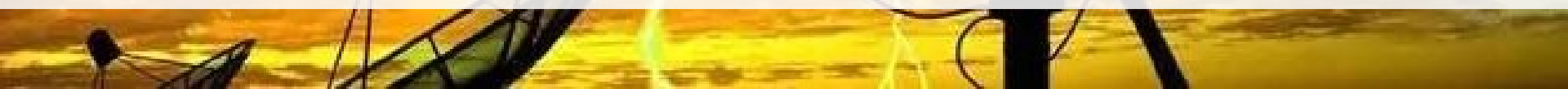


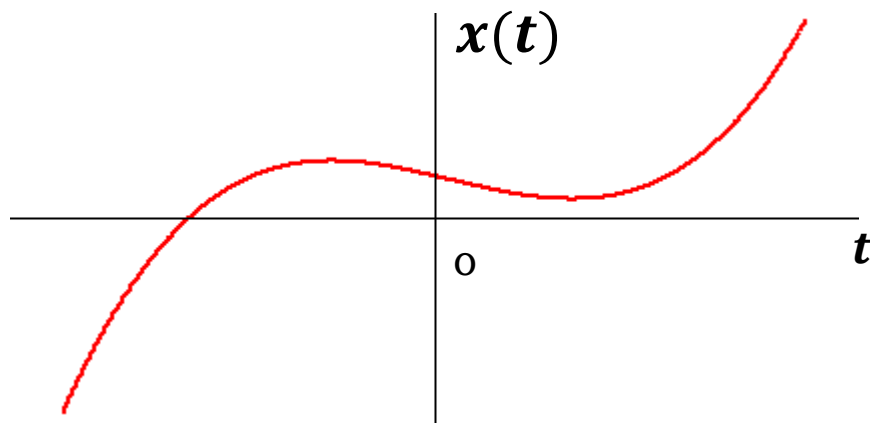


信号 • 一个承载了某些信息的时变的电压（或其他量）

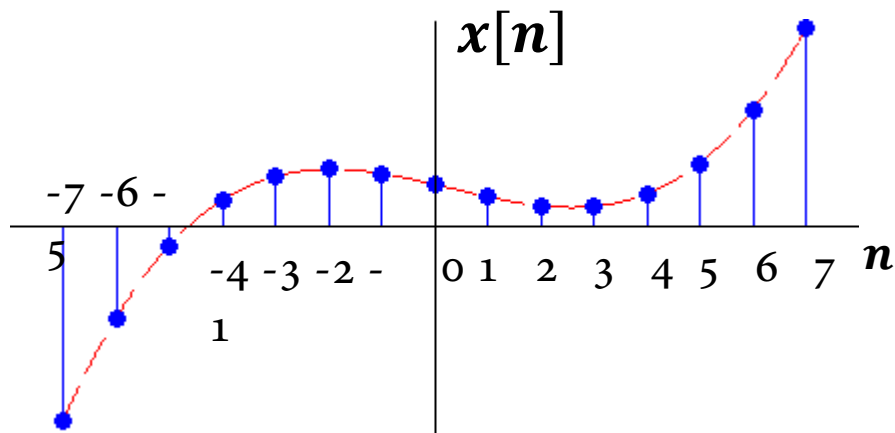


信号的图形表示

