

排列组合进阶

(讲义+笔记)

主讲教师：刘大娥

授课时间：2024.09.12



粉笔公考·官方微信

排列组合进阶（讲义）

一、错位重排

【例 1】（2014 北京）相邻的 4 个车位中停放了 4 辆不同的车，现将所有车开出后再重新停入这 4 个车位，要求所有车都不得停在原来的车位中，则一共有多少种不同的停放方式？

- A. 9
- B. 12
- C. 14
- D. 16

【例 2】（粉笔模考）将颜色为赤、橙、黄、绿、青、蓝、紫的 7 朵花，放入颜色为赤、橙、黄、绿、青、蓝、紫的 7 个盒子里，每个盒子放一朵花，恰好有 4 朵花的颜色与其所放盒子的颜色不相同的方法有多少种？

- A. 315
- B. 525
- C. 720
- D. 840

【例 3】（2017 国家）某集团企业 5 个分公司分别派出 1 人去集团总部参加培训，培训后再将 5 人随机分配到这 5 个分公司，每个分公司只分配 1 人。问 5 个参加培训的人中，有且仅有 1 人在培训后返回原分公司的概率：

- A. 低于 20%
- B. 在 20%~30%之间
- C. 在 30%~35%之间
- D. 大于 35%

二、环形排列

【例 1】（2016 联考）6 个小朋友围成一圈做游戏，小华和小明需要挨在一起，问有多少种安排方法？

- A. 360
- B. 240
- C. 120
- D. 48

【例 2】（粉笔模考）三个三口之家围坐在一个圆桌旁聚餐。要求每对夫妻座位相邻，且三个孩子也要座位相邻，则共有多少种座位安排方式？

- A. 96
B. 288
C. 576
D. 1152

【例 3】（2021 联考）两个大人带四个孩子去坐只有六个位置的圆型旋转木马，那么两个大人不相邻的概率为：

- A. $\frac{2}{5}$
B. $\frac{3}{5}$
C. $\frac{1}{3}$
D. $\frac{2}{3}$

【例 4】（2021 江苏）某次圆桌会议共设 8 个座位，有 4 个部门参加，每个部门 2 人，排座位时，要求同一部门的两人相邻，若小李和小王代表不同部门参加会议，则他们座位相邻的概率是：

- A. $\frac{1}{48}$
B. $\frac{1}{24}$
C. $\frac{1}{12}$
D. $\frac{1}{6}$

三、隔板法

【例 1】（2021 湖北选调）某次“集五福，迎新春”活动中，有爱国福、富强福、和谐福、友善福和敬业福五种福卡。小鲁当前共有 7 张福卡，只缺敬业福就能集齐五种福卡，则他当前的福卡有多少种不同的组合？

- A. 18
B. 20
C. 24
D. 30

【例 2】（2024 事业单位联考）某单位将 11 本《党员学习手册》分发给甲、乙、丙共 3 个党支部。已知甲支部至少分得 3 本，乙支部至少分得 2 本，丙支部至少分得 4 本，问一共有多少种不同的分配方式？（ ）

- A. 3
B. 4
C. 5
D. 6

【例 3】（2021 年国家）某企业选拔 170 多名优秀人才平均分配为 7 组参加培训。在选拔出的人才中，党员人数比非党员多 3 倍。接受培训的党员中的 10%

