多元统计分析

张锋 *8125345@qq.com*
中国地质大学, 计算机学院, 武汉

矩阵分析

行向量对元素求导

设 $\mathbf{y}^T=\begin{bmatrix} y_1 & \cdots & y_n \end{bmatrix}$ 是 n 维行向量，x 是元素，则 $\dfrac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial x}=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial y_1}{\partial x} & \cdots & \dfrac{\partial y_n}{\partial x} \end{bmatrix}$

列向量对元素求导

设 $\mathbf{y}=\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$ 是 m 维列向量，x 是元素，则 $\dfrac{\partial \mathbf{y}}{\partial x}=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial y_1}{\partial x} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial y_m}{\partial x} \end{bmatrix}$

矩阵对元素求导

设 $Y=\begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ y_{m1} & \cdots & y_{mn} \end{bmatrix}$ 是 $m\times n$ 矩阵，x 是元素，则

$$\frac{\partial Y}{\partial x}=\begin{bmatrix} \frac{\partial y_{11}}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial y_{1n}}{\partial x} \\ \vdots & & \\ \frac{\partial y_{m1}}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial y_{mn}}{\partial x} \end{bmatrix}。$$

元素对行向量求导

设 y 是元素，$\mathbf{x}^T = [x_1 \quad \cdots \quad x_q]$ 是 q 维行向量，则 $\dfrac{\partial y}{\partial \mathbf{x}^T} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial y}{\partial x_1} & \cdots & \dfrac{\partial y}{\partial x_q} \end{bmatrix}$

元素对列向量求导

设 y 是元素，$\mathbf{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}$ 是 p 维列向量，则 $\dfrac{\partial y}{\partial \mathbf{x}}=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial y}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial y}{\partial x_p} \end{bmatrix}$

元素对矩阵求导

设 y 是元素，$X=\begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1q} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{p1} & \cdots & y_{pq} \end{bmatrix}$ 是 $p\times q$ 矩阵，则

$$\frac{\partial y}{\partial X}=\begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial x_{11}} & \cdots & \frac{\partial y}{\partial x_{1q}} \\ \vdots & & \\ \frac{\partial y}{\partial x_{p1}} & \cdots & \frac{\partial y}{\partial x_{pq}} \end{bmatrix}$$ 。

行向量对列向量求导

设 $\mathbf{y}^T = \begin{bmatrix} y_1 & \cdots & y_n \end{bmatrix}$ 是 n 维行向量，$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}$ 是 p 维列向量，则

$$\frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_n}{\partial x_1} \\ \vdots & & \\ \frac{\partial y_1}{\partial x_p} & \cdots & \frac{\partial y_n}{\partial x_p} \end{bmatrix}$$

。

列向量对行向量求导

设 $\mathbf{y}=\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$ 是 m 维列向量，$\mathbf{x}^T=[x_1 \quad \cdots \quad x_q]$ 是 q 维行向量，则

$$\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{x}^T}=\begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_q} \\ \vdots & & \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_q} \end{bmatrix}。$$

行向量对行向量求导

设 $\mathbf{y}^T = [y_1 \quad \cdots \quad y_n]$ 是 n 维行向量，$\mathbf{x}^T = [x_1 \quad \cdots \quad x_q]$ 是 q 维行向量，则

$$\frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial \mathbf{x}^T} = \left[\frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial x_1} \quad \cdots \quad \frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial x_q} \right]。$$

列向量对列向量求导

设 $\mathbf{y}=\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$ 是 m 维列向量，$\mathbf{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}$ 是 p 维列向量，则 $\dfrac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{x}}=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial y_1}{\partial \mathbf{x}} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial y_m}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix}$

矩阵对行向量求导

设 $Y=\begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ y_{m1} & \cdots & y_{mn} \end{bmatrix}$ 是 $m\times n$ 矩阵，$\mathbf{x}^T=[x_1 \quad \cdots \quad x_q]$ 是 q 维行向量，则

$$\frac{\partial Y}{\partial \mathbf{x}^T}=\begin{bmatrix} \frac{\partial Y}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial Y}{\partial x_q} \end{bmatrix}$$

行向量对矩阵求导

设 $\mathbf{y}^T=[y_1 \quad \cdots \quad y_n]$ 是 n 维行向量，$X=\begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1q} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{p1} & \cdots & y_{pq} \end{bmatrix}$ 是 $p\times q$ 矩阵，则

$$\frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial X}=\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial x_{11}} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial x_{1q}} \\ \vdots & & \\ \frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial x_{p1}} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial x_{pq}} \end{bmatrix}。$$

列向量对矩阵求导

设 $\mathbf{y}=\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$ 是 m 维列向量，$X=\begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1q} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{p1} & \cdots & y_{pq} \end{bmatrix}$ 是 $p\times q$ 矩阵，则

$$\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial X}=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial y_1}{\partial X} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial y_m}{\partial X} \end{bmatrix}。$$

