粉笔直播课

【重难点专项点拨-数量】数量关系 3

（讲义+笔记）

主讲教师：邓健

授课时间：2024.07.08

【重难点专项点拨-数量】数量关系 3（讲义）

几何问题

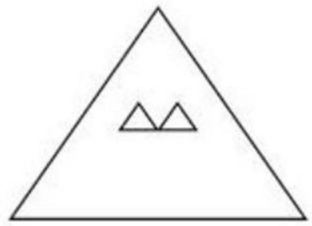
①相似的深度考法

【例 1】（2021 联考）乙地在甲地的正东方 26 千米处，丙地在甲、乙两地连线的北方，且与甲、乙的距离分别为 24 千米和 10 千米。一辆车从甲、乙两地中点位置出发向正北方行驶，在经过甲、丙连线时，与丙地的距离在以下哪个范围内？

A. 不到 8 千米　　B. 8～9 千米之间

C. 9～10 千米之间　　D. 10 千米以上

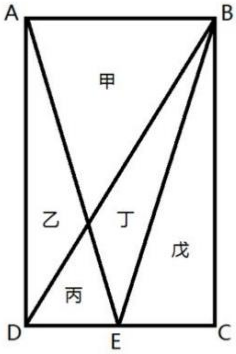
【例 2】（2020 联考）某演播大厅的地面形状是边长为 100 米的正三角形，现要用边长为 2 米的正三角形砖铺满（如图所示）。问需要用多少块砖？



A. 2763　　B. 2500

C. 2340　　D. 2300

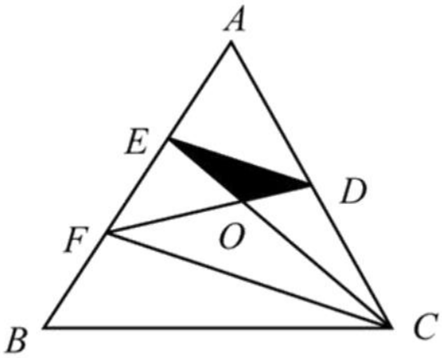
【例 3】（2017 国考）一块种植花卉的矩形土地如图所示，AD 边长是 AB 的 2 倍，E 是 CD 的中点，甲、乙、丙、丁、戊区域分别种植白花、红花、黄花、紫花、白花。则种植白花的面积占矩形土地面积的：



A. 3/4　　　　B. 2/3

C. 7/12　　　　D. 1/2

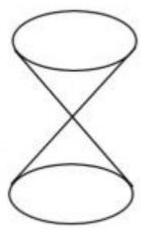
【例 4】（2023 国考）一个三角形公园 ABC 内的道路如下图中实线所示。已知 AE=EF=FB，AD=DC，且黑色部分为人工湖。问公园总面积是人工湖面积的多少倍？



A. 9　　　　B. 12

C. 16　　　　D. 18

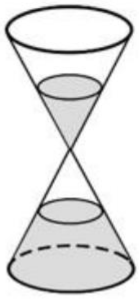
【例 5】（2019 四川下）如图，沙漏计时器由上下两个大小相同、相互连通且底面互相平行的圆锥组成，下面的圆锥内装有细沙。计时开始时，将沙漏倒置，已知上面圆锥中细沙全部流下恰好需要 1 小时，则细沙高度下降一半所需的时间是：



A. 30 分钟　　B. 45 分钟

C. 47.5 分钟　　D. 52.5 分钟

【例 6】（2023 联考）某餐馆承诺 25 分钟内上齐一桌菜，若超时则未上的菜品免单。每张餐桌上都有一个装满后正好 25 分钟漏完的圆锥形沙漏（如下图所示）。某位顾客在等待的过程中发现沙漏内上方沙子的高度为原先的一半，此时还差一道菜未上，则再过多久还未上菜，这位顾客将享受免单服务？



A. 不到 3 分钟　　B. 3～4 分钟之间

C. 4～5 分钟之间　　D. 超过 6 分钟

②勾股定理的运用

【例 7】（2022 北京）一个圆形水库的半径为 1 千米。一艘船从水库边的 A 点出发，直线行驶 1 千米后到达水库边的 B 点，又从 B 点出发直线行驶 2 千米后到达水库边的 C 点。则 C 点与 A 点的直线距离最短可能为多少千米？

A. 不到 1 千米　　B. 1～1.3 千米之间

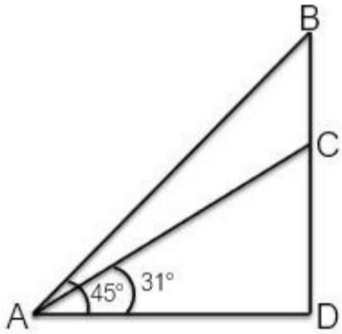
C. 1.3～1.6 千米之间　　D. 超过 1.6 千米

【例 8】（2020 联考）甲乙丙丁四人通过手机的位置共享，发现乙在甲正南方向 2 公里处，丙在乙北偏西 60° 方向 2 公里处，丁在甲北偏西 75° 方向。若丁与甲、丙的距离相等，则该距离为：

A. 1 公里　　B. $\sqrt{2}$公里

C. $\sqrt{3}$公里　　D. 2 公里

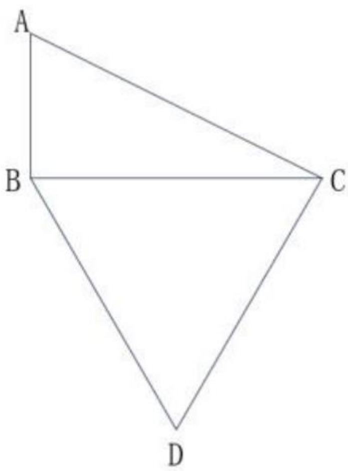
【例 9】（2023 联考）厦门鼓浪屿海滨覆鼎岩上屹立着一尊郑成功雕像。为了测量石像的高度，某测量小组选取的测量点 A 与覆鼎岩底部 D 在同一水平线上，如下图所示。已知覆鼎岩高 CD 为 24 米，在 A 处测得石像头顶部 B 的仰角为 45°，石像底部 C 的仰角为 31°（参考数据：sin31°≈0.52，cos31°≈0.86，tan31°≈0.60），则石像 BC 的高度约为：



A. 20 米　　B. 18 米

C. 16 米　　D. 14 米

【例 10】（2024 国考）某公园内的道路如下图所示，其中 AB、BC 分别为正南北向和正东西向道路，AB、AC 分别长 100 米和 200 米。且 BCD 为正三角形，如要用直线道路连接 AD，则该道路的长度为多少米？



A. $150\sqrt{3}$　　B. 50（$\sqrt{3}$+1）

C. $100\sqrt{7}$　　D. $200\sqrt{2}$

【例 11】（2020 江苏）某训练基地的一块三角形场地的面积是 1920 平方米。

已知该三角形场地的三边长度之比是 5：12：13，则其周长是：

A. 218 米　　B. 240 米

C. 306 米　　D. 360 米

【例 12】（2024 上海）甲到 A 市游玩，入住宾馆后问前台服务员如果到附近超市购物的话如何走，前台对他说：“出门右转步行 1700 米，再左转步行 700 米就能到达”他误听成了“出门左转步行 700 米，再右转步行 1700 米就能到达”。可近似认为相邻街道都互相平行，甲最后到达的地方与超市的直线距离即为（　）米。