在培训结束后被随机派往甲单位等 12 个基层单位进一步锻炼。已知每个基层单位至少分配 1 人，问甲单位分配人数多于 1 的概率在以下哪个范围内？

- A. 不到 14%
- B. 14%~17%之间
- C. 17%~20%之间
- D. 超过 20%

排列组合进阶（笔记）

1. 课程时间：20:00~21:30
2. 本节课内容适用于有排列组合概率基础的同学，若无，则建议先掌握基础后再学

3. 及时互动（有不懂处将问题输入到公屏中）
4. 拓展内容有难度是正常的，学到就是赚到，要开心听课～

【注意】今晚是排列组合拓展进阶，会从三个方向与大家交流（错位重排、环形排列、隔板法）。

1. 课程时间：20:00~21:30。根据课程时间可能拖堂一两分钟，中间不休息。

2. 本节课内容适用于有排列组合概率基础的同学，因为本节课是站在有排列组合概率基础的情况下，若无，则建议先掌握基础后再学。

3. 及时互动（有不懂处将问题输入到公屏中）。
4. 拓展内容有难度是正常的，学到就是赚到，要开心听课～。

排列组合——拓展进阶

- 一、错位重排
- 二、环形排列
- 三、隔板法

【注意】排列组合——拓展进阶。本节课听下来会觉得很舒服，学会了会觉得打开一扇大门。

1. 错位重排。
2. 环形排列。
3. 隔板法：也叫插板法，之前方法精讲有接触过，现在讲的会更深。

一、错位重排

题型识别： n 个元素，打乱顺序后重新排列，元素均不回到原位置

典故：伯努利——欧拉装错信封问题

伯努利写了 n 封不同的信，有相应的 n 个不同的信封，他把这 n 封信都装错了信封，问有多少种装法？

应用环境：借调人员、互换车位、交叉审核等

【注意】错位重排：

1. 题型识别： n 个元素，打乱顺序后重新排列，元素均不回到原位置。错位重排用 D 表示， D 是错位的英文首字母。

2. 典故：伯努利——欧拉装错信封问题。是一种数学模型，假设伯努利写了 n 封不同的信，有相应的 n 个不同的信封，他把这 n 封信都装错了信封，问有多少种装法？

3. 应用环境：借调人员（重新分配不回到原单位）、互换车位（不回到原车位）、交叉审核等。

一封信，一个信封，信放错信封的情况数？

两封信，两个信封，两封信都放错信封的情况数？

三封信，三个信封，三封信都放错信封的情况数？

【注意】

1. 一封信，一个信封，信放错信封的情况数？

答：假设大写表示信，小写表示信封， A 与 a 对应， $D_1=0$ 。

2. 两封信，两个信封，两封信都放错信封的情况数？

答：假设大写表示信，小写表示信封， A 对应 b ， B 对应 a ， $D_2=1$ 。

3. 三封信，三个信封，三封信都放错信封的情况数？

答：假设大写表示信，小写表示信封。第一种情况： A 对应 b ， B 对应 c ， C 对应 a ；第二种情况： A 对应 c ， B 对应 a ， C 对应 b 。 $D_3=2$ 。

记住 $D_1 \sim D_5$ ，拿下公考错位重排！

元素个数	1	2	3	4	5
错位重排数	0	1	2	9	44

【注意】

1. $D_1=0$, $D_2=1$, $D_3=2$, $D_4=9$, $D_5=44$ 。

2. $D_6=265$, 不用记 D_6 , 因为历史上没有考过 D_6 。

3. $D_n = (n-1) * (D_{n-1} + D_{n-2})$, $D_5 = 4 * (9+2) = 4 * 11 = 44$, $D_6 = 5 * (44+9) = 5 * 53 = 265$,

错位重排考频很低, 公考历史上不超过 10 个题目。

【例 1】(2014 北京) 相邻的 4 个车位中停放了 4 辆不同的车, 现将所有车开出后再重新停入这 4 个车位, 要求所有车都不得停在原来的车位中, 则一共有多少种不同的停放方式?

A. 9

B. 12

C. 14

D. 16

【解析】1. 错位重排, $D_4=9$, 对应 A 项。**【选 A】**

【练习 1】(2011 浙江) 四位厨师聚餐时各做了一道拿手菜。现在要求每个人去品尝一道菜, 但不能尝自己做的那道菜, 问共有几种不同的尝法? ()

A. 6

B. 9

C. 12

D. 15

【解析】练习 1. 错位重排, $D_4=9$, 对应 B 项。**【选 B】**

【练习 2】(2015 山东) 某单位从下属的 5 个科室各抽调了一名工作人员, 交流到其他科室, 如每个科室只能接收一个人的话, 有多少种不同的人员安排方式?

