



Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Фізико-технічний інститут

**ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4**  
З дисципліни «Криптографія»  
«Побудова реєстрів зсуву з лінійним зворотним зв'язком та  
дослідження їх властивостей»

Виконали:  
студенти 3 курсу ФТІ  
групи ФБ-73  
АбкерімовЕрвін  
Білоконь Богдан

Перевірів:  
Чорний О.

## Мета роботи:

Ознайомлення з принципами побудови регістрів зсуву з лінійним зворотним зв'язком; практичне освоєння їх програмної реалізації; дослідження властивостей лінійних рекурентних послідовностей та їх залежності від властивостей характеристичного полінома регістра.

## Порядок виконання роботи:

0. Уважно прочитати методичні вказівки до виконання комп'ютерного практикуму.
1. Вибрати свій варіант завдання згідно зі списком. Варіанти завдань містяться у файлі Crypto\_CP4 LFSR\_Var.
2. За даними характеристичними многочленами  $p_1(x)$ ,  $p_2(x)$  скласти лінійні рекурентні співвідношення для ЛРЗ, що задаються цими характеристичними многочленами.
3. Написати програми роботи кожного з ЛРЗ  $L_1$ ,  $L_2$ .
4. За допомогою цих програм згенерувати імпульсні функції для кожного з ЛРЗ і підрахувати їх періоди.
5. За отриманими результатами зробити висновки щодо властивостей кожного з характеристичних многочленів  $p_1(x)$ ,  $p_2(x)$ : многочлен примітивний над  $F_2$ ; не примітивний, але може бути незвідним; звідний.
6. Для кожної з двох імпульсних функцій обчислити розподіл  $k$ -грам на періоді,  $k \leq n_i$ , де  $n_i$  - степінь полінома  $f_i(x)$ ,  $i=1,2$  а також значення функції автокореляції  $A(d)$  для  $0 \leq d \leq 10$ . За результатами зробити висновки.

## Варіант 1

$$P_1(X) = X^{20} + X^{16} + X^{14} + X^{12} + X^{10} + X^7 + X^6 + X + 1$$

$$P_2(X) = X^{24} + X^{21} + X^{12} + X^{11} + X^{10} + X^7 + X^2 + X + 1$$

*Довжини періодів імпульсних функцій*

$$L_1 = 1048575$$

$$L_2 = 3355443$$

*Значення функцій автокореляції  $Ad(s)$  для  $0 \leq d \leq 10$ , для відповідних імпульсних функцій:*

Значення $d$	$Ad(s)$ для імн.ф-ції $L_1$	$Ad(s)$ для імн.ф-ції $L_2$
0	0	0
1	524288	1677312
2	524288	1677312

3	524288	1677312
4	524288	1677312
5	524288	1677312
6	524288	1679360
7	524288	1677312
8	524288	1677312
9	524288	1677312
10	524288	1677312

## КграмиL1

"11" f : 25%   c : 262144	"0101" f : 6.25002%   c : 65536	"10011" f : 3.12501%   c : 32768
"01" f : 25%   c : 262144	"1010" f : 6.25002%   c : 65536	"11001" f : 3.12501%   c : 32768
"10" f : 25%   c : 262143	"1001" f : 6.25002%   c : 65536	"01110" f : 3.12501%   c : 32768
"00" f : 25%   c : 262143	"0011" f : 6.25002%   c : 65536	"00111" f : 3.12501%   c : 32768
"101" f : 12.5%   c : 131072	"1100" f : 6.24993%   c : 65535	"00011" f : 3.12501%   c : 32768
"010" f : 12.5%   c : 131072	"1110" f : 6.24993%   c : 65535	"10010" f : 3.12501%   c : 32768
"001" f : 12.5%   c : 131072	"0000" f : 6.24993%   c : 65535	"01001" f : 3.12501%   c : 32768
"111" f : 12.5%   c : 131072	"1000" f : 6.24993%   c : 65535	"00001" f : 3.12501%   c : 32768
"011" f : 12.5%   c : 131072	"11111" f : 3.12501%   c : 32768	"00010" f : 3.12501%   c : 32768
"110" f : 12.4999%   c : 131071	"01100" f : 3.12501%   c : 32768	"00100" f : 3.12501%   c : 32768
"100" f : 12.4999%   c : 131071	"11101" f : 3.12501%   c : 32768	"01000" f : 3.12501%   c : 32768
"000" f : 12.4999%   c : 131071	"10110" f : 3.12501%   c : 32768	"10001" f : 3.12501%   c : 32768
"1011" f : 6.25002%   c : 65536	"11011" f : 3.12501%   c : 32768	"00101" f : 3.12501%   c : 32768
"1101" f : 6.25002%   c : 65536	"10111" f : 3.12501%   c : 32768	"01010" f : 3.12501%   c : 32768
"0110" f : 6.25002%   c : 65536	"01011" f : 3.12501%   c : 32768	"10100" f : 3.12501%   c : 32768
"1111" f : 6.25002%   c : 65536	"11010" f : 3.12501%   c : 32768	"11000" f : 3.12492%   c : 32767
"0111" f : 6.25002%   c : 65536	"01101" f : 3.12501%   c : 32768	"11110" f : 3.12492%   c : 32767
"0001" f : 6.25002%   c : 65536	"00110" f : 3.12501%   c : 32768	"11100" f : 3.12492%   c : 32767
"0010" f : 6.25002%   c : 65536	"10101" f : 3.12501%   c : 32768	"10000" f : 3.12492%   c : 32767
"0100" f : 6.25002%   c : 65536	"01111" f : 3.12501%   c : 32768	"00000" f : 3.12492%   c : 32767