■ 连续时间信号: $x(t)$

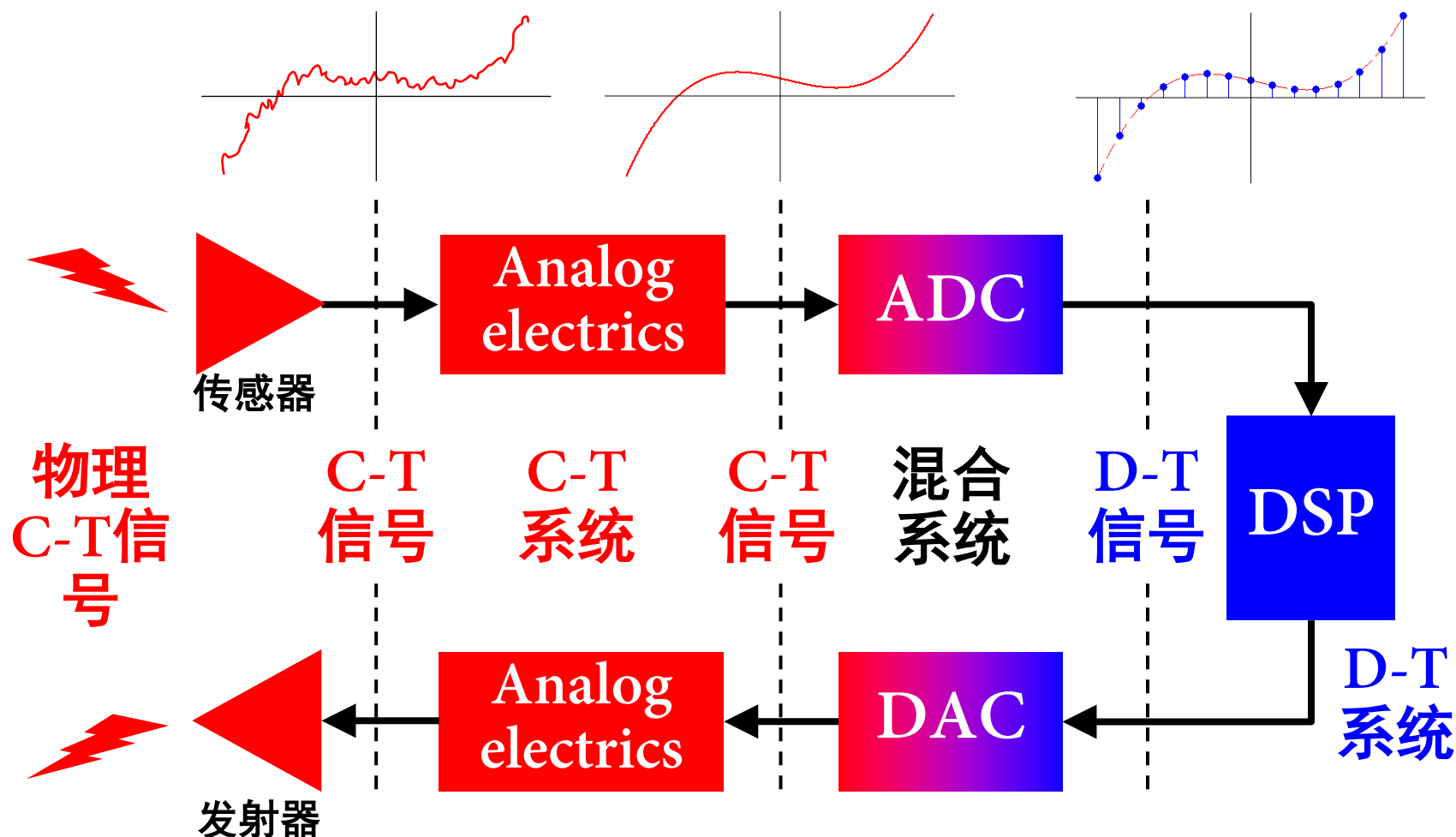


■ 离散时间信号: $x[n]$



C-T 和 D-T 信号通常会出现哪里？

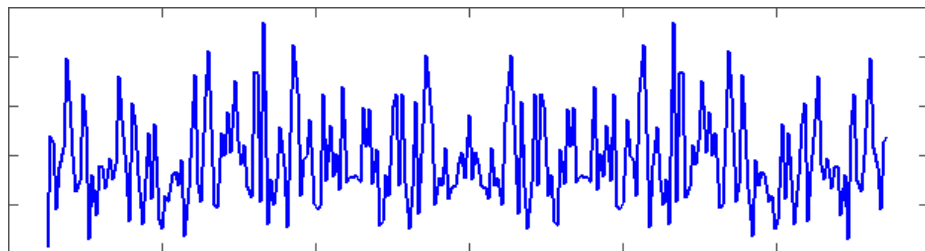
现代的电系统看上去通常是这样的...