A. 1000　　B. 2000

C. 2600　　D. 3400

【例 13】（2022 联考）兔子和乌龟举行一场跑步比赛，终点位于起点正北方 500 米处。兔子和乌龟同时出发，均保持匀速奔跑，且兔子的速度是乌龟的 5 倍。兔子先向正东方跑了一会后发现自己跑错了方向，马上直奔终点，速度不变，结果兔子和乌龟同时到达终点。那么兔子发现跑错方向时已经跑了多少米？

A. 600　　B. 1200

C. 2400　　D. 3000

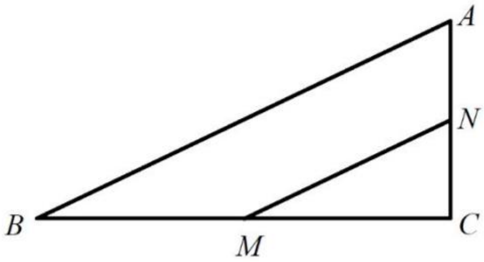
③几何的考场思维

【例 14】（2017 国考）某次军事演习中，一架无人机停在空中对三个地面目标点进行侦察。已知三个目标点在地面上的连线为直角三角形，两个点之间的最远距离为 600 米。问无人机与三个点同时保持 500 米距离时，其飞行高度为多少米？

A. 500　　B. 600

C. 300　　D. 400

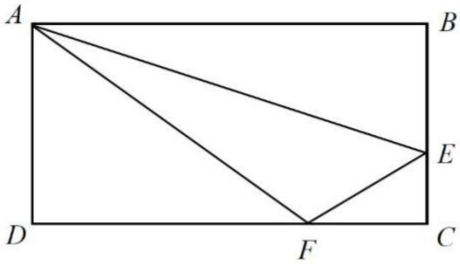
【例 15】（2020 浙江选调）如下图所示，在直角三角形 ABC 中，MN 是中位线。已知四边形 ABMN 与三角形 MNC 的周长比为 28：15，则 AC 与 BC 的长度比是：



A.5：12　　B.5：7

C.3：4　　D.6：7

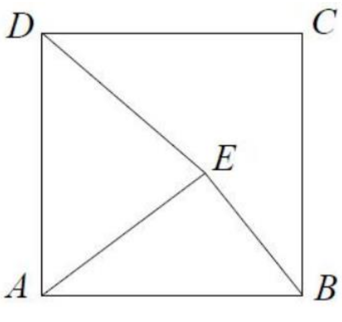
【例 16】（2018 江苏）如图，在长方形 ABCD 中，已知三角形 ABE、三角形 ADF 与四边形 AECF 的面积相等，则三角形 AEF 与三角形 CEF 的面积之比是：



A.5：1　　B.5：2

C.5：3　　D.2：1

【例 17】（2023 联考）边长为 10 厘米的正方形 ABCD 如下图所示，E 为正方形中的某一点，已知 AE 长 8 厘米，BE 长 6 厘米，问三角形 ADE 的面积为多少平方厘米？

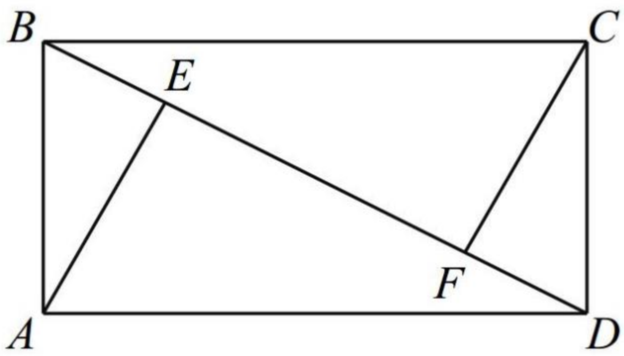


A.24　　B.32

C.44　　D.48

【例 18】（2021 四川）一块长方形土地 ABCD 中绘有 3 条绘测线如图所示。

已知AE和CF垂直于对角线BD，AE、EF分别长8米和12米。问整块土地的面积为多少平方米？



A. 96　　B. 156

C. 160　　D. 240

【重难点专项点拨-数量】数量关系 3（笔记）

点拨一点些啥呢？

一、赋值的手段

二、比例的妙用

三、“火热”的等差数列

四、“在一起”的概率

五、几何问题

原则：必考或热门且好做

注意：本课程有一定的拔高性质，建议听完方法精讲等理论课后再来听课

【注意】今天讲解几何问题,这个门类非常庞大（从图形的角度分类），所以从知识点分。以前学习几何的时候，一定是和三角形相关。

几何问题

①相似的深度考法

②勾股定理的运用

③几何的考场思维

【注意】几何问题：

1.相似的深度考法：三角形相关。

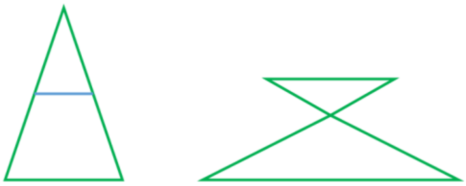
2.勾股定理的运用：三角形相关。

3.几何的考场思维：考场思维，其实就是猜题。

相似

①基本知识点：两三角形相似，对应边成比例

判定：两个三角形的两个角分别对应相等，则两个三角形相似



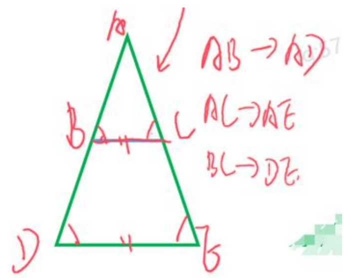
【注意】相似：以前学习相似的时候，需要大家证明，比较麻烦，但是请注意，现在做的是单选题，不需要证明，只要觉得是相似，就拿着直接用。

1.基本知识点：两三角形相似，对应边成比例。

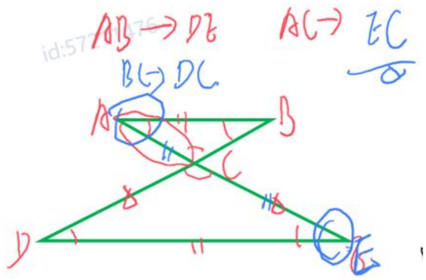
2.判定（常用）：两个三角形的两个角分别对应相等（角相等），则两个三角形相似（等比例放缩）。

3.类型：

（1）A 字型：如图所示，因为中间的线和底边平行，同位角相等，所以小三角形与大三角形一定是相似的。AB 对应 AD，AC 对应 AE，BC 对应 DE，它们都是对应边成比例。如果 B、C 是中点，那么对应边是一半的关系。



（2）八字型：如图所示，上下两个三角形相似（上下边平行，对顶角相等，内错角相等）。AB 对应 DE，AC 对应 EC（∠A 对应∠E），BC 对应 DC。



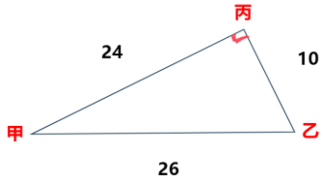
【例 1】（2021 联考）乙地在甲地的正东方 26 千米处，丙地在甲、乙两地连线的北方，且与甲、乙的距离分别为 24 千米和 10 千米。一辆车从甲、乙两地中点位置出发向正北方行驶，在经过甲、丙连线时，与丙地的距离在以下哪个范围内？

