

1 perfekte Schwingung

Wir untersuchen hier die Frequenzverschiebung bei einem in Frequency-Modulation (FM) Modus gesteuertes Atomic-Force-Microscope (AFM). Als erstes nehmen wir hierbei an, dass wir nur eine harmonische Schwingung besitzen.

1.1 Annahmen

Wir halten die Frequenzverschiebung zwischen Antriebssignal und Antwortsignal auf 90 Prozent.

1.2 Frequenzverschiebung einer einzelnen Schwingung

Wir idealisieren unsere Schwingungsfeder zu einem harmonischen Oszillator:

$$m\ddot{z} + \frac{m\omega}{Q_{cant}}\dot{z} + k(z - z_{drive} - \Delta L) = F_{ts}(d + z) \quad (1)$$

Unser Cantilever schwingt harmonisch:

$$z = A \sin(\omega t) \quad (2)$$

Unsere Antrieb läuft in perfektem Timing:

$$z_{drive} = A_{drive} \sin(\omega t) \quad (3)$$

Wir berechnen den Kraftanteil, der an einer Frequenzverschiebung beteiligt ist. Da wir ja eine harmonische Schwingung vorliegen haben, ist nur eine gleichförmige Schwingung an der Schwingungsantrieb beteiligt. Wir mitteln also über eine Periode mit einer gewichtung die der Schwingung selbst darstellt:

$$\langle \dots \rangle = \int \dots A \sin(\omega t) dt \quad (4)$$

Durch einsetzen in unserer Federgleichung 1 bleiben nur die zur Schwingung nicht senkrechte Anteile:

$$0 \quad (5)$$

Daraus können wir die Frequenzverschiebung berechnen:

$$\Delta f = -\frac{f_0}{A^2 k} \langle F_{ts} \rangle \quad (6)$$

1.3 Gewichtungsfunktion bei konservativem Kraftfeld

Um ein Ergebniss aus unserer Frequenzverschiebung 6 abhängig von unserem Kraftfeld zu erhalten, können wir die eMittelung ein bisschen umstellen:

$$\langle F_{ts} \rangle = \int F_{ts}(d + z) A \sin(\omega t) dt \quad (7)$$

Dabei interessieren wir uns nicht für eine zeitliche Mittelung sondern eher um eine räumliche, da wir ja ein räumliches Verständniss des Kraftfeldes haben wollen. Wir erhalten nach einigen Umformungen:

$$\langle F_{ts} \rangle = \int F_{ts}(d+z) \frac{1}{\sqrt{A^2 - z^2}} dt \quad (8)$$

Damit können wir sogleich eine Gewichtungsfunktion bestimmen:

$$g(z) = \frac{1}{\sqrt{A^2 - z^2}} \quad (9)$$

1.4 Gewichtungsfunktion bei Bremsung

Obige Gleichung gilt nur für konservative Kraftfelder