捕捉和判断“玉兔号”无线电信号的特征

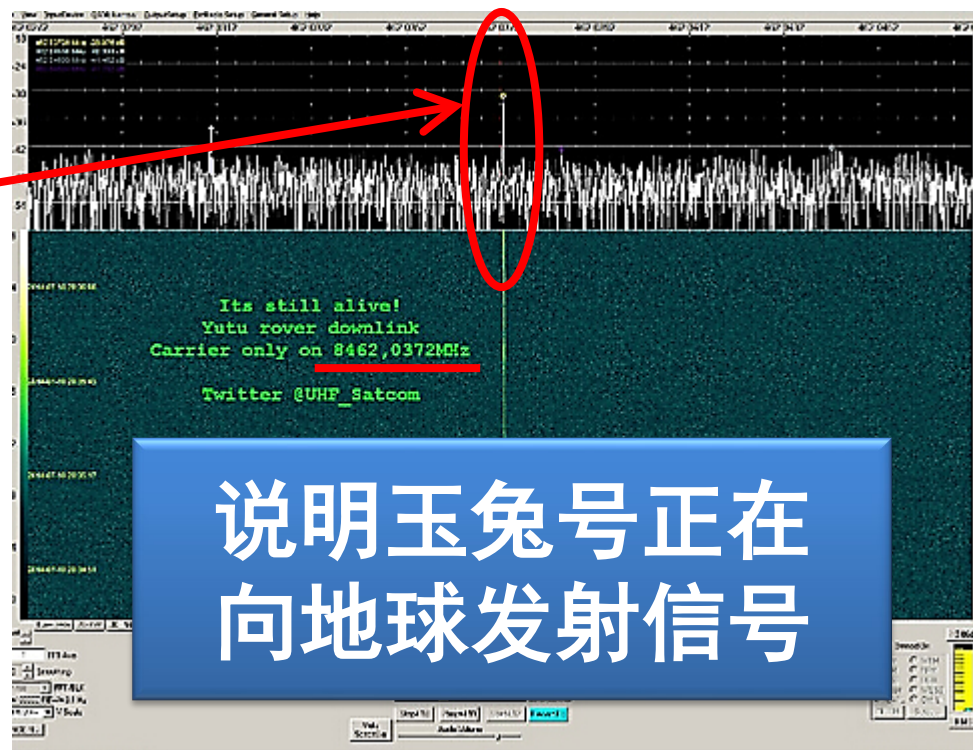
接收信号的**时域波形**：

✗ 杂乱无章，无特征



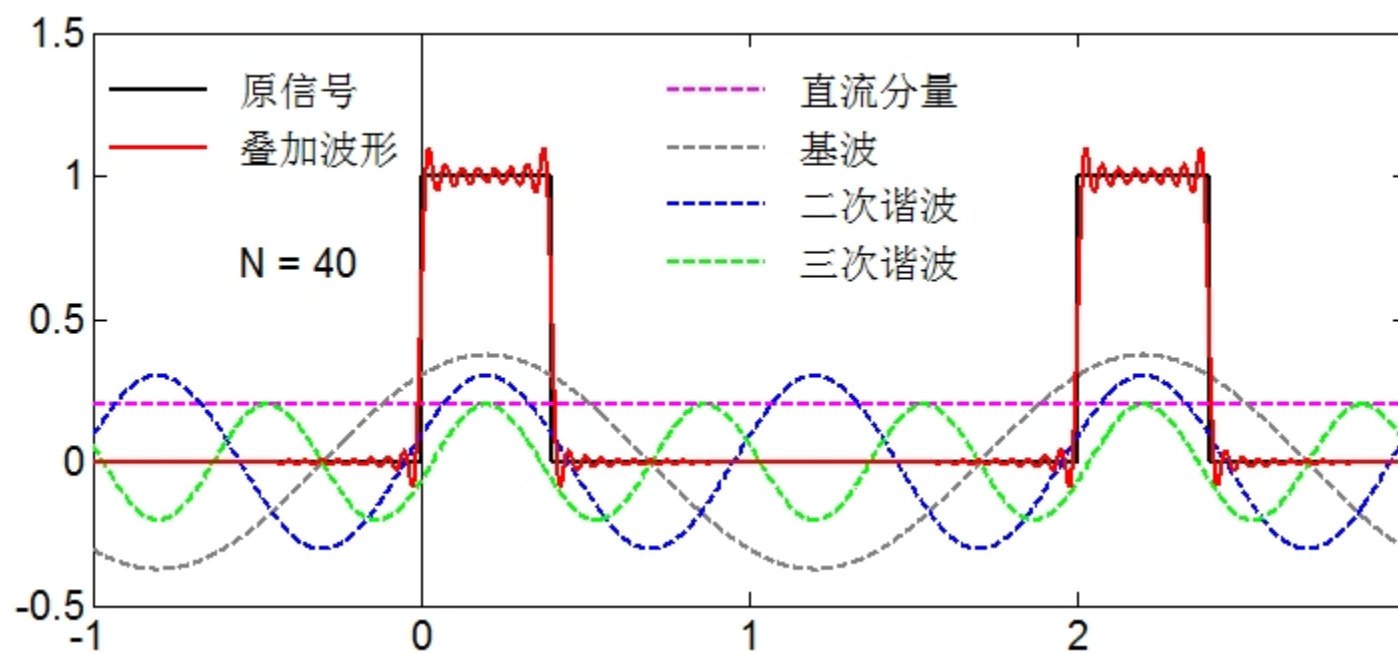
接收信号的**频域波形**
(频谱仪)：

- ✓ 8.462 GHz处有明显的频率分量
- ✓ 玉兔号下行信号中心频率约为 8.462 GHz
- ✓ 清晰的信号特征



傅里叶的两个主要观点

- (1) **周期信号**可表示为**呈谐波关系余弦信号**的**加权和**
- (2) **非周期信号**可表示为**连续频率余弦信号**的**加权积分**



连续时间周期信号的傅里叶级数表示

- 周期信号 $x(t)$: 周期 = T_1 , 角频率 $\omega_1 = 2\pi/T_1$
- 三角函数形式的傅里叶级数:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t)]$$

连续时间周期信号的傅里叶级数表示

- 周期信号 $x(t)$: 周期 = T_1 , 角频率 $\omega_1 = 2\pi/T_1$
- 三角函数形式的傅里叶级数:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t)]$$

三角函数空间周期信号的正交分解

三角函数空间周期信号的正交分解

- 完备正交函数基： $\{\cos(n\omega_1 t), \sin(n\omega_1 t)\}, n = 0, 1, \dots$
- 周期信号的正交分解： 傅里叶级数