## КграмиL2

"00" f : 25.0183%   c : 839475	"101" f : 12.497%   c : 419328	"110" f : 12.4969%   c : 419327
"11" f : 24.9939%   c : 838656	"010" f : 12.497%   c : 419328	"100" f : 12.4969%   c : 419327
"01" f : 24.9939%   c : 838656	"001" f : 12.497%   c : 419328	"0000" f : 6.27289%   c : 210483
"10" f : 24.9939%   c : 838655	"111" f : 12.497%   c : 419328	"1111" f : 6.24848%   c : 209664
"000" f : 12.5214%   c : 420147	"011" f : 12.497%   c : 419328	"1011" f : 6.24848%   c : 209664

"0101" f : 6.24848% | c : 209664  
"1010" f : 6.24848% | c : 209664  
"1101" f : 6.24848% | c : 209664  
"0001" f : 6.24848% | c : 209664  
"0010" f : 6.24848% | c : 209664  
"0100" f : 6.24848% | c : 209664  
"1001" f : 6.24848% | c : 209664  
"0011" f : 6.24848% | c : 209664  
"0111" f : 6.24848% | c : 209664  
"1110" f : 6.24848% | c : 209664  
"0110" f : 6.24845% | c : 209663  
"1100" f : 6.24845% | c : 209663  
"1000" f : 6.24845% | c : 209663  
"00000" f : 3.1372% | c : 105267  
"11111" f : 3.13569% | c : 105216

"01110" f : 3.13569% | c : 105216  
"00001" f : 3.13569% | c : 105216  
"10000" f : 3.13566% | c : 105215  
"00101" f : 3.12806% | c : 104960  
"10100" f : 3.12806% | c : 104960  
"01010" f : 3.12806% | c : 104960  
"10011" f : 3.12806% | c : 104960  
"11011" f : 3.12806% | c : 104960  
"01101" f : 3.12806% | c : 104960  
"11001" f : 3.12806% | c : 104960  
"11100" f : 3.12806% | c : 104960  
"00111" f : 3.12806% | c : 104960  
"00010" f : 3.12806% | c : 104960  
"01000" f : 3.12806% | c : 104960  
"10110" f : 3.12803% | c : 104959

"00110" f : 3.12043% | c : 104704  
"10111" f : 3.12043% | c : 104704  
"01011" f : 3.12043% | c : 104704  
"10101" f : 3.12043% | c : 104704  
"11010" f : 3.12043% | c : 104704  
"11101" f : 3.12043% | c : 104704  
"00100" f : 3.12043% | c : 104704  
"01001" f : 3.12043% | c : 104704  
"10010" f : 3.12043% | c : 104704  
"00011" f : 3.12043% | c : 104704  
"11000" f : 3.1204% | c : 104703  
"01100" f : 3.1204% | c : 104703  
"11110" f : 3.1128% | c : 104448  
"01111" f : 3.1128% | c : 104448  
"10001" f : 3.1128% | c : 104448

*L1* - примітивне, незвідне

*L2* - не примітивне, може бути незвідним

## Код

```
#include<iostream>
using namespace std;
```

```
int main()
{
    int j;
    cin>> j;
    if (j == 1) {
        int a[20];
        a[0] = 1;a[1] = 1;a[2] = 0;a[3] = 0;
        a[4] = 0;a[5] = 0;a[6] = 1;a[7] = 1;
        a[8] = 0;a[9] = 0;a[10] = 1;a[11] = 0;
        a[12] = 1;a[13] = 0;a[14] = 1;a[15] = 0;
        a[16] = 1;a[17] = 0;a[18] = 0;a[19] = 0;

        int* s;
        s = new int[2000000];
        for (inti = 0; i< 19; i++) {
            s[i] = 0;
        }
        s[19] = 1;
        for (inti = 0; i< 1999980; i++) {
```

```

s[i + 20] = ((a[19] * s[i + 19]) + (a[18] * s[i + 18]) + (a[17] * s[i + 17]) + (a[16] * s[i + 16]) + (a[15] * s[i + 15]) + (a[14] * s[i + 14]) + (a[13] * s[i + 13]) + (a[12] * s[i + 12]) + (a[11] * s[i + 11]) + (a[10] * s[i + 10]) + (a[9] * s[i + 9]) + (a[8] * s[i + 8]) + (a[7] * s[i + 7]) + (a[6] * s[i + 6]) + (a[5] * s[i + 5]) + (a[4] * s[i + 4]) + (a[3] * s[i + 3]) + (a[2] * s[i + 2]) + (a[1] * s[i + 1]) + (a[0] * s[i + 0])) % 2;
}