A.不到 8 千米　　　　B.8～9 千米之间

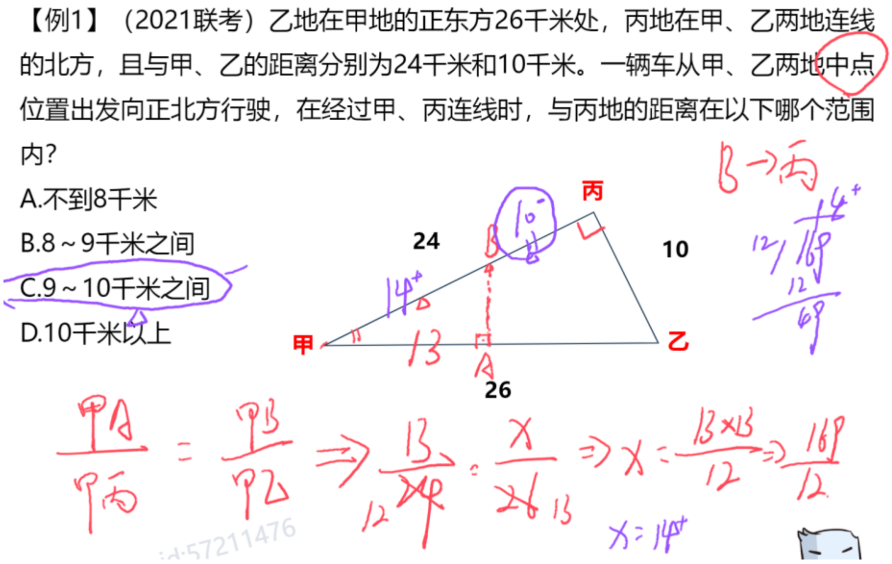
C.9～10 千米之间　　　　D.10 千米以上

【解析】1.“乙地在甲地的正东方 26 千米处”，画图分析，按照上北、下南、左西、右东，“丙地在甲、乙两地连线的北方，且与甲、乙的距离分别为 24 千米

和 10 千米”，如图所示，看到 10、24、26，都是偶数，可以约分下，分别为 5、12、13，满足勾股数（5、12、13），则甲乙丙是直角三角形。



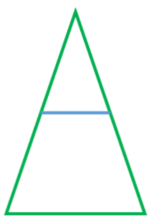
“一辆车从甲、乙两地中点位置出发向正北方行驶”，“正北”即直着往上走（∠甲 AB=90°），甲 A=乙 A=13，问在经过甲、丙连线时，与丙地的距离在以下哪个范围内。因为有公共角∠甲，还都有直角三角形，那么△甲 AB∽△甲丙乙，对应边成比例，则甲 A/甲丙=甲 B/甲乙，代入数据，13/24=x/26，解得 x=13*13/12=169/12=14^+，不要错选 D 项，所求=24-14^+=10^-，对应 C 项。【选 C】



相似

①基本知识点：两三角形相似，对应边成比例

②相似在面积中的应用：面积比等于相似比的平方



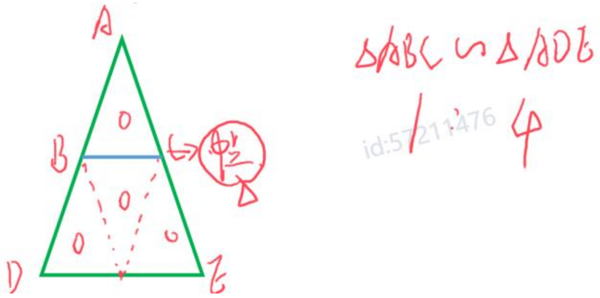
【注意】相似：

1. 基本知识点：两三角形相似，对应边成比例。

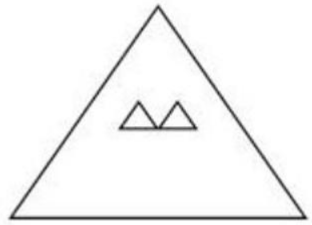
2. 相似在面积中的应用：

（1）面积比等于相似比的平方。

（2）如图所示，△ABC∽△ADE，已知 B、C 为中点，那么边长之比为 1：2，S=（1/2）*底*高，则面积之比=边长比^2=1：4。可以画一下，将三角形平均分成四份。



【例 2】（2020 联考）某演播大厅的地面形状是边长为 100 米的正三角形，现要用边长为 2 米的正三角形砖铺满（如图所示）。问需要用多少块砖？



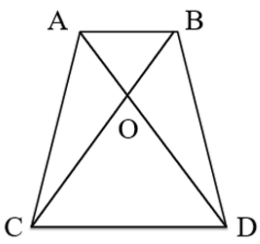
A. 2763　　　　B. 2500

C. 2340　　　　D. 2300

【解析】2.“某演播大厅的地面形状是边长为 100 米的正三角形，现要用边长为 2 米的正三角形砖铺满”，都是正三角形，一定是相似的，边长为 100/2=50 倍，问需要用多少块砖，肯定看的是面积大小，面积比=边长比^2，所求=2500，对应 B 项。【选 B】

图中有梯形，求三角形面积比例关系

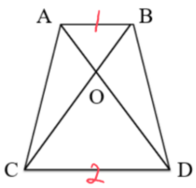
梯形蝴蝶定理：在一个梯形（任意梯形）中，若上底：下底=a：b；则四个三角形面积之比为上：下：左：右=a^2：b^2：ab：ab



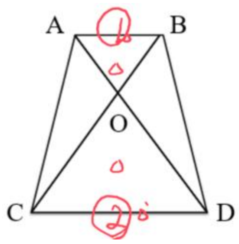
【注意】图中有梯形，求三角形面积比例关系：

1.梯形蝴蝶定理：在一个梯形（任意梯形）中，若上底：下底=a：b；则四个三角形面积之比为上：下：左：右=a^2：b^2：ab：ab。

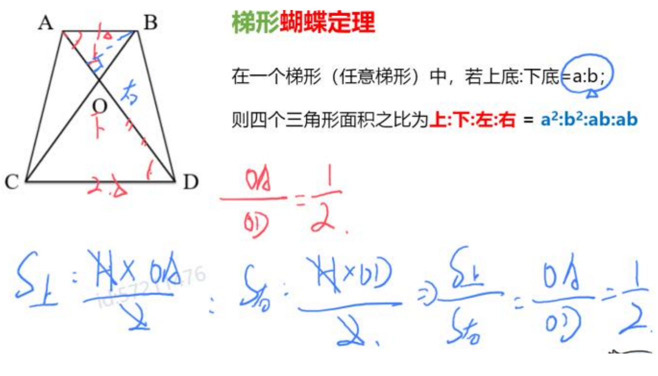
2.例：如图所示，AB=1，CD=2，则四个三角形面积之比为上：下：左：右=1：4：2：2。



3.证明（了解）：梯形只有一个特征，有且只有一组平行边，那么△ABO∽△COD，则三角形面积之比为上：下=边长比^2=1：4。



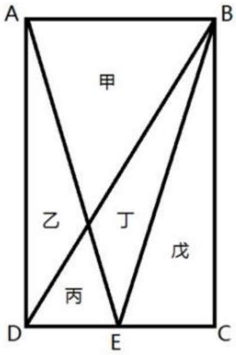
因为△ABO∽△COD，对应边成比例，则 OA/OD=1/2，过 B 点做 AD 的垂线，$S_{上}$=H*OA/2，$S_{右}$=H*OD/2，则 $S_{上}$/$S_{右}$=OA/OD=1/2；同理，$S_{上}$/$S_{左}$=OB/OC=1/2，所以四个三角形面积之比为上：下：左：右=1：4：2：2。