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t)]$$

投影到
 $\cos(n\omega_1 t)$ 维度

阐述分解方法和物理含义

围绕信号分解，阐述分解方法和物理含义：

- 数学形式：傅里叶级数
- 物理含义：频谱（用另外的坐标系刻画信号特征）

□ 连续时间周期信号的傅里叶级数表示

数学形式

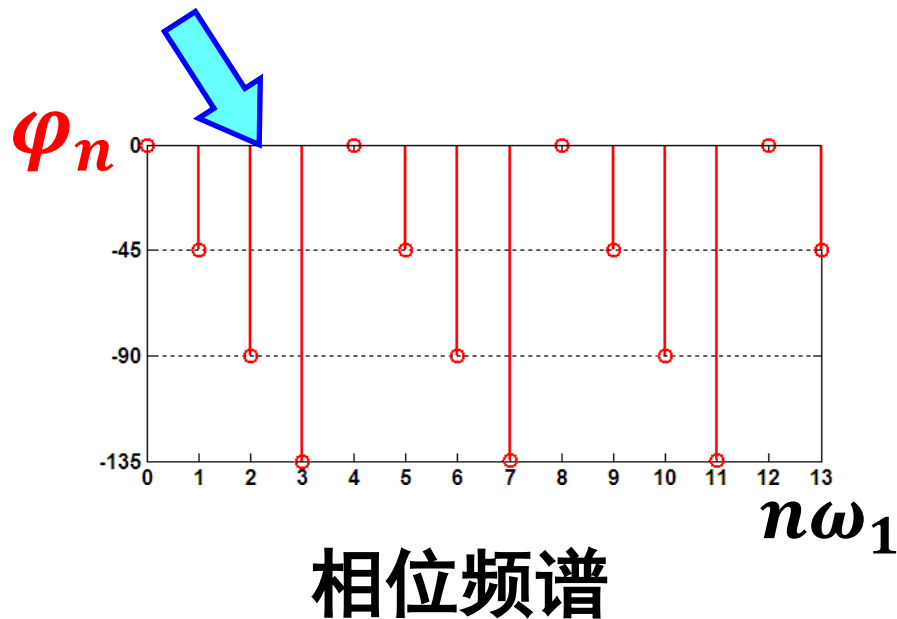
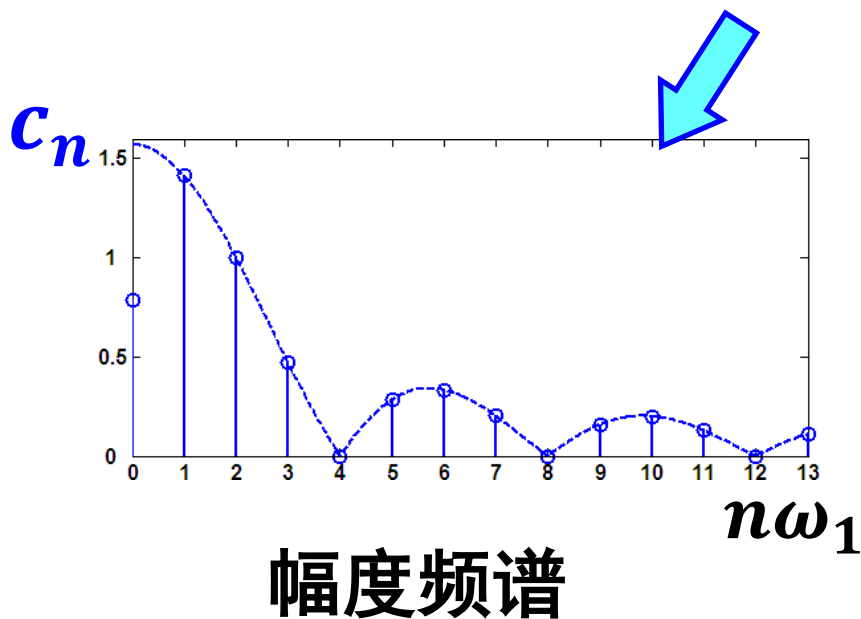
□ 连续时间周期信号的频谱

信号特征

傅里叶级数物理含义：谐波频率分量叠加

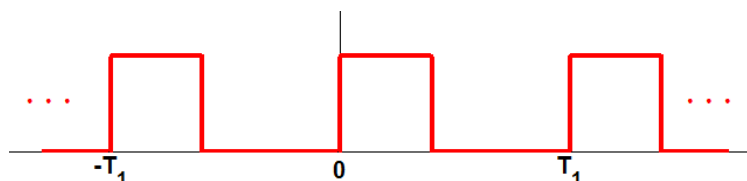
$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$$

