粉笔直播课

最值问题

（讲义+笔记）

主讲教师：刘凯

授课时间：2024.10.10

最值问题（讲义）

一、最不利构造

【例 1】（2020 联考）某会展中心布置会场，从花卉市场购买郁金香、月季花、牡丹花三种花卉各 20 盆，每盆均用纸箱打包好装车运送至会展中心，再由工人搬运至布展区。问至少要搬出多少盆花卉才能保证搬出的鲜花中一定有郁金香？

A. 20 盆　　B. 21 盆

C. 40 盆　　D. 41 盆

【例 2】（2022 联考）有 200 人参加招聘会，其中法学 70 人，经济学 60 人，工业设计 50 人，统计学 20 人，至少有（　）人找到工作才能保证一定有 50 人的专业相同。

A. 167　　B. 168

C. 170　　D. 175

【例 3】（2023 山东）一个袋子里装了 50 个苹果，5 个香蕉，30 个橘子和 50 个梨，若每次从袋子里随机取出 1 个水果，问至少需要取多少次能肯定拿出 10 个相同种类的水果？

A. 10　　B. 35

C. 33　　D. 32

【例 4】（2023 浙江）某部门举行年会抽奖活动。抽奖箱里有 80 个抽奖券，共 20 个不同的数字，每个数字均出现 4 次，且分别对应一份礼品，不同的数字对应的礼品不同。每人当天限抽 1 次。那么最少多少人当天参加抽奖活动，才能保证至少有 3 人领取的礼品相同？

A. 41　　B. 42

C. 61　　D. 62

【例 5】（2024 联考）某部门工会为丰富职工文化生活增进职工身心健康，组织开展了拔河、羽毛球、乒乓球、台球四项比赛活动，每名职工参加一项或者两项比赛。若要保证至少有 5 名职工参加的比赛项目完全相同，则该部门参加比赛的职工至少有：

A. 40 名　　B. 41 名

C. 50 名　　D. 51 名

【例 6】（2024 深圳）某早餐店推出“10 元 2 件”套餐，顾客花费 10 元即可在白粥、豆浆、油条、蛋饼、叉烧包、云吞面 6 个品类中任选 2 件，既可以选相同的，也可以选不同 2 的。则至少售出（　）份该套餐时，一定有 2 份套餐的搭配完全一致。

A. 15　　B. 16

C. 21　　D. 22

二、构造数列

【例 1】（2016 上海）现有 21 本故事书要分给 5 个人阅读。如果每个人得到的数量均不相同，那么得到故事书数量最多的人至少可以得到多少本？

A. 5　　B. 7

C. 9　　D. 11

【例 2】（2022 上海）某单位进行了一次绩效考评打分，满分为 100 分。有 5 位员工的平均分为 90 分，而且他们的分数各不相同，其中分数最低的员工得分为 77 分，那么排第二名的员工至少得（　）分。（员工分数取整数）

A. 90　　B. 92

C. 94　　D. 96

【例 3】（2023 联考）某小区物业准备了 230 盒口罩免费派发给 10 栋楼，要求任意两栋楼派发的口罩数量都不相同，但最多相差不超过 1 倍。假设口罩不拆盒发放，那么派发口罩数量最少的那栋楼最少可派发口罩：

A.18 盒　　B.15 盒

C.14 盒　　D.12 盒

【例 4】（2019 江西法检）某高校计划招聘 81 名博士，拟分配到 13 个不同的院系，假定院系 A 分得的博士人数比其他院系都多，那么院系 A 分得的博士人数至少有多少名？

A.6　　B.7

C.8　　D.9

【例 5】（2022 联考）某单位有甲、乙、丙三个存放着电脑的库房，已知甲库房比乙库房多 4 台电脑，乙库房比丙库房多 2 台，丙库房和甲库房共 22 台。现在要将三个库房的所有电脑发放给单位不同部门，要求每个部门获得的电脑数量均不相同，那么最多可以发放给几个部门？

A.6　　B.7

C.8　　D.93

三、多集合反向构造

【例 1】（2021 广东选调）某单位在网上办公系统传阅了 15 份文件，甲阅读了 9 份，乙阅读了 12 份，丙阅读了 10 份，则甲、乙、丙三人共同阅读过的文件至少有多少份？

A.0　　B.1

C.2　　D.3

【例 2】（2022 江苏）某机构对全运会收视情况进行调查，在 1000 名受访者中，观看过乒乓球比赛的占 87%，观看过跳水比赛的占 75%，观看过田径比赛的占 69%。这 1000 名受访者中，乒乓球、跳水和田径比赛都观看过的至少有：

A.310 人　　B.440 人

C.620 人　　D.690 人

【例 3】（2024 福建事业单位）某班学生中，有 45 人会骑自行车，39 人会打乒乓球，37 人会打羽毛球，38 人会游泳，要保证这个班级至少有 5 人这四项运动都会，那么该班至多有多少人？