4.如果已知 AB：CD=1：3，则四个三角形面积之比为上：下：左：右=1：9：

3：3。

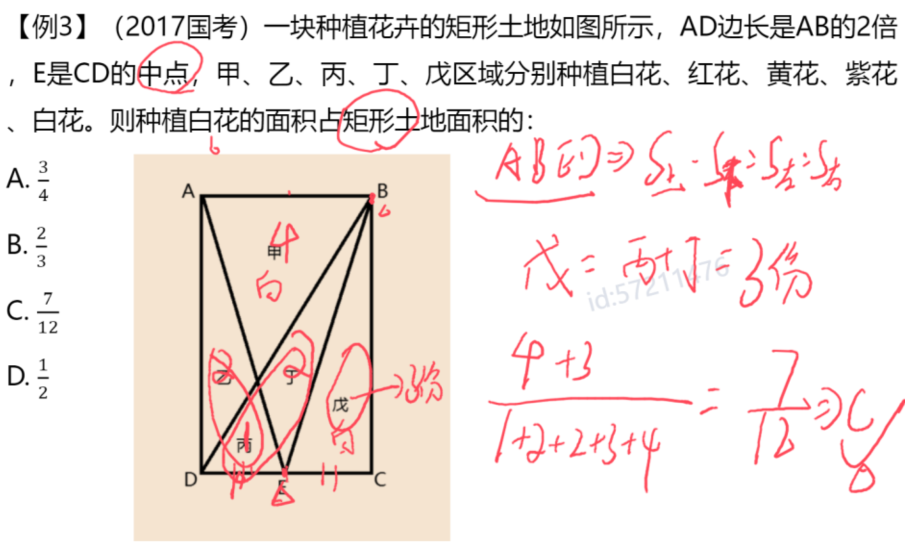
【例 3】（2017 国考）一块种植花卉的矩形土地如图所示，AD 边长是 AB 的 2 倍，E 是 CD 的中点，甲、乙、丙、丁、戊区域分别种植白花、红花、黄花、紫花、白花。则种植白花的面积占矩形土地面积的：



A. 3/4　　　　B. 2/3

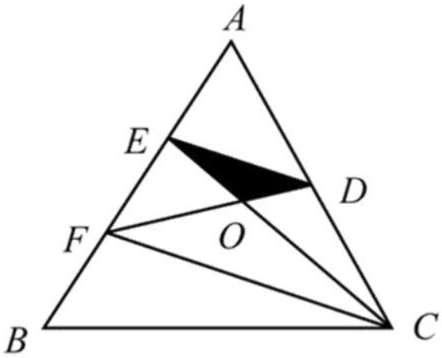
C. 7/12　　　　D. 1/2

【解析】3. 如图所示，有一个大的矩形，还看到梯形，一旦出现梯形，很可能考查相似，用到蝴蝶定理。“E 是 CD 的中点”，则 ED/AB=1/2，梯形 ABED→四个三角形面积之比为上：下：左：右=1：4：2：2，即丙的面积=1 份，甲的面积=4 份，乙的面积=丁的面积=2 份。观察下，戊的面积=丙的面积+丁的面积，因为 E 是中点，DE=CE，有共同的顶点 B，那么高相等，所以面积相等，则戊的面积=3 份。所求=（4+3）/（1+2+2+3+4）=7/12，对应 C 项。【选 C】



快速找梯形：平行线中间有交叉

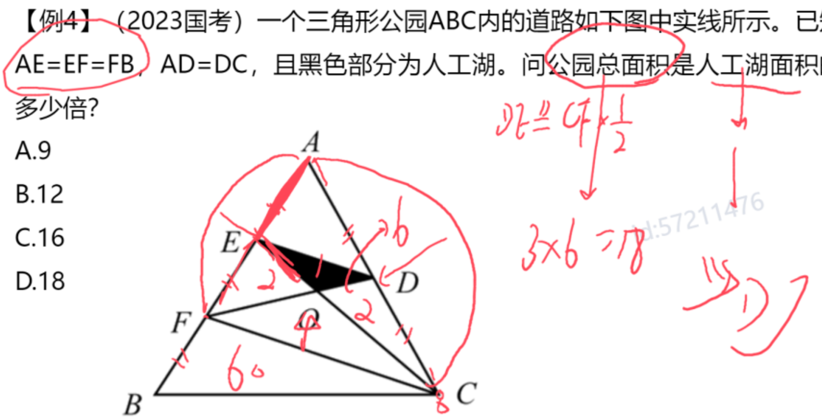
【例 4】（2023 国考）一个三角形公园 ABC 内的道路如下图中实线所示。已知 AE=EF=FB，AD=DC，且黑色部分为人工湖。问公园总面积是人工湖面积的多少倍？



A. 9　　　　B. 12

C. 16　　　　D. 18

【解析】4. 看到梯形 EDFC，而且中间有交叉，考虑蝴蝶定理，已知 AE=EF，AD=DC，两个中点（E、D）的连线是中位线，中位线平行且等于底边的一半，即 DE 平行且等于 CF/2，则四个三角形面积之比为上：下：左：右=1：4：2：2。问公园总面积是人工湖面积的多少倍，人工湖面积=1 份；AE=EF=FB，且有共同的顶点 C，那么△CAE、△CEF 和△CBF 的面积相等，均为 6 份，所求=3*6/1=18。【选 D】


【例4】（2023国考）一个三角形公园ABC内的道路如下图中实线所示。已知AE=EF=FB，AD=DC，且黑色部分为人工湖。问公园总面积是人工湖面积的多少倍?

A.9

B.12

C.16

D.18

快速找梯形：平行线中间有交叉

相似

①基本知识点：两三角形相似，对应边成比例

②相似在面积中的应用：面积比等于相似比的平方

③相似在体积中的应用：若两图形相似，体积比等于相似比的立方

【注意】相似：

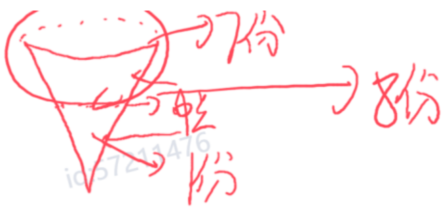
1. 基本知识点：两三角形相似，对应边成比例。

2. 相似在面积中的应用：面积比等于相似比的平方。

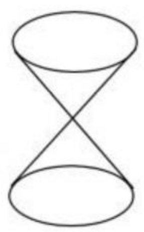
3. 相似在体积中的应用：

（1）若两图形相似（一样的图形，比如正方体和正方体相似，圆锥和圆锥相似，常考圆锥），体积比等于相似比的立方。

（2）如图所示，有一个可爱多，如果一人吃一半（上下各一半），肉眼可见上面多。从中点截开，下面小圆锥和大圆锥相似，体积用底面积*高，三条边相乘，体积比=相似比^3，为 1：2^3=1：8，大圆锥=8 份，小圆锥=1 份，则上面部分=7 份。