一对 $[c_n, \varphi_n]$ 对应 $n\omega_1$ 这个余弦分量



时域 vs. 频域中的周期信号表征方法对比

时域

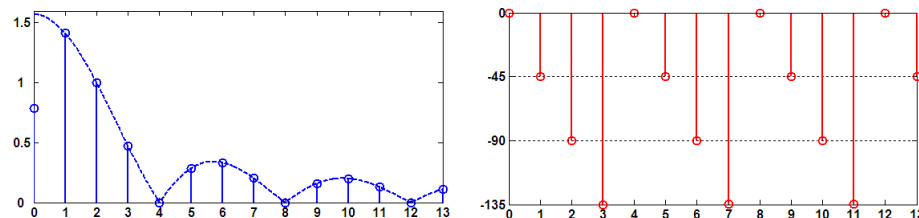


信号表征方法

不同时刻的幅度

$$x(t) = \begin{cases} E, & |t| < \tau \\ 0, & \tau < |t| < T \end{cases}$$

频域



信号表征方法

不同频率分量的幅度和相位

幅度频谱 $c_n \sim n\omega_1$
相位频谱 $\varphi_n \sim n\omega_1$

小结

傅里叶 级数

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$$

- 把周期信号分解成无穷多呈谐波关系的余弦分量

系数 计算

$$a_0, a_n, b_n, c_0, c_n, \varphi_n$$

- 基于 $\{\cos(n\omega_1 t), \sin(n\omega_1 t)\}$ 的正交性

频谱

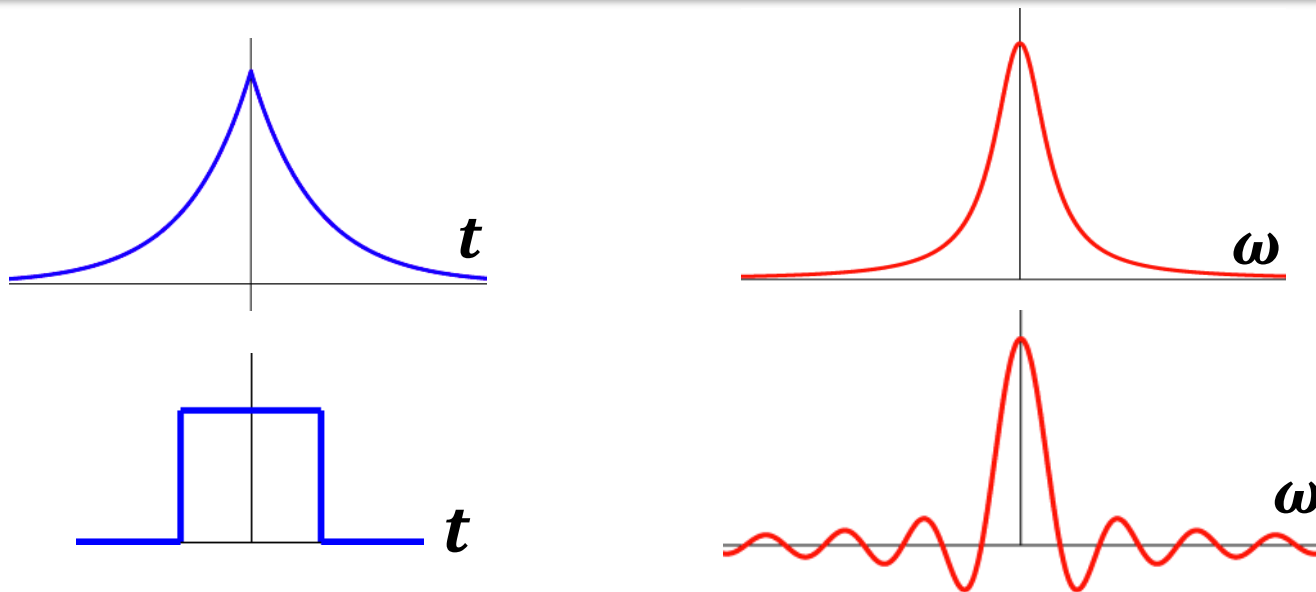
幅度谱 $c_n(n\omega_1)$; 相位谱 $\varphi_n(n\omega_1)$