A.45　　B.50

C.51　　D.52

最值问题（笔记）

课程说明

学霸养成课属于补充课时集里面的内容，主要包含一些考频不太高且有一定难度的知识点，建议大家听完主课时集里面的方法精讲和强化之后再来进行学习，如果大家数量关系基础很好，也可同步进行学习。

【注意】课程说明：学霸养成课属于补充课时集里面的内容，主要包含一些考频不太高且有一定难度的知识点，如果大家学有余力，对数学运算追求高一些，可以学，建议大家听完主课时集里面的方法精讲和强化之后再来进行学习，如果大家数量关系基础很好，也可同步进行学习。

最值问题

一、最不利构造

二、构造数列

三、多集合反向构造

【注意】最值问题：不是每年都考，对于国考，平均两年左右考 1 题；对于联考和独立命题的省份，考频相对高一些，大概每年考 1 题。有一定难度，只要认真听，也可以做。

1. 最不利构造：考查较多。

2. 构造数列：考查较多。

3. 多集合反向构造：考查较少。

一、最不利构造

1. 题型特征：至少……保证……

2. 考查类型：

（1）保证有它型

（2）保证有 n 个相同型

【注意】最不利构造：

1. 题型特征：至少……保证……，或者类似“保证”的词，如至少……一定

/肯定……。

2. 考查类型：

（1）保证有它型：比较简单。

（2）保证有 n 个相同型：考查较多。

（1）保证有它型

题型特征：至少……保证……

【引例】袋子中装有 6 个红球，8 个白球，10 个黄球。问：

至少取出（　）个，才能保证有红球？

解题思维：①先取完其它不满足情况；②再加 1

【注意】保证有它型：

1. 题型特征：至少……保证……。

2. 引例：袋子中装有 6 个红球，8 个白球，10 个黄球。问：至少取出（　）个，才能保证有红球？

答：至少……保证……，最不利构造，要保证有红球，不利就是最坏的打算（如最坏的打算也能上岸，那么一定能够上岸）→求而不得，先取 8 个白球，再取 10 个黄球，最后再取 1 个球，保证有红球，所求=8+10+1=19。

3. 解题思维：

（1）先取完其它不满足情况。

（2）再加 1。

（3）上述例题：先取 8 个白球、10 个黄球，最后再+1。

【例 1】（2020 联考）某会展中心布置会场，从花卉市场购买郁金香、月季花、牡丹花三种花卉各 20 盆，每盆均用纸箱打包好装车运送至会展中心，再由工人搬运至布展区。问至少要搬出多少盆花卉才能保证搬出的鲜花中一定有郁金香？

A. 20 盆　　B. 21 盆

C. 40 盆　　D. 41 盆

【解析】1. 至少……保证……，最不利构造，要求一定有郁金香，为保证有

它型，先取 20 盆月季和 20 盆牡丹，最后再取 1 盆，一定是郁金香，所求=20+20+1=41，对应 D 项。【选 D】

【注意】保证有它型解题思维：先取完其它不满足情况；再加 1。

（2）保证有 n 个相同型

题型特征：至少……保证……

【引例】袋子中装有 6 个红球，8 个白球，10 个黄球。问：

至少取出（　）个，才能保证有 3 个同色的球？

至少取出（　）个，才能保证有 8 个同色的球？

解题思维：①分类；②每类取 n-1，不够全取；③再加 1

【注意】保证有 n 个相同型：

1.题型特征：至少……保证……。

2.引例：袋子中装有 6 个红球，8 个白球，10 个黄球。问：

（1）至少取出（　）个，才能保证有 3 个同色的球？

答：至少……保证……，最不利构造，要求有 3 个同色的球，可以是 3 个红球，可以是 3 个白球，也可以是 3 个黄球，分类：分了 3 类；求而不得，先取 2 个红球、2 个白球、2 个黄球，再取 1 个，无论是红球、白球还是黄球，都能满足有 3 个同色的球，所求=2+2+2+1=7。

（2）至少取出（　）个，才能保证有 8 个同色的球？

答：至少……保证……，最不利构造，要求有 8 个同色的球，分类：分了 3 类；求而不得，每类先取 7 个，红球不到 7 个，全取，则先取 6 个红球、7 个白球、7 个黄球，再取 1 个，无论是白球还是黄球，都能满足有 8 个同色的球，所求=6+7+7+1=21。

3.解题思维：

（1）分类。

（2）每类取 n-1，不够全取。

（3）再加 1。

【例 2】（2022 联考）有 200 人参加招聘会，其中法学 70 人，经济学 60 人，工业设计 50 人，统计学 20 人，至少有（　）人找到工作才能保证一定有 50 人的专业相同。

A. 167　　　　B. 168

C. 170　　　　D. 175

【解析】2. 至少……保证……，最不利构造，为保证有 n 个相同型。分成 4 类，要求一定有 50 人的专业相同，每类先取 49，统计学只有 20 人，不够全取，最后再加 1，所求=49+49+49+20+1，选项尾数不同，用尾数法，结果尾数为 8，对应 B 项。【选 B】

