书面作业 第10次

第1部分 基础

T1 分别构造具有如下特点的图

（1）有欧拉回路和哈密尔顿回路；（2）有欧拉回路,但无哈密尔顿回路；（3）无欧拉回路,但有哈密尔顿回路；（4）无欧拉回路,也无哈密尔顿回路.

T2 构造一个平面图，使它是可 4-着色的，但不是可 3-着色的.

T3 构造若干个结点数为6的非平面图.

第2部分 理论

T1 设图 G 是一个(n,m)图，且 m≥(n-1)(n-2)/2+2，证明：G 是哈密尔顿图. 可否画出一个具有n个结点，(n-1)(n-2)/2+1条边的非哈密尔顿图?

T2 Prove the following theorem.

Theorem (Bondy and Chvátal, 1976). Consider a simple graph G= (V, E) and let u, v∈ V be non-neighbouring vertices such that deg(u) +deg(v) ≥ |V|. Then G is Hamiltonian iff G U{(u, v)} is Hamiltonian.

提示：本题关键在于证明充分性，即G U{(u，v)}为哈密尔顿图时，G也为哈密尔顿图，注意针对边（u，v）进行讨论，类似哈密尔顿图判定定理的证明方法。

T3 求解极大平面图的边数(e)与结点数(n)的关系.

T4 用数学归纳法证明连通平面图的欧拉公式. 用n，e，f分别表示G的结点数、边数、面数.

T5 求解非连通平面图G的欧拉公式；若非连通平面图G的每个面度数至少为k，试求解G可能的最大边数. 用n，e，f分别表示G的结点数、边数、面数.

T6（选做） 证明六色定理.

提示：相比五色定理的证明，本定理的证明较为简单，可类似地用数学归纳法证明.

第3部分 综合应用

T1 考虑在七天内安排七门课程的考试，要求同一位教师所任教的两门课程考试不安排在接连的两天里，请应用有关图论性质证明：如果教师所担任的课程都不多于四门，则存在满足上述要求的考试安排方案.

T2 某大型互联网公司的一个软件开发部门有5个开发小组，近期要完成5个软件开发项目，已知小组A擅长项目2、3、4的开发，小组B擅长项目1、2、3、5的开发，小组C、D、E擅长项目2、3的开发. 分析论证是否可否设计一个规划，满足条件：每个小组均参与项目开发，每个小组只完成擅长的项目，且每一个项目均能完成.

T3 Complex大学的CS学院有8名教员，这学期他们每人开设3门课程，课程表如下表所示.

教授	所授课程
Agnesi	132,136,211
Bernoulli	127,131,153
Cauchy	131,132,211
Descartes	127,131,205
Euler	131,138,154

Frobenius	132,136,201
Gauss	127,131,138
Hamilton	153,154,205

在安排考试的时候，已经确定学院的每门课程都将有考试，每位教授仅必须监考自己的课程. 学校有充足的教室，且每人都希望考试能尽早结束，这样他们就能尽情投入到假期中去，学者或许还能证明出一些新的定理. 那么，整个考试最少需要多少时间按段？具体如何安排？

提示：本时间表问题的关键是设计一个时间段的安排，使得教授多门课程的教授不会产生监考时间上的冲突.