- 一对 $[c_n, \varphi_n]$ 对应 $n\omega_1$ 频率的余弦分量

信号 · 带宽

傅里叶有限级数下分量频率的影响

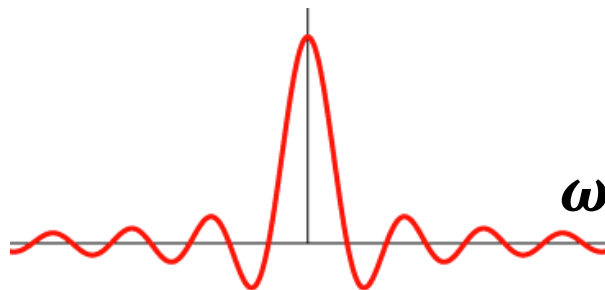
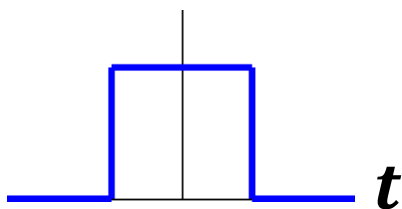
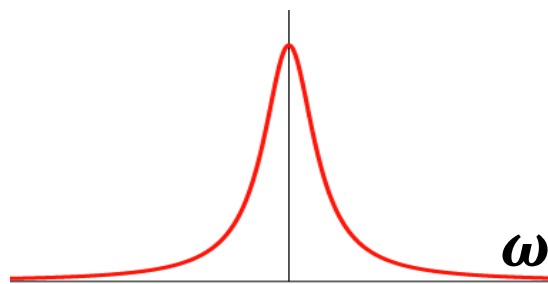
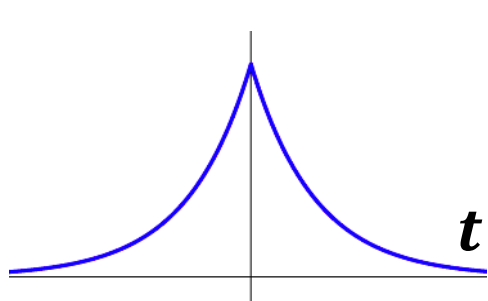
由频谱可以看出：信号的主要能量通常集中于低频分量。