A. 120

B. 78

C. 44

D. 24

【解析】练习 2. “交流到其他科室”, 不能交流在自己科室, 要交流到非本科室, 错位重排, $D_5=44$, 对应 C 项。**【选 C】**

【错位重排——延展变形考法】

部分错位: n 个元素中有 m 个元素重排后发生错位

解题方法：先选出错位的元素，再错位重排，即 $C(n, m) * D_m$

【引例】四个装药的瓶子都贴了标签，其中三个贴错了，那么，共有几种可能的贴法？

- A. 6
B. 8
C. 12
D. 16

【解析】错位重排——延展变形考法：

1. 部分错位：n 个元素中有 m 个元素重排后发生错位。

2. 解题方法：先选出错位的元素，再错位重排，即 $C(n, m) * D_m$ 。

3. 引例：四个装药的瓶子都贴了标签，其中三个贴错了，那么，共有几种可能的贴法？

- A. 6
B. 8
C. 12
D. 16

答：“其中三个贴错了”，是哪三个，得先选出来， $C(4, 3)$ ，再错位重排， D_3 。 $C(4, 3) * D_3 = 4 * 2 = 8$ ，选择 B 项。写 $C(4, 1)$ 可以吗？四个瓶子里选 3 个贴错了，相当于四个瓶子里选 1 个没有贴错，表达形式推荐写 $C(4, 3)$ ，计算形式写 $C(4, 1)$ 也可以。

【例 2】（粉笔模考）将颜色为赤、橙、黄、绿、青、蓝、紫的 7 朵花，放入颜色为赤、橙、黄、绿、青、蓝、紫的 7 个盒子里，每个盒子放一朵花，恰好有 4 朵花的颜色与其所放盒子的颜色不相同的方法有多少种？

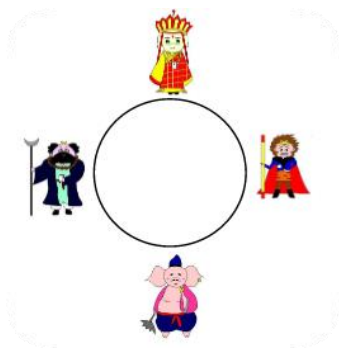
- A. 315
B. 525
C. 720
D. 840

【解析】2. “恰好有 4 朵花的颜色与其所放盒子的颜色不相同的方法有多少种”，相当于 7 朵里面有 4 朵错了，是部分错排，先选再排，7 朵里面选 4 朵错了， $C(7, 4)$ ，再错位重排， D_4 ，分步过程用乘法， $C(7, 4) * D_4 = C(7, 4) * 9$ ，结果是 9 的倍数，各位数加和是 9 的倍数，A、C 项符合各位数加和是 9 的倍数，B、D 项不符合各位数加和是 9 的倍数，排除 B、D 项。 $C(7, 4) = C(7, 3) = (7 * 6 * 5) / (3 * 2 * 1) = 35$ ， $35 * 9 = 315$ ，选择 A 项。【选 A】

