

方法精讲-数量 2

(笔记)

主讲教师：牟立志

授课时间：2024.08.08



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量 2（笔记）

数量关系 方法精讲 2

学习任务：

1. 课程内容：工程问题、经济利润问题
2. 授课时长：3 小时
3. 对应讲义：第 198～202 页
4. 重点内容：
 - （1）掌握工程问题的三种考法与对应的解题步骤，以及常用的赋值方法
 - （2）掌握与售价、进价、利润、折扣、利润率等相关的公式
 - （3）掌握经济利润问题中的分段计费问题、函数最值问题

《数量关系必备能力》

- ①连续的分析能力：每个条件，能往下分析一步
- ②认知：看到什么，想到什么
- ③积累：积累套路

【注意】数量关系必备能力：

1. 连续的分析能力。
2. 对应题型和方法需要有最基本的认知。
3. 积累套路。

目录

- 01 工程问题
- 02 经济利润

【注意】本节课讲解两种题型，都是非常重要的，基本上是必考的，而且很容易拿分，分别是工程问题和经济利润问题。这两种题型在小学就开始学习了，基础是没有什么问题的，比如小学老师可能教过赋值工作总量为单位“1”的方法。

第四节 工程问题

《工程问题的认知》

① 总量=效率*时间

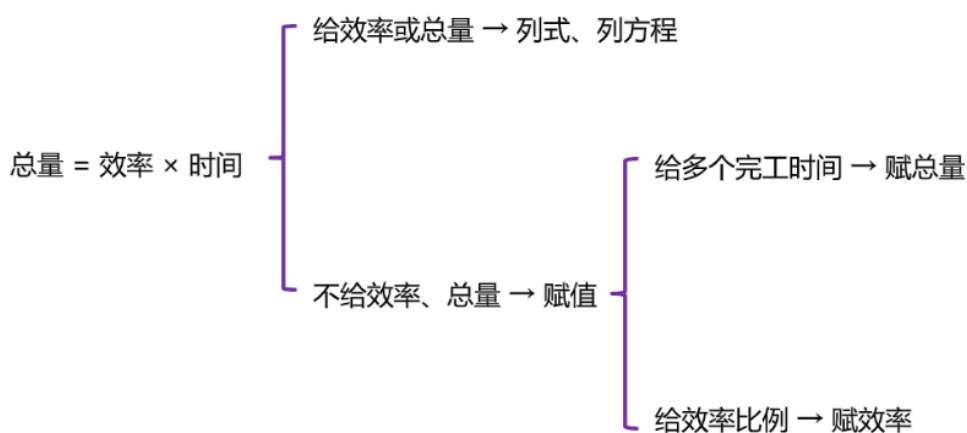
② 找数据，去干活

【注意】工程问题：

1. 三量关系：总量=效率*时间。所有的工程问题都是围绕这个三量关系展开分析的。

2. 找数据，去干活。如果领导给你一项工作，必须要知道领导给你多少活，以及自己每天能干多少活，才能给领导准确答复，说明自己几天能干完活。必须知道工作总量和效率，才能求工作时间。对于工程问题的准备工作，找效率和总量才能干活，否则干不了。用所学的所有方法把总量和效率直接或间接地表示出来，如果能就可以做，是简单题；如果不能赶紧放下，做不了。

《找数据》工程问题中，一般都会给出时间



【注意】对于“总量=效率*时间”这个三量关系，一般情况下，在工程问题中，都会给出时间。

1. 给出总量或效率：列式、列方程。

(1) 给出效率，可以求出总量。

(2) 给出总量，可以求出效率。

2. 不给总量和效率：需要自己想办法，需要赋值。

(1) 给多个完工时间：赋总量。

(2) 给效率比例：赋效率。

《给效率或总量→列式、列方程》

例：搬一车砖，甲一小时搬 10 块，比乙多 5 块，两人合作 3 小时完成，乙单独完成几小时？

总量=效率*时间

【注意】给效率或总量：列式、列方程。

1. 例：搬一车砖，甲一小时搬 10 块，比乙多 5 块，两人合作 3 小时完成，问：乙单独完成几小时？

答：已知“甲一小时搬 10 块，比乙多 5 块”，甲的效率是 10，则乙的效率是 $10-5=5$ ；已知“两人合作 3 小时完成”，知道效率和时间，可以求出总量，总量= $(10+5)*3=15*3=45$ ；问“乙单独完成几小时”，所求=总量/乙的效率= $45/5=9$ 小时。