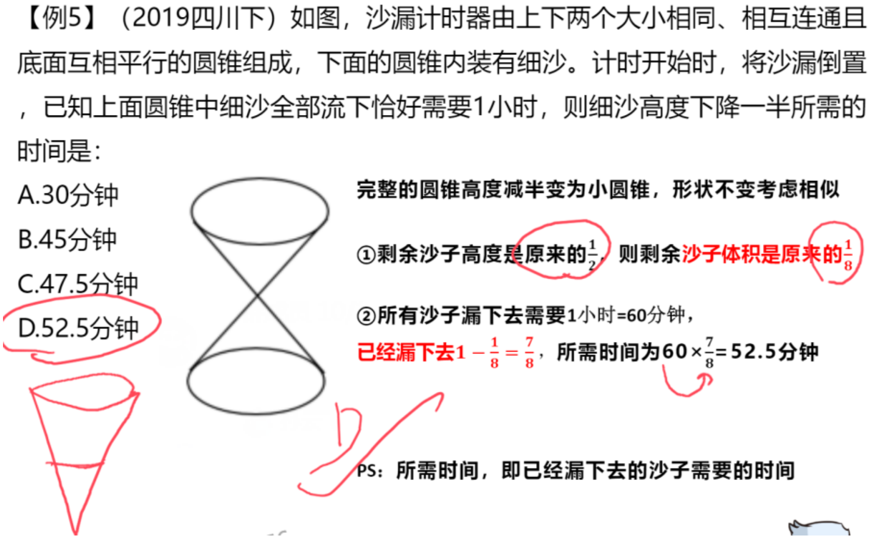
【例 5】（2019 四川下）如图，沙漏计时器由上下两个大小相同、相互连通且底面互相平行的圆锥组成，下面的圆锥内装有细沙。计时开始时，将沙漏倒置，已知上面圆锥中细沙全部流下恰好需要 1 小时，则细沙高度下降一半所需的时间是：



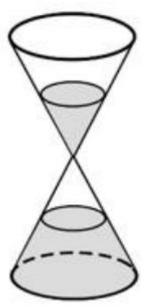
A. 30 分钟　　　　B. 45 分钟

C. 47.5 分钟　　　　D. 52.5 分钟

【解析】5.已知上面圆锥中细沙全部流下恰好需要 1 小时，“细沙高度下降一半”，即上面一大部分流掉了，问所需的时间。完整的圆锥高度减半变为小圆锥，形状不变，两个圆锥相似，剩余沙子高度是原来的 1/2，则剩余沙子体积是原来的 1/8，所有沙子漏下去需要 1 小时=60 分钟，已经漏下去 1-1/8=7/8，所需时间为 60*（7/8）=52.5 分钟，选择 D 项。PS：所需时间，即已经漏下去的沙子需要的时间。【选 D】



【例 6】（2023 联考）某餐馆承诺 25 分钟内上齐一桌菜，若超时则未上的菜品免单。每张餐桌上都有一个装满后正好 25 分钟漏完的圆锥形沙漏（如下图所示）。某位顾客在等待的过程中发现沙漏内上方沙子的高度为原先的一半，此时还差一道菜未上，则再过多久还未上菜，这位顾客将享受免单服务？



A.不到 3 分钟　　B.3～4 分钟之间

C.4～5 分钟之间　　D.超过 6 分钟

【解析】6.每张餐桌上都有一个装满后正好 25 分钟漏完的圆锥形沙漏，发现沙漏内上方沙子的高度为原先的一半，完整的圆锥高度减半变为小圆锥，形状

不变考虑相似，剩余沙子高度是原来的 1/2，则剩余沙子体积是原来的 1/8；所有沙子全漏完需要 25 分钟，现在还剩 1/8，还需要 25*（1/8）=3.125 分钟漏完，选择 B 项。【选 B】

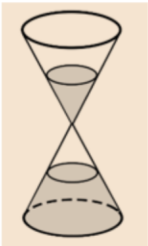
【例6】（2023联考）某餐馆承诺25分钟内上齐一桌菜，若超时则未上的菜品免单。每张餐桌上都有一个装满后正好25分钟漏完的圆锥形沙漏（如下图所示）。某位顾客在等待的过程中发现沙漏内上方沙子的高度为原先的一半，此时还差一道菜未上，则再过多久还未上菜，这位顾客将享受免单服务？

A.不到3分钟

B.3-4分钟之间

C.4-5分钟之间

D.超过6分钟



完整的圆锥高度减半变为小圆锥，形状不变考虑相似

①剩余沙子高度是原来的$\frac{1}{2}$，则剩余沙子体积是原来的$\frac{1}{8}$

②所有沙子全漏完需要25分钟，现在还剩$\frac{1}{8}$，还需要$25\times\frac{1}{8}=3.125$分钟漏完

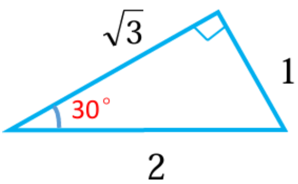
B

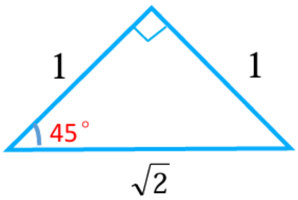
勾股定理相关

直角三角形中：$a^2+b^2=c^2$

常考点：

1. 特殊角三角形三边关系（题目只要出现角度往往很好做）





【注意】勾股定理相关：

1. 直角三角形中：任意一个直角三角形，都满足 $a^2+b^2=c^2$，其中 a、b 是直角边，c 是斜边。

2. 常考点：特殊角三角形三边关系（题目只要出现角度往往很好做）。

（1）30° 直角三角形：30° 所对的直角边是斜边的一半（1：2 的关系），那么三边关系为 1：$\sqrt{3}$：2。

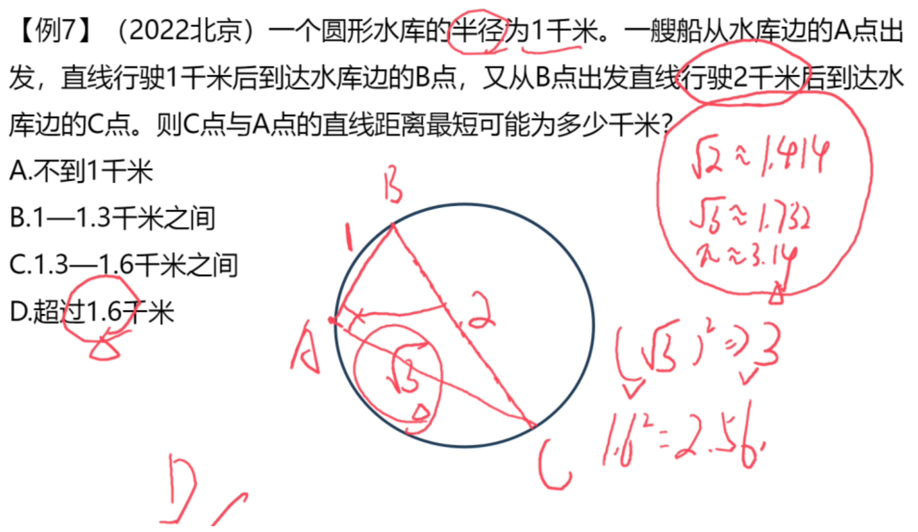
（2）45° 直角三角形：三边关系为 1：1：$\sqrt{2}$。

【例 7】（2022 北京）一个圆形水库的半径为 1 千米。一艘船从水库边的 A 点出发，直线行驶 1 千米后到达水库边的 B 点，又从 B 点出发直线行驶 2 千米后到达水库边的 C 点。则 C 点与 A 点的直线距离最短可能为多少千米？