四个人排成一排，共有多少种排法？



四个人围成一圈，共有多少种排法？



【注意】环形排列：

1. 四个人排成一排，共有多少种排法？

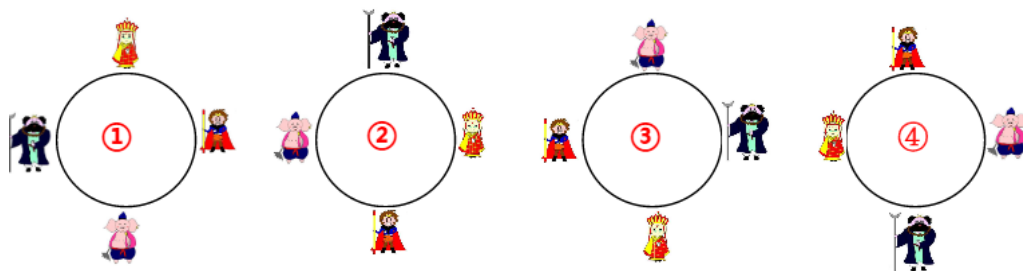
答：4 个人 4 个位置， $A(4, 4)$ ，这是直线排列。

2. 四个人围成一圈，共有多少种排法？

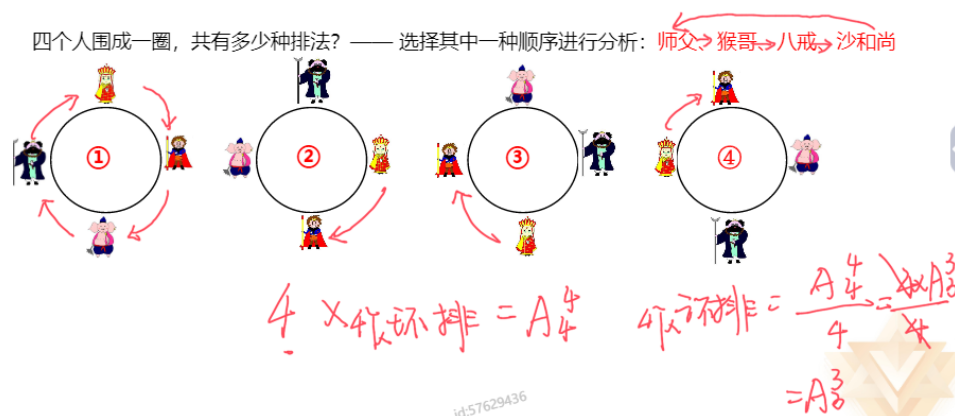
答：四个人围成一圈会形成闭环，起点和结尾重复，和直线相互对应的，4 个人围成一圈，就是环形排列，环形排列是否考虑方位？比如，你在东边，我在西边，不用考虑方位，只考虑相对位置，什么是相对位置，比如师傅后面位置是猴哥，猴哥后面位置是八戒，八戒后面位置是沙僧，沙僧后面位置是师傅，只考虑这个。

四个人排成一排，共有多少种排法？ $A(4, 4)$

四个人围成一圈，共有多少种排法？——选择其中一种顺序进行分析：师父、猴哥、八戒、沙和尚



【注意】4种是一样的，师傅后面位置都是猴哥，如果理解为不同，相当于每种环形排列都重复了4次。 4×4 个人环排= $A(4, 4)$ ，4个人环排= $A(4, 4)/4=4 \times A(3, 3)/4=A(3, 3)$ 。



结论：

4人进行环形排列，有 $A(4, 4)/4=A(3, 3)$ 种排法

n人进行环形排列，有 $A(n, n)/n=A(n-1, n-1)$ 种排法

【引例】宣传部6个成员围成一圈跳集体舞，有多少种排法？

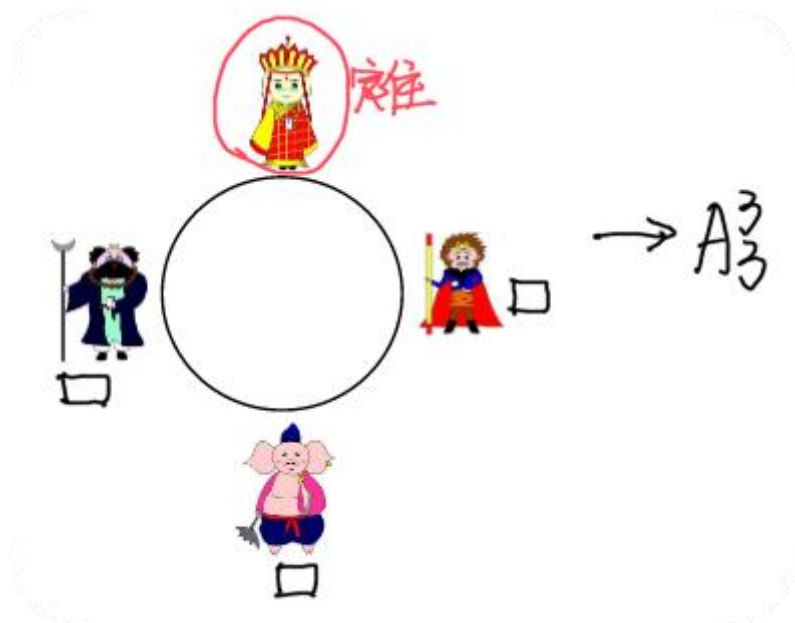
- A. 48
- B. 72
- C. 84
- D. 120

【注意】

1. 4人进行环形排列，有 $A(4, 4)/4=A(3, 3)$ 种排法。比如8人一桌吃席，相当于8人环排， $A(8, 8)/8=A(7, 7)$ ，其实就相当于 $A(8-1, 8-1)=A(7, 7)$ 。