【注意】

1. 保证有 n 个相同型解题思维：分类；每类取 n-1，不够全取；再加 1。

2. 题目溯源：（2012 国考）有 300 名求职者参加高端人才专场招聘会，其中软件设计类、市场营销类、财务管理类和人力资源管理类分别有 100、80、70 和 50 人。问至少有多少人找到工作，才能保证一定有 70 名找到工作的人专业相同：

A. 71　　　　B. 119

C. 258　　　　D. 277

答：本质是一样的，只是变换了数据。至少……保证……，最不利构造，为保证有 n 个相同型。分成 4 类，要求一定有 70 名找到工作的人专业相同，每类取 69 人，人力资源管理类只有 50 人，不够全取，最后再加 1，所求=69+69+69+50+1，选项尾数不同，用尾数法，结果尾数为 8，对应 C 项。

【例 3】（2023 山东）一个袋子里装了 50 个苹果，5 个香蕉，30 个橘子和 50 个梨，若每次从袋子里随机取出 1 个水果，问至少需要取多少次能肯定拿出 10 个相同种类的水果？

A. 10　　　　B. 35

C. 33　　　　D. 32

【解析】3. “肯定”就是“保证”的意思，至少……保证……，最不利构造，

为保证有 n 个相同型。分类：分为 4 类，要求肯定拿出 10 个相同种类的水果，每类先取 9 个，香蕉只有 5 个，不够全取，最后再加 1，所求=9+5+9+9+1=33，对应 C 项。【选 C】

【注意】保证有 n 个相同型解题思维：分类；每类取 n-1，不够全取；再加 1。

【例 4】（2023 浙江）某部门举行年会抽奖活动。抽奖箱里有 80 个抽奖券，共 20 个不同的数字，每个数字均出现 4 次，且分别对应一份礼品，不同的数字对应的礼品不同。每人当天限抽 1 次。那么最少多少人当天参加抽奖活动，才能保证至少有 3 人领取的礼品相同？

A. 41　　　B. 42

C. 61　　　D. 62

【解析】4. “20 个不同的数字，每个数字均出现 4 次”，即 1 出现 4 次、2 出现 4 次、……、20 出现 4 次。至少……保证……，最不利构造，为保证有 n 个相同型。分类：分为 20 类，要求有 3 人领取的礼品相同，每类先取 2 人，不够全取，最后再加 1，所求=2+2+……+2+1=20*2+1=41，对应 A 项。【选 A】

【注意】

1. 保证有 n 个相同型解题思维：分类；每类取 n-1，不够全取；再加 1。

2. 最不利构造+排列组合：比较难，往往是分类的时候结合排列组合。

【例 5】（2024 联考）某部门工会为丰富职工文化生活增进职工身心健康，组织开展了拔河、羽毛球、乒乓球、台球四项比赛活动，每名职工参加一项或者两项比赛。若要保证至少有 5 名职工参加的比赛项目完全相同，则该部门参加比赛的职工至少有：

A. 40 名　　　B. 41 名

C. 50 名　　　D. 51 名

【解析】5. 本题“保证”在前面，“至少”在后面，是倒装了，本质是一样

的，至少……保证……，最不利构造。分类：（1）参加一项比赛：从 4 项中选 1 项，调换顺序对结果没有影响（如参加羽毛球和乒乓球，调换顺序是参加乒乓球和羽毛球，都是参加这两项），用 C，为 C（4,1）=4；（2）参加两项比赛：从 4 项中选 2 项，调换顺序对结果没有影响，为 C（4,2）=（4*3）/（2*1）=6，用“或”连接，用加法，共分为 4+6=10 类。要求有 5 名职工参加的比赛项目完全相同，每类先取 4 人，不够全取，最后再加 1，所求=4+4+……+4+1=4*10+1=41，对应 B 项。【选 B】