A. 不到 1 千米　　　　B. 1～1.3 千米之间

C. 1.3～1.6 千米之间　　　　D. 超过 1.6 千米

【解析】7. “一个圆形水库的半径为 1 千米”，如图所示，“一艘船从水库边的 A 点出发，直线行驶 1 千米后到达水库边的 B 点，又从 B 点出发直线行驶 2 千米后到达水库边的 C 点”，圆的半径是 1，而圆最长的弦一定过圆心，即直径，BC=2，说明 BC 是直径，那么∠A=90°（考场思维：如果不是，就不好做。原理：在圆里面，直径所对的圆周角是直角；或者 90°所对的弦一定是直径），三边关系为 1：$\sqrt{3}$：2，则 AC=$\sqrt{3}$。积累下：$\sqrt{2}$≈1.414，$\sqrt{3}$≈1.732，π≈3.14，记不住可以用平方，（$\sqrt{3}$）^{2}=3＞1.6^2=2.56，则$\sqrt{3}$＞1.6，选择 D 项。【选 D】

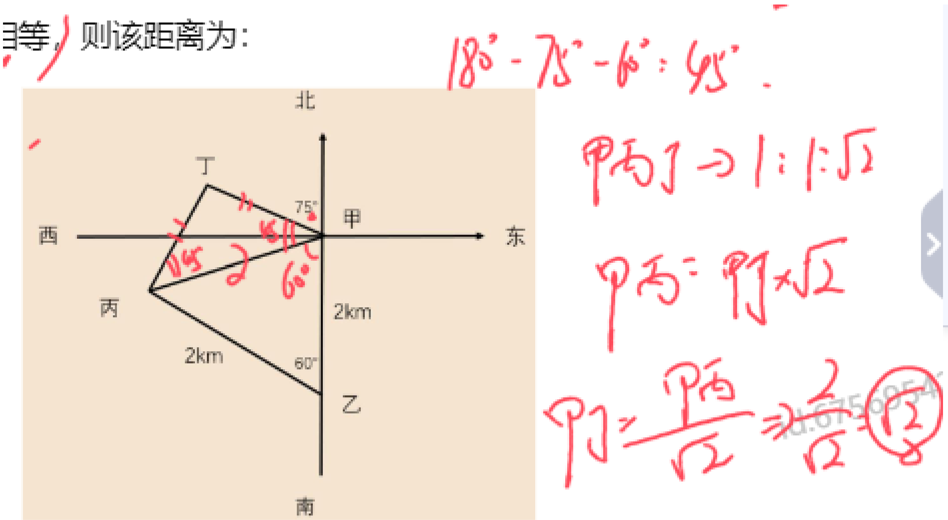


【例 8】（2020 联考）甲乙丙丁四人通过手机的位置共享，发现乙在甲正南方向 2 公里处，丙在乙北偏西 60°方向 2 公里处，丁在甲北偏西 75°方向。若丁与甲、丙的距离相等，则该距离为：

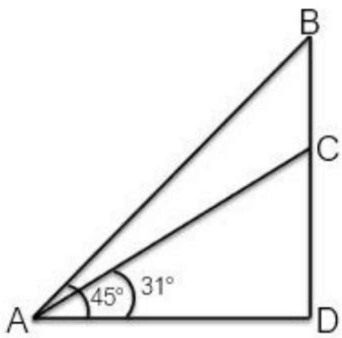
A. 1 公里　　　　B. $\sqrt{2}$公里

C. $\sqrt{3}$公里　　　　D. 2 公里

【解析】8. 出现“60°、75°”，是最经典的角度，本题一定很简单。考查特殊角度的直角三角形，边的比例是固定的。根据题意，画图分析，“乙在甲正南方向 2 公里处，丙在乙北偏西 60°方向 2 公里处”，甲乙=乙丙=2，角度为 60°，说明三角形甲丙乙是等边三角形，则甲丙=2；“丁与甲、丙的距离相等”，说明甲丙丁是等腰直角三角形，可以根据∠丁甲丙=180°-75°-60°=45°，丙丁=甲丁，说明∠丁丙甲=45 度，则甲丙丁是等腰直角三角形，三边之比为 1：1：$\sqrt{2}$，甲丁=甲丙/$\sqrt{2}$=$\sqrt{2}$，选择 B 项。【选 B】



【例 9】（2023 联考）厦门鼓浪屿海滨覆鼎岩上屹立着一尊郑成功雕像。为了测量石像的高度，某测量小组选取的测量点 A 与覆鼎岩底部 D 在同一水平线上，如下图所示。已知覆鼎岩高 CD 为 24 米，在 A 处测得石像头顶部 B 的仰角为 45°，石像底部 C 的仰角为 31°（参考数据：sin31°≈0.52，cos31°≈0.86，tan31°≈0.60），则石像 BC 的高度约为：



A. 20 米

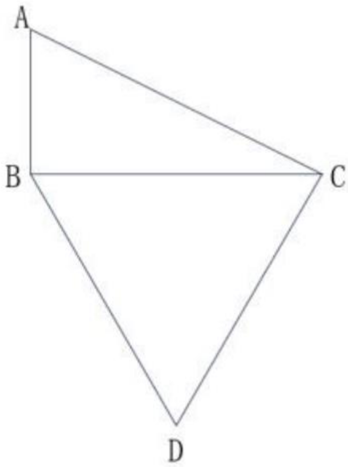
B. 18 米

C. 16 米　　　　　　　　　　　　　　D. 14 米

【解析】9. 根据题意，“A 处测得石像头顶部 B 的仰角为 45°”，则 BD=AD，要求石像 BC 的高度，BC=AD-CD，tan31° =CD/AD=24/AD=0.6，则 AD=24/0.6=40，所求=40-24=16，选择 C 项。【选 C】

【注意】sin=对边/斜边，cos=邻边/斜边，tan=对边/邻边，cot=1/tan=邻边/对边。在三角形 ACD 中，sin=CD/AC，cos=AD/AC，tan=CD/AD，cot=AD/CD。

【例 10】（2024 国考）某公园内的道路如下图所示，其中 AB、BC 分别为正南北向和正东西向道路，AB、AC 分别长 100 米和 200 米。且 BCD 为正三角形，如要用直线道路连接 AD，则该道路的长度为多少米？



A. $150\sqrt{3}$　　　　　　　　　　　B. 50（$\sqrt{3}$+1）

C. $100\sqrt{7}$　　　　　　　　　　　D. $200\sqrt{2}$

【解析】10. 根据题意，已知 AB=100，AC=200，则∠ACB=30°，BC=$100\sqrt{3}$，“BCD 为正三角形”，则 CD=$100\sqrt{3}$，求 AD 的长度。正三角形说明∠BCD=30°，∠ACD=90°，根据勾股定理，$AD^2=AC^2+CD^2=200^2+(100\sqrt{3})^2$=4 万+3 万=7 万，则 AD=$100\sqrt{7}$，选择 C 项。【选 C】

勾股定理相关

直角三角形中：$a^2+b^2=c^2$

常考点：

1.特殊角三角形三边关系（1：$\sqrt{3}$：**2**，1：1：$\sqrt{2}$）

2.常考勾股数（3、4、5）、（6、8、10）、（5、12、13）

【注意】勾股定理相关。

1.直角三角形中：$a^2+b^2=c^2$

2.常考点：

（1）特殊角三角形三边关系（1：$\sqrt{3}$：2，1：1：$\sqrt{2}$）。

（2）常考勾股数（3、4、5）、（6、8、10）、（5、12、13）→出题人最喜欢考。

【例 11】(2020 江苏)某训练基地的一块三角形场地的面积是 1920 平方米。已知该三角形场地的三边长度之比是 5：12：13，则其周长是：

A.218 米　　B.240 米

C.306 米　　D.360 米

【解析】11.已知该三角形场地的三边长度之比是 5：12：13，根据勾股数，说明场地为直角三角形，设三边分别为 5x、12x、13x，S=（5x*12x）/x=1920，$30x^2=1920$，$x^2=64$，解得 x=8，所求=5x+12x+13x=30x=30*8=240，对应 B 项。**【选 B】**