2. n人进行环形排列，有 $A(n, n)/n=A(n-1, n-1)$ 种排法。 $A(n, n)/n=n \times A(n-1, n-1)/n=A(n-1, n-1)$ 。

3. 还有一种理解：四个人四个位置，定住师傅，除了师傅还有三个位置，三个徒弟三个位置，有顺序关系，相当于三人全排列， $A(3, 3)$ 。



4. 引例：宣传部 6 个成员围成一圈跳集体舞，有多少种排法？

- A. 48
B. 72
C. 84
D. 120

答：直接套结论， $A(6-1, 6-1) = A(5, 5) = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ ，对应 D 项。

5. 记住 $A(2,2)=2$, $A(3,3)=6$, $A(4,4)=24$, $A(5,5)=120$, $A(6,6)=720$ 。

【例 1】(2016 联考) 6 个小朋友围成一圈做游戏, 小华和小明需要挨在一起, 问有多少种安排方法?

- A. 360
B. 240
C. 120
D. 48

【解析】1. “小华和小明需要挨在一起”就是要相邻，要捆绑。捆绑法的操作是先捆再排，这里的排是环排，先把小华和小明捆起来，内部有顺序， $A(2, 2)$ ，看成一个大胖子，假设还有 4 个小朋友是 a、b、c、d，相当于 5 个大元素环排， $A(5-1, 5-1)$ ，分步， $A(2, 2) * A(5-1, 5-1) = A(2, 2) * A(4, 4) = 2 * 24 = 48$ ，对应 D 项。【选 D】

【例 2】(粉笔模考) 三个三口之家围坐在一个圆桌旁聚餐。要求每对夫妻座位相邻, 且三个孩子也要座位相邻, 则共有多少种座位安排方式?

A. 96

B. 288

C. 576

D. 1152

【解析】2. 三个三口之家有 9 人，“要求每对夫妻座位相邻，且三个孩子也要座位相邻”意味着要捆绑，问共有多少种座位安排方式。先捆再排，注意要环排，先捆夫妻，3 个家庭， $A(2, 2)$ 、 $A(2, 2)$ 、 $A(2, 2)$ 。还要捆 3 个孩子， $A(3, 3)$ ，既要捆第一对夫妻，又要捆第二对夫妻，又要捆第三对夫妻，还要捆孩子，用乘法， $A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(3, 3)$ 。环排是 $A(4-1, 4-1)$ ，先捆再排，用乘法， $A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(3, 3) * A(4-1, 4-1) = 2*2*2*6*6 = 8*36 =$ 尾 8，选择 B 项。【选 B】

【例 3】（2021 联考）两个大人带四个孩子去坐只有六个位置的圆型旋转木马，那么两个大人不相邻的概率为：

A. $2/5$

B. $3/5$

C. $1/3$

D. $2/3$

【解析】3. 方法一：题目只有 6 个位置，2 个大人不相邻，则 6 个人 6 个位置，为圆型的旋转木马，不相邻用插空法，求概率， $P = \text{满足要求} / \text{总情况}$ ，总情况 = 6 个人环排 = $A(6-1, 6-1) = A(5, 5)$ ，满足要求：大人不相邻，先排再插，4 个孩子，环排为 $A(4-1, 4-1) = A(3, 3)$ ，形成 4 个空，选 2 个把大人放进去，两个大人不一样，交换顺序会影响结果，为 $A(4, 2)$ ，则 $P = A(3, 3) * A(4, 2) / A(5, 5) = A(3, 3) * 4 * 3 / [5 * 4 * A(3, 3)] = 3/5$ 。