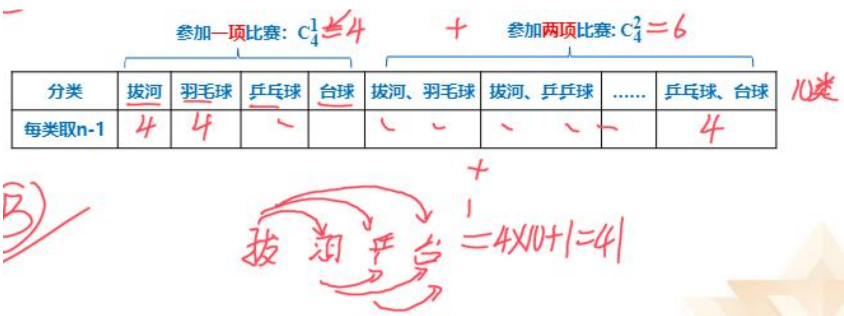
【注意】

1. 如果想不到分类，根据总数=4n+1，总数-1=4 的倍数，选项-1 分别为 39、40、49、50，只有 40 是 4 的倍数，对应 B 项。

2. 分类的时候也可以枚举：

（1）参加一项比赛：拔河、羽毛球、乒乓球、台球，有 4 种。

（2）参加两项比赛：从拔河和羽毛球、拔河与乒乓球、拔河与台球、羽毛球与乒乓球、羽毛球与台球、乒乓球与台球，有 6 种。



3. 加法：一步完成，要么……要么……。乘法：多步完成，既……又……。

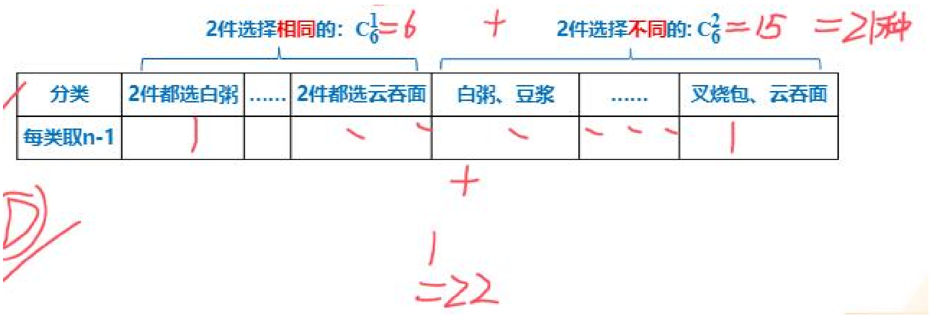
【例 6】（2024 深圳）某早餐店推出“10 元 2 件”套餐，顾客花费 10 元即可在白粥、豆浆、油条、蛋饼、叉烧包、云吞面 6 个品类中任选 2 件，既可以选相同的，也可以选不同的。则至少售出（　）份该套餐时，一定有 2 份套餐的搭配完全一致。

A. 15　　　　B. 16

C. 21　　　　D. 22

【解析】6. 如果没有看到“可以选相同的”，会错选 B 项。至少……保证……，

最不利构造，为保证有 n 个相同型。分类：要求“既可以选相同的，也可以选不同”，从 6 个品类中选 1 类让这 2 件相同，为 C（6,1）=6；从 6 个品类中选 2 类让这 2 件不同，调换顺序对结果没有影响，为 C（6,2）=（6*5）/（2*1）=15，要么……要么……，用加法，共分了 6+15=21 类。每类先取 1 份，不够全取，再加 1，所求=1+1+……+1+1=21*1+1=22，对应 D 项。【选 D】



2件选择相同的: $C_6^1=6$ + 2件选择不同的: $C_6^2=15$ =21种

分类	2件都选白粥	……	2件都选云吞面	白粥、豆浆	……	叉烧包、云吞面
每类取n-1	1					1

【注意】

1. 保证有 n 个相同型解题思维：分类；每类取 n-1，不够全取；再加 1。

2. 分类的时候也可以枚举。

3. “既可以选相同的，也可以选不同的”，是要么……要么……，不是选 2 个相同的且选 2 个不同的。

二、构造数列

1. 题型特征：最……最……，排名第几……最……

2. 方法：排序定位→反推其他→加和求解

【注意】构造数列：逻辑上有点绕。

1. 题型特征：最……最……（体重最轻的最重多少斤，体重最终的最轻多少斤），排名第几……最……（排名第一的最少是多少，排名第二的最多是多少）。

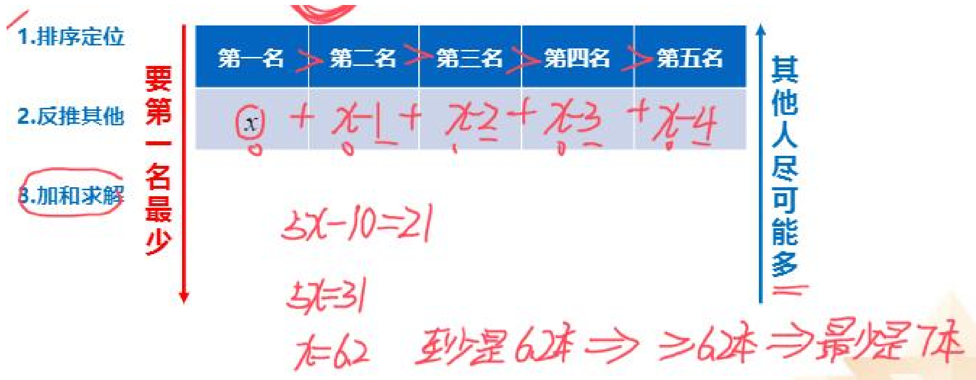
2. 方法：排序定位→反推其他→加和求解。

【例 1】（2016 上海）现有 21 本故事书要分给 5 个人阅读。如果每个人得到的数量均不相同，那么得到故事书数量最多的人至少可以得到多少本？

A. 5　　B. 7

C. 9　　D. 11

【解析】1.最……最……，为构造数列。（1）排序定位：根据数量从多到少排序为第一名～第五名，求谁就设谁为 x，即设第一名为 x。（2）反推其他：要第一名最少，总和是固定的，则其他人尽可能多，从第一名到最后一名进行构造（从前到后构造），数量均不相同，第二名再多也不能超过第一名，则第二名最多为 x-1，同理，第三名最多为 x-2，第四名最多为 x-3，第五名最多为 x-4。（3）加和求解：x+x-1+x-2+x-3+x-4=21，5x-10=21，5x=31，x=6.2，至少是 6.2 本，即≥6.2 本，取整，最少是 7 本，对应 B 项。【选 B】