【注意】

1.Tips：三角形中，出现一组勾股数必是直角三角形。

2.根据倍数特性，周长对应 30 的倍数，可以根据 30 的倍数，排除 A、C 项；剩二代一，代入 B 项：周长为 240 米，则 x=8，5*8=40，12*8=96，（40*96）/2=1920，满足，当选。

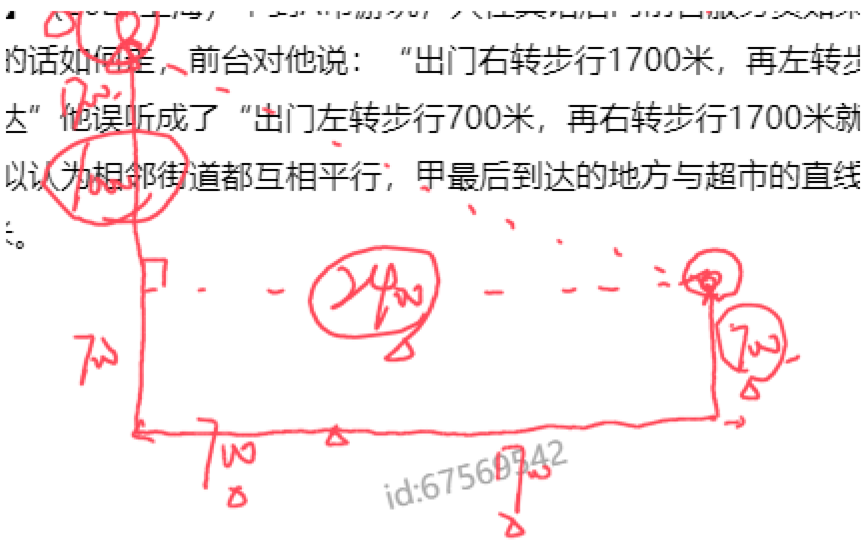
【例 12】（2024 上海）甲到 A 市游玩，入住宾馆后问前台服务员如果到附近超市购物的话如何走，前台对他说："出门右转步行 1700 米，再左转步行 700 米就能到达"他误听成了"出门左转步行 700 米，再右转步行 1700 米就能到达"。

可近似认为相邻街道都互相平行，甲最后到达的地方与超市的直线距离即为（　）米。

A. 1000　　　　B. 2000

C. 2600　　　　D. 3400

【解析】12. 根据题意，画图分析。相邻街道都互相平行，几何问题中，求边的长度，最好放在直角三角形里，过超市作底边的垂线，如图所示，在三角形中，左边剩余 1700-700=1000，横着的路程为 700+1700=2400，根据勾股数（10，24，26），则所求=2600，对应 C 项。【选 C】

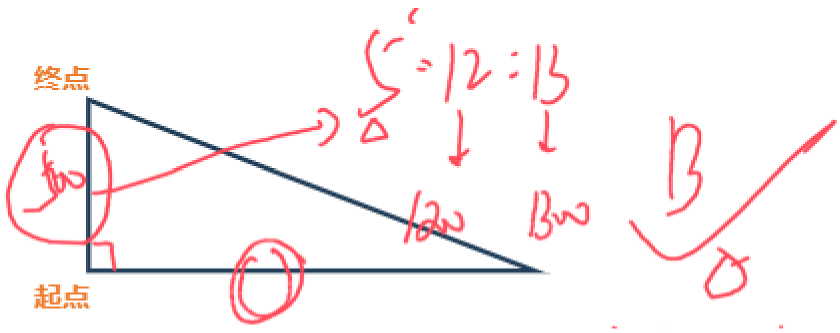


【例 13】（2022 联考）兔子和乌龟举行一场跑步比赛，终点位于起点正北方 500 米处。兔子和乌龟同时出发，均保持匀速奔跑，且兔子的速度是乌龟的 5 倍。兔子先向正东方跑了一会后发现自己跑错了方向，马上直奔终点，速度不变，结果兔子和乌龟同时到达终点。那么兔子发现跑错方向时已经跑了多少米？

A. 600　　　　B. 1200

C. 2400　　　　D. 3000

【解析】13. 根据题意，画图分析，构成直角三角形。已知兔子的速度是乌龟的 5 倍，且同时到达终点，乌龟跑了 500 米，则兔子跑了 500*5=2500 米，可以设未知数，设发现跑错方向时跑了 x，列式：$500^2+x^2=(2500-x)^2$，但是数据太大，计算比较麻烦。直角三角形，一定考勾股定理，且给的都是整数，说明是一组勾股数，出现 500，500 是直角边，根据勾股数（5，12，13），且求的是直角边，直接秒 1200，选择 B 项。【选 B】



【注意】考场思维：当题目出现直角三角形且所给数据均为整数时，优先猜勾股数 3/4/5 或 5/12/13。

③几何的考场思维

思维一：

根据知识点（勾股定理）结合数据直接秒题

【例 14】（2017 国考）某次军事演习中，一架无人机停在空中对三个地面目标点进行侦察。已知三个目标点在地面上的连线为直角三角形，两个点之间的最远距离为 600 米。问无人机与三个点同时保持 500 米距离时，其飞行高度为多少米？

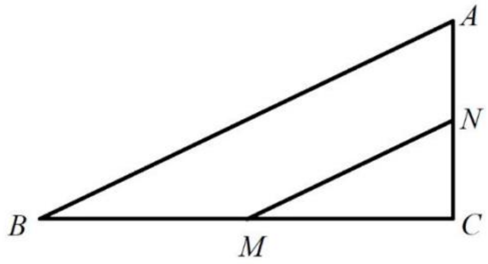
A. 500　　　　B. 600

C. 300　　　　D. 400

【解析】14. 已知三个目标点在地面上的连线为直角三角形，出现“600、500”，直角三角形一定考查勾股定理，要么是（3，4，5），要么是（5，12，13），但是选项没有 1200，根据勾股数（3，4，5），说明 500 为斜边，根据已知推未知，要构成 3：4：5 的比例，在几何中最常见的是中点，600 最容易变 300，直接秒 400，选择 D 项。【选 D】

【注意】有同学认为 600 也可能变成 1200，但是结合选项，没有 1200。

【例 15】（2020 浙江选调）如下图所示，在直角三角形 ABC 中，MN 是中位线。已知四边形 ABMN 与三角形 MNC 的周长比为 28：15，则 AC 与 BC 的长度比是：



A.5：12　　　　　　　　B.5：7

C.3：4　　　　　　　　D.6：7

【解析】15.已知三角形 ABC 为直角三角形，根据勾股数，直接排除 B、D 项;根据已知推未知,已知四边形 ABMN 与三角形 MNC 的周长比为 28:15,28-15=13,28 和 15 可以凑出来 13，则剩余两条直角边之比为 5：12，根据勾股数（5，12，13），选择 A 项。【选 A】