方法二： $P_{\text{不相邻}} = 1 - P_{\text{相邻}}$ ，大人 1 先坐，概率为 1，大人 2 要相邻，有 5 个位置选择，2 个位置相邻， $P = 2/5$ ，注意不要选 A 项， $P_{\text{不相邻}} = 1 - 2/5 = 3/5$ 。【选 B】

【例 4】（2021 江苏）某次圆桌会议共设 8 个座位，有 4 个部门参加，每个部门 2 人，排座位时，要求同一部门的两人相邻，若小李和小王代表不同部门参加会议，则他们座位相邻的概率是：

A. $1/48$

B. $1/24$

C. $1/12$

D. $1/6$

【解析】4. 方法一：小李和小王相邻→有捆绑，同一个部门的要相邻，也有

捆绑， $P = \text{满足要求} / \text{总情况}$ ，总情况：4 个部门分别捆起来为 $A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2)$ ，4 捆环排 $= A(4-1, 4-1) = A(3, 3)$ ，则总情况 $= A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(3, 3)$ 。满足要求：小王和小李相邻，为不同部门，捆在一起之后，他们左右的位置都固定了（如李同事、李、王、王同事），为 $A(2, 2)$ ，此时搞定了 2 个部门，再排剩下 2 个部门，分别捆绑均为 $A(2, 2)$ ，之后相当于 3 个大整体环排，为 $A(3-1, 3-1) = A(2, 2)$ ， $P = A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) / [A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(2, 2) * A(3, 3)] = 1/A(3, 3) = 1/6$ 。

方法二：按照跟屁虫思路，小李先坐，两边有 2 个位置，先考虑小李的同事，同部门同事会从左右 2 边选 1 个位置坐下，此时小王再坐，一共还剩 8-26 个位置，要想和小李挨着，只有 1 个位置，小王概率为 $1/6$ ，则 $P = 1 * 1/6 = 1/6$ 。【选 D】

补充——特殊概率题型：跟屁虫

题型特征：两人（物）要在同一排、列、队、车

解题思路：分步求概率

第一步：让其中一人任意找位置， $P_1 = 1$ （必然事件）

第二步：让另一人去找， P_2

分步用乘法： $P = P_1 * P_2 = P_2$

【引例】教室有 5 排共 30 个座位，每排座位数相同，小张和小李随机入座，则他们坐在同一排的概率：

【注意】补充——特殊概率题型：跟屁虫。

1. 题型特征：两人（物）要在同一排、列、队、车。

2. 解题思路：分步求概率。

(1) 第一步：让其中一人任意找位置， $P_1 = 1$ （必然事件）

(2) 第二步：让另一人去找， P_2 （跟）。

(3) 分步用乘法： $P = P_1 * P_2 = P_2$ 。

3. 引例：教室有 5 排共 30 个座位，每排座位数相同，小张和小李随机入座，则他们坐在同一排的概率：

答：每排座位数相同，每排 $30/5 = 6$ 个座位，小张先坐，随便坐，是必然事件，概率为 100%；小李再坐，30 个位置小张坐了 1 个，还剩 29 个，要想和小张