2. 对于工程问题，找完数之后，按照要求做题即可。

《给多个完工时间→赋总量》

例：搬一车砖，甲单独需要 3 小时，乙单独需要 2 小时，两人合作需要几小时？

总量=效率*时间

【注意】给多个完工时间：赋总量。

1. 例：搬一车砖，甲单独需要 3 小时，乙单独需要 2 小时，问：两人合作需要几小时？

答：给出多个完工时间（3 小时、2 小时），考虑赋总量。赋完总量需要除以 3、除以 2 算效率，为了好算，赋值总量为完工时间 3 和 2 的公倍数 6，甲的效率= $6/3=2$ ，乙的效率= $6/2=3$ 。问“两人合作需要几小时”，所求= $6/(2+3)=1.2$ 小时。

2. 赋值总量为完工时间的公倍数，不一定是最小公倍数，不是最小公倍数也可以，赋值多少无所谓，方便计算即可，可以赋值总量为单位“1”，也可以赋值总量为 100、1000、10000，但赋值总量为最小公倍数是最好算的。

《给效率比例→赋效率》

例：搬一车砖，甲和乙的效率比为 2: 1，合作 3 小时完成，甲先干 2 小时，再由乙单独干，一共需要几小时洗完？

总量=效率*时间

【注意】给效率比例：赋效率。

1. 例：搬一车砖，甲和乙的效率比为 2: 1，合作 3 小时完成，甲先干 2 小时，再由乙单独干，一共需要几小时洗完？

答：题干没有给出总量，没有给出具体的效率，只给出时间，数据补全，需要赋值，题干给出效率比例，已知“甲和乙的效率比为 2: 1”，赋值甲的效率为 2、乙的效率为 1，合作 3 小时完成，总量= (2+1) *3=9。问“甲先干 2 小时，再由乙单独干，一共需要几小时洗完”，假设乙单独干 t 小时，列式：2*2+1*t=9 → t=5，不能直接选择“5”的选项，乙单独干 5 小时，但问的是“一共需要几小时洗完”，甲先干了 2 小时，乙又干了 5 小时，一共需要 2+5=7 小时。

2. 对于效率比例，考查的内容比较多一点。

《给效率比的三种形式》

直接型：

①甲：乙=3: 4

②甲的效率比乙高 3/5

间接型：

不同工作方式，完成相同工作总量，可推导效率比例

一项工程，甲干 3 天，乙再干 7 天可以完成；甲干 2 天，乙再干 9 天也可以完成

特殊型：

给工作人数、机器台数（效率默认相同）

有 30 个工人修路→效率为 30

【注意】给效率比例的三种形式：

1. 直接型：

(1) 甲：乙=3: 4，直接赋值甲的效率为 3、乙的效率为 4。

(2) 甲的效率比乙高 $\frac{3}{5}$ ，“无脑”转化， $\frac{\text{甲}}{\text{乙}} = \frac{(3+5)}{5} = \frac{8}{5}$ ，赋值甲的效率为 8、乙的效率为 5。

2. 间接型：

(1) 不同工作方式，完成相同工作总量，可以推导效率比例。

(2) 一项工程，甲干 3 天，乙再干 7 天可以完成；甲干 2 天，乙再干 9 天也可以完成。

答：第一种方式是“甲干 3 天，乙再干 7 天可以完成”，第二种方式是“甲干 2 天，乙再干 9 天也可以完成”， $3 \times \text{甲} + 7 \times \text{乙} = 2 \times \text{甲} + 9 \times \text{乙} \rightarrow \text{甲} = 2 \times \text{乙} \rightarrow \frac{\text{甲}}{\text{乙}} = \frac{2}{1}$ ，可以赋值甲的效率为 2、乙的效率为 1。

(3) 需要与给完工时间区分开，完工时间是可以完成整项工作的，上面的例子中，3 天、7 天、2 天、9 天都不是完工时间。

3. 特殊型：

(1) 给工作人数、机器台数（默认效率相同，效率比例为 1: 1: 1……）。

(2) 有 30 个工人修路，赋值每个工人的效率都是 1，则 30 个工人的效率为 30。

【例 1】（2021 广东）为支持“一带一路”建设，某公司派出甲、乙两队工程人员出国参与一个高铁建设项目。如果由甲队单独施工，200 天可完成该项目；如果由乙队单独施工，则需要 300 天。甲、乙两队共同施工 60 天后，甲队被临时调离，由乙队单独完成剩余任务，则完成该项目共需多少天？