```

```

for (int k = 20; k < 1999980; k++) {
    if (s[k] == 0) {
        if (s[k + 1] == 0) {
            if (s[k + 2] == 0) {
                if (s[k + 3] == 0) {
                    if (s[k + 4] == 0) {
                        if (s[k + 5] == 0) {
                            if (s[k + 6] == 0) {
                                if (s[k + 7] == 0) {
                                    if (s[k + 8] == 0) {
                                        if (s[k + 9] == 0) {
                                            if (s[k + 10] == 0) {
                                                if (s[k + 11] == 0) {
                                                    if (s[k + 12] == 0) {
                                                        if (s[k + 13] == 0) {
                                                            if (s[k + 14] == 0) {
                                                                if (s[k + 15] == 0) {
                                                                    if (s[k + 16] == 0) {
                                                                        if (s[k + 17] == 0) {
                                                                            if (s[k + 18] == 0) {
                                                                                if (s[k + 19] == 1) {
                                                                                    cout<< k<<endl;
                                                                                    }}}}}}}}}}
int b = 0;
for (int d = 0; d < 11; d++) {
    for (inti = 0; i<= 1048574; i++) {
        b = b + (s[i] + s[(i + d) % 1048575]) % 2;
    }
    cout<<endl<< b <<endl;
}
delete[] s;
}
else if (j == 2) {
    int a[24];
    a[0] = 1;a[1] = 1;a[2] = 1;a[3] = 0;
    a[4] = 0;a[5] = 0;a[6] = 0;a[7] = 1;
    a[8] = 0;a[9] = 0;a[10] = 1;a[11] = 1;
    a[12] = 1;a[13] = 0;a[14] = 0;a[15] = 0;
    a[16] = 0;a[17] = 0;a[18] = 0;a[19] = 0;
    a[20] = 0;a[21] = 1;a[22] = 0;a[23] = 0;

    int* s;

```

```
s = new int[4000000];
for (inti = 0; i < 23; i++) {
s[i] = 0;
}
s[23] = 1;

for (inti = 0; i < 3999976; i++) {

s[i + 24] = ((a[23] * s[i + 23]) + (a[22] * s[i + 22]) + (a[21] * s[i + 21]) + (a[20] * s[i + 20]) + (a[19] * s[i + 19]) + (a[18] * s[i + 18]) + (a[17] * s[i + 17]) + (a[16] * s[i + 16]) + (a[15] * s[i + 15]) + (a[14] * s[i + 14]) + (a[13] * s[i + 13]) + (a[12] * s[i + 12]) + (a[11] * s[i + 11]) + (a[10] * s[i + 10]) + (a[9] * s[i + 9]) + (a[8] * s[i + 8]) + (a[7] * s[i + 7]) + (a[6] * s[i + 6]) + (a[5] * s[i + 5]) + (a[4] * s[i + 4]) + (a[3] * s[i + 3]) + (a[2] * s[i + 2]) + (a[1] * s[i + 1]) + (a[0] * s[i + 0])) % 2;
if (s[i + 20] < 0) {
s[i + 20] = -s[i + 20];
}

}

for (int k = 24; k < 3999976; k++) {
if (s[k] == 0) {
if (s[k + 1] == 0) {
if (s[k + 2] == 0) {
if (s[k + 3] == 0) {
if (s[k + 4] == 0) {
if (s[k + 5] == 0) {
if (s[k + 6] == 0) {
if (s[k + 7] == 0) {
if (s[k + 8] == 0) {
if (s[k + 9] == 0) {
if (s[k + 10] == 0) {
if (s[k + 11] == 0) {
if (s[k + 12] == 0) {
if (s[k + 13] == 0) {
if (s[k + 14] == 0) {
if (s[k + 15] == 0) {
if (s[k + 16] == 0) {
if (s[k + 17] == 0) {
if (s[k + 18] == 0) {
if (s[k + 19] == 0) {
if (s[k + 20] == 0) {
if (s[k + 21] == 0) {
if (s[k + 22] == 0) {
if (s[k + 23] == 1) {
cout << k << endl;
}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}
int b = 0;
for (int d = 0; d < 11; d++) {
for (inti = 0; i <= 3355442; i++) {
b = b + (s[i] + s[(i + d) % 3355443]) % 2;
}
```

```
}  
cout<<endl<< b <<endl;  
}  
delete[] s;  
}  
else cout<< "error";  
return 0;  
}
```

### **Висновок:**

На цій лабораторній роботі ми:

- ознайомлсь з принципами побудови регістрів зсуву з лінійним зворотним зв'язком;
- на практиці освоєл їх програмної реалізації;
- дослідли властивості лінійних рекурентних послідовностей та їх залежності від властивостей характеристичного полінома регістра.