解题方法：

①7个相同苹果中间有 $7-1=6$ 个空，分给3个人，每人至少一个，需要隔 $3-1=2$ 个板子

②6个空中选择2个空插入板子，即 $C(7-1, 3-1) = C(6, 2)$ 。

【引例2】10个相同的苹果分给五个小朋友，每人至少分1个，问有多少种分法？

解题方法：

①n个相同物品形成 $n-1$ 个空，分给m个人，每人至少一个，需要隔 $m-1$ 个板子

②共有 $C(n-1, m-1)$ 种分法。

【注意】隔板法（插板法）——同素分堆：

1. 题型识别：将n个相同的元素分给m个人，每人至少一个该元素，共有多少种分法？

2. 应用环境：

(1) 相同元素。

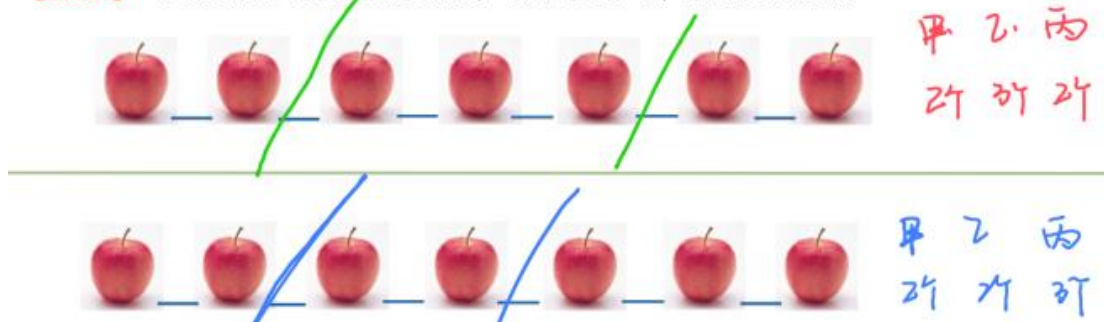
(2) 每人至少一个该元素（分堆 ≥ 1 ）。

3. 例：

(1) 7个相同的苹果分给三个小朋友，每人至少分1个，问有多少种分法？

答：7个苹果分成3堆，元素是相同的，用隔板法。①7个相同苹果中间有 $7-1=6$ 个空（只能从苹果中间分，如果放在两端，出现0个苹果，不满足至少1个），分给3个人，每人至少一个，需要隔 $3-1=2$ 个板子。②6个空中选择2个空插入板子，板子都是一样的，交换板子不影响结果，即 $C(7-1, 3-1) = C(6, 2)$ 。如果甲、乙、丙按照2、3、2分，和甲、乙、丙按照2、2、3分，只需要换板子的位置，板子的位置已经涵盖了甲、乙、丙不同的可能性。

【引例1】7个相同的苹果分给三个小朋友，每人至少分1个，问有多少种分法？



(2) 10 个相同的苹果分给五个小朋友, 每人至少分 1 个, 问有多少种分法?

答: 10 个苹果形成 $10-1=9$ 个空, 分给 5 个人, 插 $5-1=4$ 个板, 所求 $=C(9, 4)$ 。

4. 解题方法:

(1) n 个相同物品形成 $n-1$ 个空, 分给 m 个人, 每人至少一个, 需要隔 $m-1$ 个板子。

(2) 共有 $C(n-1, m-1)$ 种分法。

【方法精讲回顾】(2020-联考) 某城市一条道路上有 4 个十字路口, 每个十字路口至少有 1 名交通协管员, 现将 8 个协管员名额分配到这 4 个路口, 则每个路口协管员名额的分配方案有 ()

- A. 35 种
- B. 70 种
- C. 96 种
- D. 114 种

【解析】拓展. 本题分配的是名额, 名额元素相同, 每个路口至少一个, 涉及分堆。8 个名额元素相同, 中间有 $8-1=7$ 个空, 分给 4 个路口, 每个路口至少一个名额, 需要插 $4-1=3$ 个板子, 所求 $=C(7, 3)=35$ 。【选 A】

【例 1】(2021 湖北选调) 某次“集五福, 迎新春”活动中, 有爱国福、富强福、和谐福、友善福和敬业福五种福卡。小鲁当前共有 7 张福卡, 只缺敬业福就能集齐五种福卡, 则他当前的福卡有多少种不同的组合?

- A. 18
- B. 20
- C. 24
- D. 30

【解析】1. 7 张卡, 分成 4 种福, 每一种至少一张, 7 张卡产生 $7-1=6$ 个空, 分成 4 种福, 需要插 $4-1=3$ 个板, 所求 $=C(6, 3)=\frac{6*5*4}{(3*2*1)}=20$ 。【选 B】

【拓展变形】25 个相同的苹果分给三个小朋友, 每人至少分 6 个, 问有多少种分法?