【注意】

1.构造其他人尽可能多：从第一名到最后一名进行构造（从前到后构造）。

2.遇到小数多退少补：至少→进位（至少 6.2，进位为 7），至多→舍位（至多 8.9，舍位为 8）。

【例 1 变形】现有 21 本故事书要分给 5 个人阅读。如果每个人得到的数量均不相同，那么得到故事书数量最多的人至多可以得到多少本？

A.5　　　　B.7

C.9　　　　D.11

【解析】拓展.最……最……，为构造数列。（1）排序定位：根据数量从多到少排序为第一名～第五名，求谁就设谁为 x，即设第一名为 x。（2）反推其他：要第一名最多，总和是固定的，则其他人尽可能少，从最后一名到第一名进行构造（从后到前构造），第五名最少为 1，“每个人得到的数量均不相同”，同理，第四名最少为 2，第三名最少为 3，第二名最少为 4。（3）加和求解：x+4+3+2+1=21，x+10=21，x=11，对应 D 项。【选 D】

1.排序定位

2.反推其他

3.加和求解

要第一名最多

第一名	第二名	第三名	第四名	第五名
x	+4	+3	+2	+1

其他人尽可能少

$x+10=21$

$x=11$

【注意】构造其他人尽可能少：从最后一名到第一名进行构造（从后到前构造）。

【例1】（2016上海）现有21本故事书要分给5个人阅读。如果每个人得到的数量均不相同，那么得到故事书数量最多的人至少可以得到多少本？

要第一名最少

第一名	第二名	第三名	第四名	第五名
x				

其他人尽可能多

构造其他人尽可能多： 从第一名到最后一名进行构造（从前到后构造）

【例1变形】现有21本故事书要分给5个人阅读。如果每个人得到的数量均不相同，那么得到故事书数量最多的人至多可以得到多少本？

要第一名最多

第一名	第二名	第三名	第四名	第五名
x				

其他人尽可能少

构造其他人尽可能少： 从最后一名到第一名进行构造（从后到前构造）

【注意】

1.例 1：最多……至少……（考查较多），构造其他人尽可能多：从第一名到最后一名进行构造（从前到后构造）。

2.例 1 变形：最多……至多……，构造其他人尽可能少：从最后一名到第一名进行构造（从后到前构造）。

【例 2】（2022 上海）某单位进行了一次绩效考评打分，满分为 100 分。有 5 位员工的平均分为 90 分，而且他们的分数各不相同，其中分数最低的员工得分为 77 分，那么排第二名的员工至少得（　）分。（员工分数取整数）

A. 90　　　　B. 92

C. 94　　　　D. 96

【解析】2. 问排名第二的最少是多少，为构造数列问题。（1）排序定位：按照得分从多到少排序为第一、二、三、四、五名，第五名为 77 分，求谁设谁，设第二名为 x；（2）反推其他：要想第二名最少，总分一定（5*90=450），则其他人得分要尽可能多，从第一名到最后一名进行构造，第一名最多为 100 分，第三名最多为 x-1、第四名最多为 x-2、第五名最多为 77；（3）加和求解：100+3x+74=5*90=450→3x=276→x=92，对应 B 项。【选 B】

【注意】第三名不是 90 分，平均分为 90 分，如果中位数是 90 分，则第三名为 90 分，比如三个人考试得分分别为 100 分、98 分、90 分，平均分=（100+98+90）/3=96 分，中位数为 98 分、不是 96 分。

【例 3】（2023 联考）某小区物业准备了 230 盒口罩免费派发给 10 栋楼，要求任意两栋楼派发的口罩数量都不相同，但最多相差不超过 1 倍。假设口罩不拆盒发放，那么派发口罩数量最少的那栋楼最少可派发口罩：

