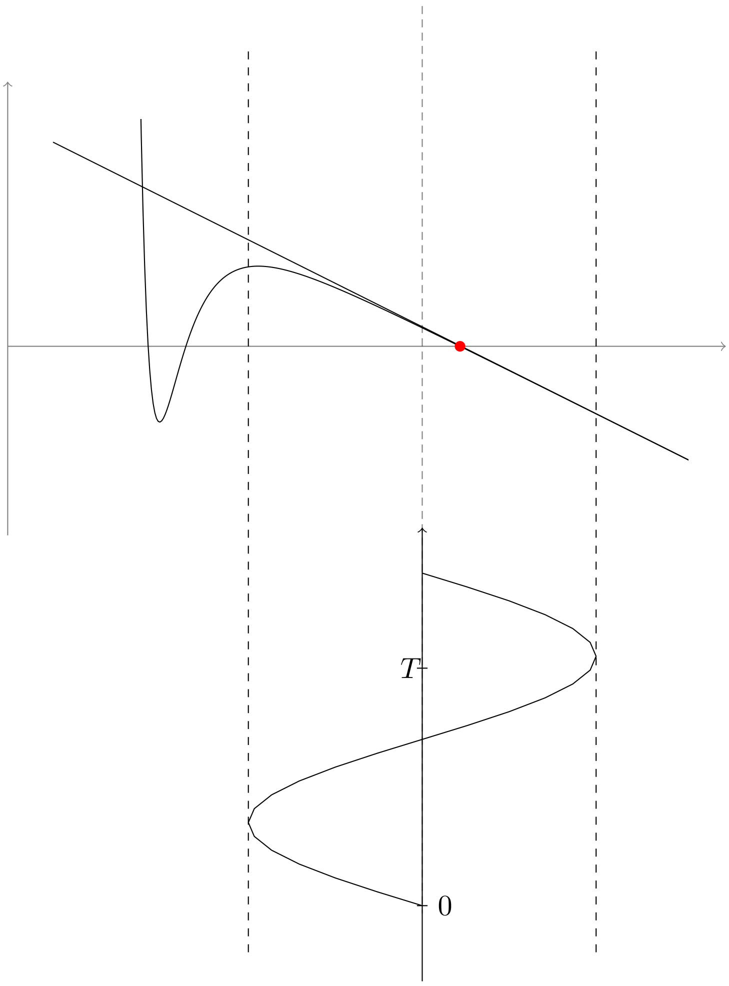


Figure 3: Cantilever-Verhalten nahe der Probe, idealisiert mit harmonischer Schwingung

Nicht nur die Frequenz wird verschoben sondern auch die mittlere Auslenkung des Cantilevers. Und im Grunde muss auch davon ausgehen, dass die Schwingung verzerrt wird, aber wir gehen hier von so einer kleinen Störung der Wechselwirkung des Cantilevers aus, dass wir diese Verzerrung vernachlässigen.

Figure 4: Verhalten des ideaisierten Cantilevers

1.2 Annahmen

Der Cantilever wir als harmonischer Oszillator betrachtet. Die resultierende Schwingung soll eine harmonische Schwingung sein.
Da unsere Aparatur perfekt eingestellt ist, liegt die Phasendifferenz zwischen unserem Antriebssignal und unserer Antwortsignal 90 Grad.

1.3 Frequenzverschiebung einer einzelnen Schwingung

Wir idealisieren unsere Schwingungfeder zu einem harmonischen Oszillator:

$$m\ddot{z} + \frac{m\omega}{Q_{cant}}\dot{z} + k\left(z - z_{drive} - \Delta L\right) = F_{ts}(d+z) \tag{1}$$

Unser Cantilever besitzt nur eine rein harmonische Schwingung und unserer Antrieb besitzt eine Phasendifferenz zu 90 Grad zur Antwort.

$$z = A\,sin(\omega t) \tag{2}$$

$$z_{drive} = A_{drive}\,sin(\omega t) \tag{3}$$

Wir interessieren uns für die Frequenzverschiebung die durch das Kraftfeld bewirkt wird. Nach der linearen Antworttheorie ist die Amplitude der Antwort des Cantilevers nur abhängig von der Antriebskraft. Das ist die Kraft die senkrecht zur Schwingung des Cantilevers läuft. Dazu gehört nicht nur unsere von der Maschine ausgeführte Antriebskraft F_{drive}, sondern auch die senkrechten Anteile des Kraftfeldes zwischen Spitze und Oberfläche F_{ts}.

Die Verstimmung der Antwort(Resonanzfrequenz) von der natürlichen Antwortfrequenz(Eigenfrequenz) sind dementsprechend die Kraftanteile, die nicht-senkrecht, aso parallel zur Antwort stehen, verantwortlich. Diese extrahieren wir aus unserem Kraftfeld durch die Aufteilung auf die Fourriererreihe:

$$\langle ... \rangle = \int ...\,A\,sin(\omega t)\mathrm{d}t \tag{4}$$

Wenn wir diese Operation auf die Federgleichung anwenden, erhalten wir die relevanten Terme:

$$0 \tag{5}$$

Daraus können wir die Frequenzverschiebung berechnen:

$$\Delta f = -\frac{f_0}{A^2 k}\langle F_{ts} \rangle \tag{6}$$

1.4 Gewichtungsfunktion bei konservativem Kraftfeld

Nach Gleichung 6 erhalten wir eine zeitliche Mittlung der Kraft. Wir interessieren uns aber für das Kraftfeld. Darum muss eine Mittelung über den Ort erfolgen. Nach Substitution erhalten wir:

$$\langle F_{ts} \rangle = \int F_{ts}(d+z)\frac{1}{\sqrt{A^2 - z^2}}\mathrm{d}t \tag{7}$$

Um diese Gleichung zu vereinfachen stellen wir eine Gewichtungsfunktion $g(z)$ auf, sodass gilt:

$$\tag{8}$$

Die Gewichtungsfunktion können wir dann aus den beiden vorherigen Gleichungen bestimmen:

$$g(z) = \frac{1}{\sqrt{A^2 - z^2}} \tag{9}$$

1.5 Gewichtungsfunktion bei Bremsung

Obige Gleichung gilt nur für konservative Kraftfelder