矩阵对矩阵求导

设 $Y=\begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ y_{m1} & \cdots & y_{mn} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{y}_m^T \end{bmatrix}$ 是 $m\times n$ 矩阵，$X=\begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1q} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{p1} & \cdots & y_{pq} \end{bmatrix}$

$=[\mathbf{x}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{x}_q]$ 是 $p\times q$ 矩阵，则

$$\frac{\partial Y}{\partial X}=\begin{bmatrix} \frac{\partial Y}{\partial \mathbf{x}_1} & \cdots & \frac{\partial Y}{\partial \mathbf{x}_q} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{y}_1^T}{\partial X} \\ \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{y}_m^T}{\partial X} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{y}_1^T}{\partial \mathbf{x}_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{y}_1^T}{\partial \mathbf{x}_q} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{y}_m^T}{\partial \mathbf{x}_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{y}_m^T}{\partial \mathbf{x}_q} \end{bmatrix}$$

Q 型聚类是指对________________进行聚类

A 样品

B 变量

C 总体

D 元素

R 型聚类是指对________________进行聚类

- A　A样品
- B　B变量
- C　C总体
- D　D元素

有因子分析模型，

$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{AF} + \boldsymbol{\varepsilon}$

$\boldsymbol{X} = (x_{ij})_{p\times n}$ $\boldsymbol{A} = (a_{ij})_{p\times m}$ $\boldsymbol{F} = (f_{ij})_{m\times n}$ $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_{ij})_{p\times n}$

则正确的是

A $\sum_{j=1}^{m} a_{ij} \le 1$

B $\sum_{j=1}^{m} a_{ij} \ge 1$

C $\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^2 \le 1$

D $\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^2 \ge 1$

08:42

雨课堂

1.单选题 (5分)

多元统计分析的"元"，等同于很多其他概念，除了

A 特征

B 变量

C 维

D 样本

2.单选题 (5分)

《多元统计分析》这门课，下列说法错误的是

A 线下课程都在公教2-211

B 是个必修课

C 上课时间是周三、五上午1，2节

D 任课老师来自计算机系

(共7题，满分35分)

发布

4.单选题 (5分)

三变量数据进行主成分分析，其协方差矩阵是Σ_{3x3}，对应特征值为120.1、40.5、6.4，如果主成分总方差贡献率取95%，则应保留几个主成分?

A 1

B 2

C 3

D 以上都不对

5.单选题 (5分)

对多元数据进行主成分分析，计算得到其协方差矩阵是Σ。注意：记录Σ的时候，有些值遗漏了，用字母a, b, c, d,e表示。

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{bmatrix}10 & 12 & a\\ b & 25 & c\\ d & e & 31\end{bmatrix}$$

则下列判断，正确的是

A 原数据是三“元”的

(共7题，满分35分)　发布

5.单选题 (5分)

对多元数据进行主成分分析，计算得到其协方差矩阵是Σ。注意：记录Σ的时候，有些值遗漏了，用字母a, b, c, d,e表示。

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 10 & 12 & a \\ b & 25 & c \\ d & e & 31 \end{bmatrix}$$

则下列判断，正确的是

A 原数据是三“元”的

B 数据样本个数为3

C a, b, c, d,e的值均不能确定

D 可以根据该矩阵计算特征根

6.单选题 (5分)

对多元数据进行主成分分析，计算得到其协方差矩阵是Σ。注意：记录Σ的时候，有些值遗漏了，用字母a, b, c, d,e表示。

$$\begin{bmatrix} 10 & 12 & a \end{bmatrix}$$

(共7题，满分35分)

发布

雨课堂

6.单选题 (5分)

对多元数据进行主成分分析，计算得到其协方差矩阵是Σ。注意：记录Σ的时候，有些值遗漏了，用字母a, b, c, d,e表示。

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{bmatrix}10 & 12 & a\\ b & 25 & c\\ d & e & 31\end{bmatrix}$$

协方差矩阵计算得到的三个特征根由大到小为λ_1、λ_2、λ_3，已知$\lambda_1=40.5$，$\lambda_2=20.1$，则

A $\lambda_3=12$

B $\lambda_3=9.5$

C $\lambda_3=5.4$

D 以上均不对

7.单选题 (5分)

《多元统计分析》这门课，用得最少的数学知识是

(共7题，满分35分)

发布

为λ_1、λ_2、λ_3，已知λ_1=40.5，λ_2=20.1，则

A λ_3=12

B λ_3=9.5

C λ_3=5.4

D 以上均不对

7.单选题 (5分)

《多元统计分析》这门课，用得最少的数学知识是

A 线性代数

B 高等数学

C 概率与数理统计

D 离散数学