A. 18 盒　　　　B. 15 盒

C. 14 盒　　　　D. 12 盒

【解析】3. 出现“最……最……”，为构造数列问题。（1）排序定位：按照派发口罩数量从多到少排序为第一、二、三、四、五、六、七、八、九、十名，求谁设谁，求派发口罩最少的即求第十名，设第十名为 x；（2）反推其他：要想第十名尽可能少，总和是 230 盒，则其他名次要尽可能多，从第一名到第十名进行构造，已知“要求任意两栋楼派发的口罩数量都不相同，但最多相差不超过 1 倍”，相差不超过 1 倍说明可以相差 1 倍，相差 1 倍即是 2 倍，则第一名为 2x、第二名最多为 2x-1、第三名最多为 2x-2、第四名最多为 2x-3、第五名最多为 2x-4、第六名最多为 2x-5、第七名最多为 2x-6、第八名最多为 2x-7、第九名最多为 2x-8；（3）加和求解：第一～九名是等差数列，公差是-1，等差数列求和 S_n=中位项*项数，第五名是中位项，S_9=（2x-4）*9，（2x-4）*9+x=230→19x=230+36=266→x=266/19=14，对应 C 项。【选 C】

【例 4】（2019 江西法检）某高校计划招聘 81 名博士，拟分配到 13 个不同的院系，假定院系 A 分得的博士人数比其他院系都多，那么院系 A 分得的博士人数至少有多少名？

A. 6　　B. 7

C. 8　　D. 9

【解析】4. 方法一：已知“假定院系 A 分得的博士人数比其他院系都多”，说明院系 A 是第一名，即求分得最多的院系最少分多少名，为构造数列问题。(1）排序定位：按照分得博士人数由多到少排序为第一名、第二名、第三名、……、第十三名，求谁设谁，求院系 A 即求第一名，设第一名为 x；（2）反推其他：要想第一名最少，总和是 81、是固定的，则其他名次要尽可能多，第二名最多为 x-1，没有要求院系之间分得博士的人数各不相同，则第二名～第十三名均为 x-1；（3）加和求解：x+12*（x-1）=81→13x=81+12=93→x=93/13=$7\frac{2}{13}$，问“至少”，说明结果≥$7\frac{2}{13}$，则 x 取 8，对应 C 项。

方法二：平均分配，要想院系 A 分得数量最多且尽可能分得少，即各个院系之间尽可能平分，院系 A 比其他院系多分一点即可，81/3=6……3 名，先给每个院系分 6 名，还剩 3 名，如果再给院系 A 分 1 名，此时院系 A 为 7 名，还剩 2 名，有的院系可能分 8 名，不能保证院系 A 分得最多，不满足题意；如果再给院系 A 分 2 名，此时院系 A 为 8 名，还剩 1 名，其他院系最多分 7 名，可以保证院系 A 分得最多，对应 C 项。【选 C】

【注意】

1. 再给院系 A 分 3 名也可以，此时院系 A 为 9 名，但不满足“至少”。

2. 题目溯源：（2013 国考）某单位 2011 年招聘了 65 名毕业生，拟分配到该单位的 7 个不同部门，假设行政部门分得的毕业生人数比其他部门都多，问行政部门分得的毕业生人数至少为多少名：

A. 10　　B. 11

C. 12　　D. 13

答：用平均分配求解，65/7=9……2 名，先给每个部门分 9 名，还剩 2 名，

如果再给行政部门分 1 名，此时行政部门为 9+1=10 名，还剩 1 名，有的部门可能分 10 名，不满足题意；如果再给行政部门分 2 名，此时行政部门为 9+1=11 名，可以保证行政部门分得最多，选择 B 项。

【例 5】（2022 联考）某单位有甲、乙、丙三个存放着电脑的库房，已知甲库房比乙库房多 4 台电脑，乙库房比丙库房多 2 台，丙库房和甲库房共 22 台。现在要将三个库房的所有电脑发放给单位不同部门，要求每个部门获得的电脑数量均不相同，那么最多可以发放给几个部门？

A. 6　　　　B. 7

C. 8　　　　D. 93

【解析】5. 已知“甲库房比乙库房多 4 台电脑，乙库房比丙库房多 2 台，丙库房和甲库房共 22 台”，设丙库房为 x 台、乙库房为 x+2 台、甲库房为 x+2+4=x+6 台，列式：x+x+6=22→2x=16→x=8，则丙库房为 8 台、乙库房为 10 台、甲库房为 14 台，一共 14+10+8=32 台。要想分给的部门数尽可能多，则每个部门发的数量要尽可能少，最少发 1 台，每个部门发放数分别为 1、2、3、4、5、6、7，为等差数列，S_n=中位项*项数，一共分了 4*7=28 台，还剩 32-28=4 台，要求每个部门获得的电脑数量均不相同，如果再分一个部门会出现重复，可以把 4 台给分 6 台的部门，此时这个部门分 10 台；可以把 4 台给分 5 台的部门，此时这个部门分 9 台；可以把 4 台给分 4 台的部门，此时这个部门分 8 台；可以把 4 台给分 7 台的部门，此时这个部门分 11 台，最多分 7 个部门，对应 B 项。【选 B】