变形式:

将 n 个相同的元素分给 m 个人, 每人至少分 X 个该元素,

则每人先分 $(X-1)$ 个该元素, 余下的元素再用隔板法进行二次分配。

至少分得 4 本，问一共有多少种不同的分配方式？（ ）

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

【解析】2. 根据题意，先给甲 2 本，乙 1 本，丙 3 本，给了 $2+1+3=6$ 本，还余 $11-6=5$ 本，产生 5-1 个空，分给 3 个支部，每个支部至少 1 个，插 3-1 个板， $C(5-1, 3-1) = C(4, 2) = 6$ 。【选 D】

【例 3】（2021 年国家）某企业选拔 170 多名优秀人才平均分配为 7 组参加培训。在选拔出的人才中，党员人数比非党员多 3 倍。接受培训的党员中的 10% 在培训结束后被随机派往甲单位等 12 个基层单位进一步锻炼。已知每个基层单位至少分配 1 人，问甲单位分配人数多于 1 的概率在以下哪个范围内？

- A. 不到 14%
- B. 14%~17%之间
- C. 17%~20%之间
- D. 超过 20%

【解析】3. 看到平均，分配的是人，为 7 的整数倍，170 多种，有且只有 175 满足 7 的整数倍，170 多=140+30 多，7 的整数倍只有 35，则总人数为 175。多 3 倍=是 4 倍，党员/非党员=4/1，党员=175*4/5=140 人，只选派 $140*10\%=14$ 人下基层，到 12 个基层单位锻炼，每个基层单位至少分配 1 人，单位不在意是谁分配过来，题目只问人数，和具体的人没有关系。题目转化为 14 名党员被随机派往甲单位等 12 个基层单位进一步锻炼，即同素分堆， $P=\text{满足要求}/\text{总情况}$ ，总情况=14 个党员分给 12 个单位，每个单位至少 1 个党员， $C(14-1, 12-1) = C(13, 11) = C(13, 2) = 13*12/2=78$ 。满足要求：甲要多于 1 人，可能是 2 人、也可能是 3 人（不可能 4 人，甲 4 人则有一个单位没有人），不需要分类讨论，先给甲 1 人，此时还余 $14-1=13$ 人，再同素分堆， $C(13-1, 12-1) = C(12, 11) = 12$ 种， $P=12/78=2/13=1/6.5 > 1/7 \approx 14.3\%$ ， $1/6.5 < 1/6 \approx 16.7\%$ ，对应 B 项。【选 B】

【注意】有的同学会分类讨论：甲 2 人，则其余 11 个单位选 1 个单位也分 2 人， $C(11, 1) = 11$ 种；甲 3 人，则其余 11 个单位各 1 人，有 1 种。分类用加法=11+1=12 种，也是可以的。

隔板法小结

公式 $C(n-1, m-1)$

应用环境：1. 相同元素

2. 分给不同的人

3. 每人至少一个该元素

变形式：

将 n 个相同的元素分给 m 个人，每人至少分 X 个该元素，

则每人先分 $(X-1)$ 个该元素，余下的元素再用隔板法进行分配。

【注意】隔板法小结：

1. 公式 $C(n-1, m-1)$ 。

2. 应用环境：

(1) 相同元素。

(2) 分给不同的人。

(3) 每人至少一个该元素。

3. 变形式：将 n 个相同的元素分给 m 个人，每人至少分 X 个该元素，则每人先分 $(X-1)$ 个该元素，余下的元素再用隔板法进行分配。



【注意】排列组合进阶：

1. 错位重排：

- (1) n 个元素，重排后全部发生错位。
- (2) $D_1=0$; $D_2=1$; $D_3=2$; $D_4=9$; $D_5=44$ 。
- (3) n 个元素中，有 m 个元素重排后发生错位 $C(m, n) * D_m$ 。

2. 环形排列：

- (1) n 个元素围成一圈，共有 $A(n-1, n-1)$ 种排法。
- (2) 环排+概率若是要求相邻/不相邻，可考虑跟昆虫法。

3. 隔板法（插板法）：

- (1) n 个相同的元素分给 m 个人，每个人至少一个该元素。
- (2) 公式： $C(m-1, n-1)$ 。
- (3) 变形：至少 x 个，先给 $x-1$ 个，剩余元素再隔板。

【答案汇总】

错位排列 1-3: AAD

环形排列 1-4: DBBD

隔板法 1-3: BDB

遇见不一样的自己

Be your better self