工程应用中，没有必要传输信号的所有频率分量，只要保证将**占据信号能量主要部分的频率分量**有效传输即可。

信号的带宽

由频谱可以看出：信号的主要能量通常集中于低频分量。

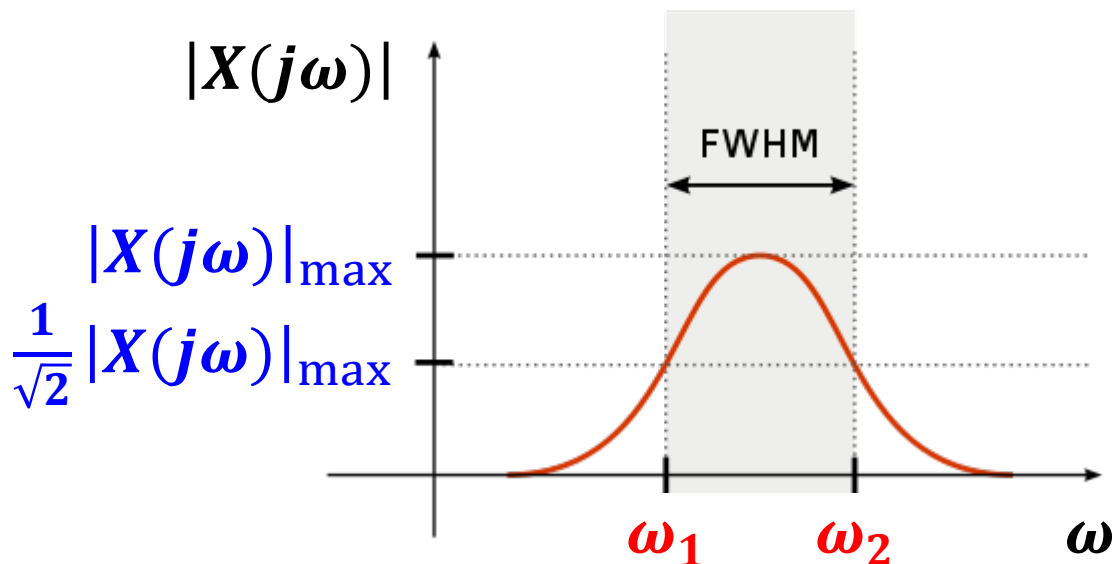


工程应用中，没有必要传输信号的所有频率分量，只要保证将**占据信号能量主要部分的频率分量**有效传输即可。为此，需要对信号定义“**带宽 (bandwidth)**”。

信号的带宽

(1) **FWHM**: *Full Width at Half Maxim* **半峰全宽/半高宽**

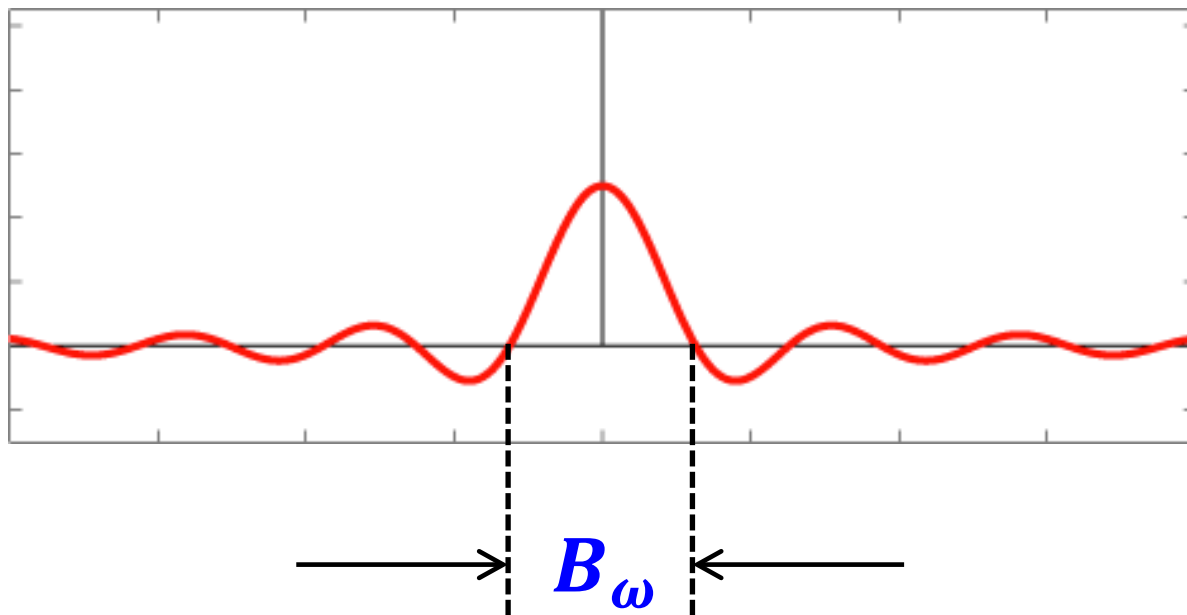
功率 ($|X(j\omega)|^2$) 下降到峰值一半 (-3 dB) 时的频谱宽度。
也称为: **-3 dB 带宽**。



信号的带宽

(2) First Zero-crossing Bandwidth 第一过零点带宽

频谱第一个零点（主瓣）对应的频谱宽度。



Further reading: http://www.ece.villanova.edu/~mobasser/ece4790_s99/bandwidth.pdf