三、多集合反向构造

1. 题型特征：都满足的最少/至少

2. 方法：反向→加和→作差

【引例】有 100 人，其中白的 80 人，富的 70 人，美的 60 人，问“白富美”至少有多少人？

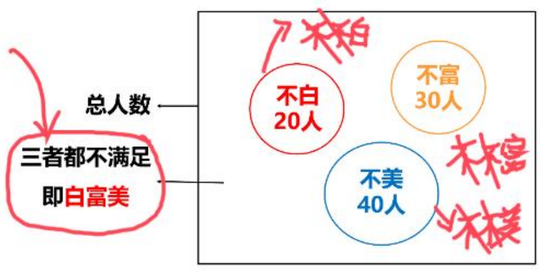
【注意】多集合反向构造：正向不容易构造，考虑反向构造。

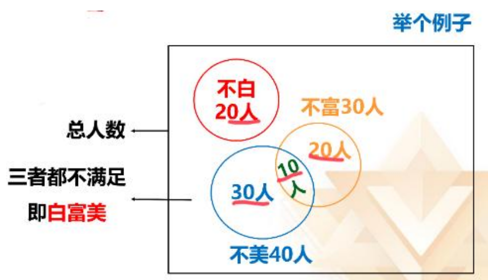
1. 题型特征：都满足的最少/至少。如果是三集合问题，三集合都满足最少；如果是四集合问题，四集合都满足最少。

2. 方法：反向→加和→作差。

3. 例：有 100 人，其中白的 80 人，富的 70 人，美的 60 人，问“白富美”至少有多少人？

答：“白富美”即白的、富的、美的都满足，问至少有多少人，为多集合反向构造问题。如果问“最多有多少人”，正向容易构造，相当于“木桶原理”，让美的人也白、也富，即“白富美”最多 60 人。已知“有 100 人，白的 80 人，富的 70 人，美的 60 人”，不白的有 100-80=20 人、不富的有 100-70=30 人、不美的有 100-60=40 人，画图分析，如图所示，红色圆圈外面是不满足不白的人即白的人，橙色圆圈外面是不满足不富的人即富的人，蓝色圆圈外面是不满足不美的人即美的人，说明空白部分为“白富美”的人数，不白+不富+不美+白富美=100，要想白富美尽可能少，总和一定，则不白+不富+不美要尽可能多，加和为 20+30+40=90 人，所求=100-90=10 人。不白、不富、不美要想尽可能多，则不白、不富、不美的人不能交叉，如果有交叉，圆圈覆盖面积变小，比如不美的人与不富的人有 10 人交叉，加和为 20+30+20+10=80 人，所求=100-80=20 人，不是最少的情况。





【例 1】（2021 广东选调）某单位在网上办公系统传阅了 15 份文件，甲阅读了 9 份，乙阅读了 12 份，丙阅读了 10 份，则甲、乙、丙三人共同阅读过的文件至少有多少份？

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

【解析】1. 问都满足的至少有多少，为反向构造问题。

方法一：（1）反向：非甲=15-9=6，非乙=15-12=3，非丙=15-10=5；（2）加和：6+3+5=14；（3）作差：15-14=1，对应 B 项。

方法二：三个人相当于三集合，所求=$a_1+a_2+a_3-2S$=9+12+10-2*15=尾 1；或者

直接计算，所求=9+12+10-2*15=31-30=1，对应 B 项。【选 B】

【例 2】（2022 江苏）某机构对全运会收视情况进行调查，在 1000 名受访者中，观看过乒乓球比赛的占 87%，观看过跳水比赛的占 75%，观看过田径比赛的占 69%。这 1000 名受访者中，乒乓球、跳水和田径比赛都观看过的至少有：

A. 310 人　　B. 440 人

C. 620 人　　D. 690 人

【解析】2. 已知“在 1000 名受访者中，观看过乒乓球比赛的占 87%，观看过跳水比赛的占 75%，观看过田径比赛的占 69%”，观看乒乓球比赛的有 1000*87%=870 人，观看跳水比赛的有 1000*75%=750 人，观看田径比赛的有 1000*69%=690 人。问都满足的至少有多少，为反向构造问题。

方法一：（1）反向：非观看乒乓球比赛=1000-870=130，非观看跳水比赛=1000-750=250，非观看田径比赛=1000-690=310；（2）加和：130+250+310=690；（3）作差：1000-690=310，对应 A 项。

方法二：三集合反向构造问题，所求=$a_1+a_2+a_3-2S$=870+750+690-2*1000，最后一位均为 0，看倒数第二位，尾 7+尾 5+尾 9-尾 0=尾 1，结果为 10 结尾，对应 A 项。【选 A】

三、多集合反向构造

1. 题型特征：都满足的最少/至少

2. 方法 1：反向→加和→作差

方法 2：$a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n-(n-1)S$

【引例】有 S 人，其中白的 a_1 人，富的 a_2 人，美的 a_3 人，问“白富美”至少有多少人？

【注意】多集合反向构造：

1. 题型特征：都满足的最少/至少。

2. 方法：

（1）方法 1：反向→加和→作差。

（2）方法 2：$a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n-(n-1)S$。如果是三集合，$a_1+a_2+a_3-2S$；如果是