【注意】MN 是中位线，则 AN=CN，BM=CM，多了一条 AB，28-15=13，多了 13 份，AB 为斜边，根据勾股数（5，12，13），选择 A 项。

几何的考场思维

思维一：

根据知识点（勾股定理）结合数据直接秒题

思维二：

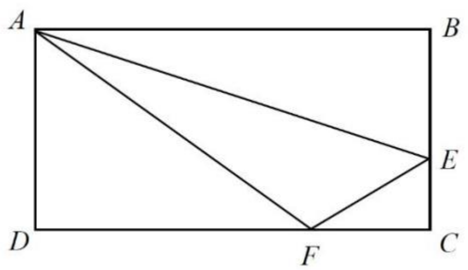
结合图形和选项差距，直接估算答案秒题

【注意】几何的考场思维：

1.思维一：根据知识点（勾股定理）结合数据直接秒题。

2.思维二：结合图形和选项差距，直接估算答案秒题。

【例 16】（2018 江苏）如图，在长方形 ABCD 中，已知三角形 ABE、三角形 ADF 与四边形 AECF 的面积相等，则三角形 AEF 与三角形 CEF 的面积之比是：



A. 5：1　　　　B. 5：2

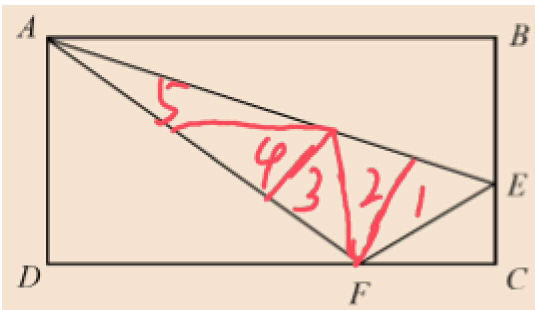
C. 5：3　　　　D. 2：1

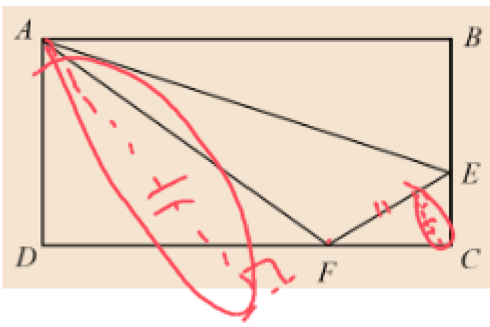
【解析】16. 问三角形 AEF 与三角形 CEF 的面积之比，即是几倍。根据图形，肉眼观察，大概为 5：1，选择 A 项。【选 A】

【注意】

1. 考场思维：求面积比例——就是看大的约等于几个小的（图是准确的）。

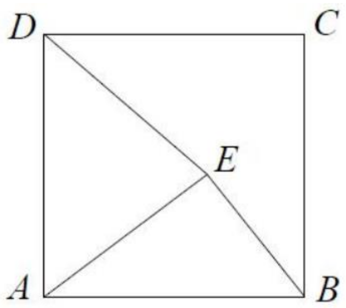
2. 如果感觉肉眼看有点牵强，可以切割画一下，发现大概为 5：1。也可以拿尺子量一下，分别作高，看高的长度是几倍。





3. 有同学感觉 5 倍有点太大，5：2=2.5 倍，3 倍都不到，选择 A 项。

【例 17】（2023 联考）边长为 10 厘米的正方形 ABCD 如下图所示，E 为正方形中的某一点，已知 AE 长 8 厘米，BE 长 6 厘米，问三角形 ADE 的面积为多少平方厘米？



A. 24　　　　　　　　B. 32

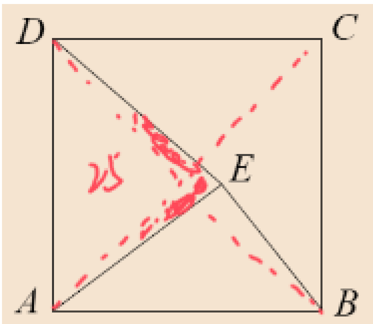
C. 44　　　　　　　　D. 48

【解析】17. 已知 AE 长 8 厘米，BE 长 6 厘米，AB=10，说明三角形 AEB 是直角三角形，$S_{\triangle AEB}$=（6*8）/2=24。根据图形，三角形 ADE 的面积要比三角形 AEB 的面积要大一点，选择 B 项。【选 B】

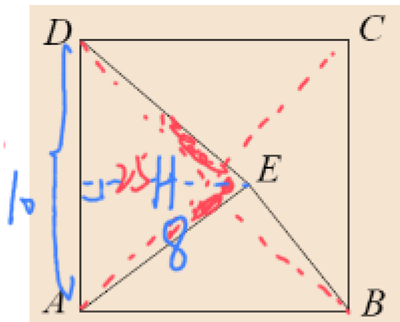
【注意】

1. 考场思维：求面积——利用已用长度结合大小关系判断范围。

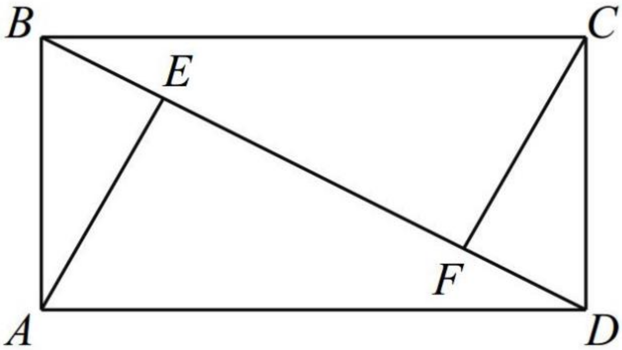
2. 思路 2：连接 AC，连接 BD，正方形面积为 100，平分后每块面积为 25，三角形 ADE 的面积比 25 大一些，选择 B 项。



3. 思路 3：过 E 作 AD 的垂线，已知 AE=8，则高 H 要小于 8，则面积＜AD*H/2=40，选择 B 项。



【例 18】(2021 四川)一块长方形土地 ABCD 中绘有 3 条绘测线如图所示。已知 AE 和 CF 垂直于对角线 BD,AE、EF 分别长 8 米和 12 米。问整块土地的面积为多少平方米?



A. 96　　B. 156

C.160　　D.240

【解析】18. 问整块土地的面积,由于长和宽不知道,从中间入手,$S_{矩形}$=AE*BD,已知 AE、EF 分别长 8 米和 12 米。则所求是 8 的倍数,结合选项,可以排除 B 项;BD 肯定大于 12,则面积>8*12=96,也可以排除 A 项;剩下 C、D 项,看不出来可以代入,代入 C 项:160=8*20,则 BD=20,20=12+4+4,明显符合;不方向代入 D 项,240=8*30,30=12+9+9,明显不符合,选择 C 项。【选 C】

【注意】根据图形,猜测 BE=FD=4,所求=8*(4+12+4)=20*8=160,选择 C 项。

【注意】今日收获：几何问题。

1.关于相似：

（1）两图形相似，对应边成比例，面积比是相似比的平方，体积比是相似比的立方。

（2）在梯形中的应用——蝴蝶定理。在一个梯形（任意梯形）中，若上底：下底=a：b；则四个三角形面积之比为上：下：左：右=a^2：b^2：ab：ab。

2.关于勾股定理：

（1）特殊角三角形三边关系（1：$\sqrt{3}$：2，1：1：$\sqrt{2}$）。

（2）常考勾股数（3、4、5）、（6、8、10）、（5、12、13）。

3.考场思维：有图你就看（猜）。

我敬佩每一位努力的人

正如此时深夜还在听课的你

人们常说有志者事竟成

可真正能做到坚持二字多么的不易

那既然已经到了这里，又何妨再多一些日子呢

努力的人啊，起码你对得起自己，加油！

【答案汇总】

几何问题 1-5：CBCDD；6-10：BDBCC；11-15：BCBDA；16-18：ABC

遇见不一样的自己

Be your better self