四集合，$a_1+a_2+a_3+a_4-3S$。

3.例：有 S 人，其中白的 a_1 人，富的 a_2 人，美的 a_3 人，问“白富美”至少有多少人？

答：（1）反向：不白的人=$S-a_1$，不富的人=$S-a_2$，不美的人=$S-a_3$；（2）加和：$(S-a_1)+(S-a_2)+(S-a_3)$；（3）作差：$S-[(S-a_1)+(S-a_2)+(S-a_3)]=a_1+a_2+a_3-2S$。

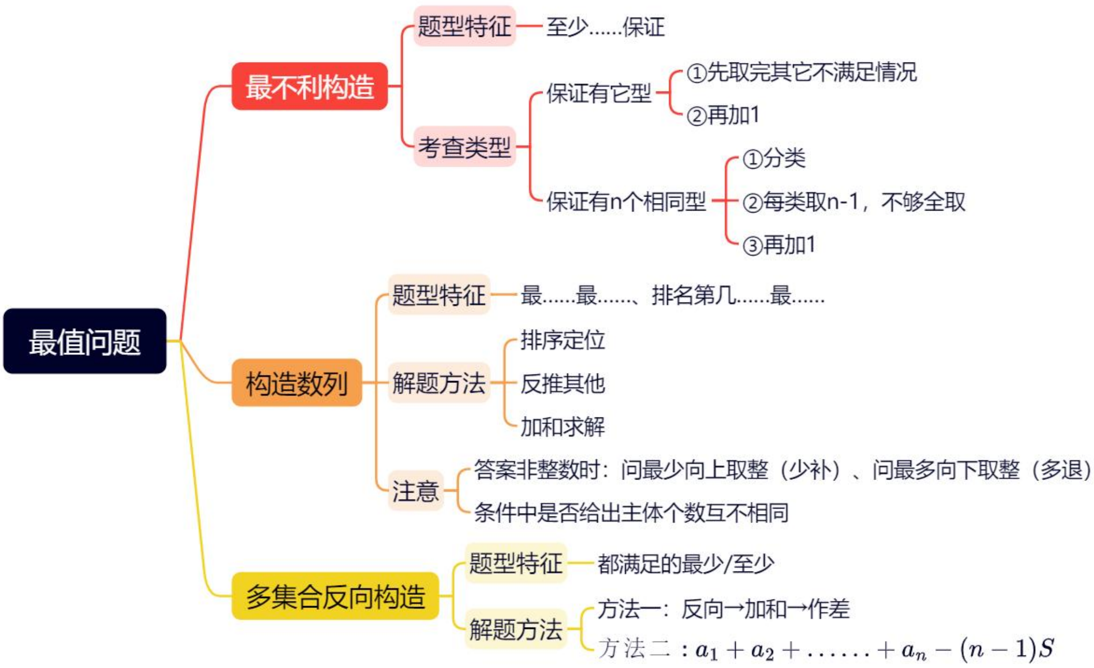
【例 3】（2024 福建事业单位）某班学生中，有 45 人会骑自行车，39 人会打乒乓球，37 人会打羽毛球，38 人会游泳，要保证这个班级至少有 5 人这四项运动都会，那么该班至多有多少人？

A. 45　　B. 50

C. 51　　D. 52

【解析】3.方法一：之前的题目是求“四项都会的至少有多少人”，本题已知“要保证这个班级至少有 5 人这四项运动都会”，求全班至多有多少人，利用公式法求解，设全班有 S 人，45+39+37+38-3S≥5→154≥3S→3S≤154→S≤154/3=$51\frac{1}{3}$，最多 $51\frac{1}{3}$个人，不能比 $51\frac{1}{3}$人更多，则最多为 51 人，对应 C 项。

方法二：代入排除求解，问“至多”，从最大的开始代入，代入 D 项：45+39+37+38-3*52=159-156=3 人，不满足至少 5 人，排除；代入 C 项：45+39+37+38-3*51=159-153=6 人，满足至少 5 人，对应 C 项。【选 C】



【注意】最值问题：

1.最不利构造：

（1）题型特征：至少……保证……。

（2）考查类型：

①保证有它型：先取完其它不满足情况，再加 1。

②保证有 n 个相同型：分类，每类取 n-1，不够全取，再加 1。

2.构造数列：

（1）题型特征：最……最……，排名第几……最……。

（2）方法：排序定位→反推其他→加和求解。

（3）注意：

①答案非整数时，问最少向上取整（少补），问最多向下取整（多退）。

②条件中是否给出主体个数互不相同，如果要求主体各不相同，各个主体必须不相同；如果没有要求主体各不相同，各个主体可以相同。

3.多集合反向构造：

（1）题型特征：都满足的最少/至少。

（2）方法：

①方法 1：反向→加和→作差。

②方法 2：$a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n-(n-1)S$。

【答案汇总】

最不利构造 1-5：DBCAB；6：D

构造数列 1-5：BBCCB

多集合反向构造 1-3：BAC

遇见不一样的自己

Be your better self