- A. 120
B. 150
C. 180
D. 210

【解析】1. 出现“某公司派出甲、乙两队工程人员……”，工程问题，总量=效率*时间，找数据，去干活。题干只给了时间，数据是不够的，需要赋值，赋值有两种情况，给完工时间→赋总量，给效率比例→赋效率。（1）找数据：直接给出 2 个完工时间（200 天、300 天），赋值工作总量为完工时间 200 和 300 的公倍数 600，甲的效率=600/200=3，乙的效率=600/300=2。（2）去干活：已知“甲、乙两队共同施工 60 天后，甲队被临时调离，由乙队单独完成剩余任务”，假设乙队单独完成剩余任务需要 t 天，列式： $(3+2) \times 60 \text{ 天} + 2 \times t \text{ 天} = 600 \rightarrow t = 150$ ；问“完

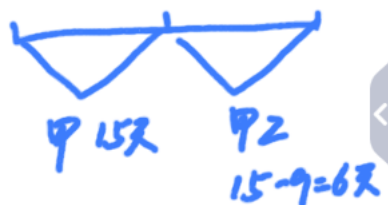
成该项目共需多少天”，甲、乙先合作 60 天，乙又单独工作 150 天，共需 $150+60=210$ 天，对应 D 项。【选 D】

【例 2】（2023 北京）甲、乙两个工程队被安排实施某个工程。甲工程队先施工，用了 15 天完成了一半，剩下部分甲、乙合作，比前一半的用时短了 9 天。则乙工程队独立完成整个工程需要多少天？

- A. 10
B. 15
C. 16
D. 20

【解析】2. 出现“甲、乙两个工程队”，工程问题，总量=效率*时间，找数据，去干活。题干没有给出总量和效率，只给了时间，已知“甲工程队先施工，用了 15 天完成了一半”，甲干一半需要 15 天，则甲完成工作总量需要 $15*2=30$ 天；已知“剩下部分甲、乙合作，比前一半的用时短了 9 天”，甲、乙合作完成剩余一半用时 $15-9=6$ 天，甲、乙合作完成工作总量需要 $6*2=12$ 天。

给出 2 个完工时间（30 天、12 天），赋值总量为完工时间 30 和 12 的最小公倍数 60，甲的效率= $60/30=2$ ，甲的效率+乙的效率= $60/12=5$ ，乙的效率= $5-2=3$ 。问“乙工程队独立完成整个工程需要多少天”，所求=总量/乙的效率= $60/3=20$ 天，对应 D 项。【选 D】



【例 3】（2023 联考）轨道交通公司定期进行轨道检修工作，甲、乙两个工程队合作进行需 4 小时完成，甲队单独完成比乙队单独完成快 15 小时，则甲队单独完成需要的时间是：

- A. 5 小时
B. 6 小时
C. 7 小时
D. 8 小时

【解析】3. 出现“轨道交通公司定期进行轨道检修工作”，工程问题，总量=效率*时间，找数据，去干活。题干给出时间，没有给出总量和效率，需要进行

赋值。题干只给了 1 个完工时间（4 小时），但赋总量至少需要 2 个完工时间，无法赋总量；题干也没有给出效率比例，虽然题干选项不充分，可以利用上节课代入排除的思想，问“甲队单独完成需要的时间”，如果把选项当作条件，就有 2 个完工时间，此时可以赋总量。

代入 A 项：甲、乙两个工程队合作进行需 4 小时完成，甲单独完成的时间为 5 小时，赋值总量为完工时间 5 和 4 的最小公倍数 20，甲的效率+乙的效率=20/4=5，甲的效率=20/5=4，验证“甲队单独完成比乙队单独完成快 15 小时”，甲单独完成需要 20/4=5 小时，乙的效率=5-4=1，乙单独完成需要 20/1=20 小时，20-5=15 小时，满足题干所有要求，当选。【选 A】

【注意】本题不要列方程，列方程不好做，x 在分母，可以代入，但不好直接求解。

【例 4】（2022 联考）甲、乙二人合作计划 30 天完成一项工程，甲的工作效率是乙的 2 倍。两人合作 10 天后，甲的效率提升 25%，乙的效率提升 50%。又合作 10 天后，乙因其他任务撤出，甲单独完成剩余任务。则最终工作比预计时间：

- A. 早 2 天
- B. 晚 2 天
- C. 早 4 天
- D. 晚 4 天

【解析】4. 出现“甲、乙二人合作计划 30 天完成一项工程”，工程问题，总量=效率*时间，找数据，去干活。题干给出时间、效率比例，没有给出总量，需要进行赋值，给完工时间→赋总量，给效率比例→赋效率。已知“甲的工作效率是乙的 2 倍”，赋值甲的效率为 2、乙的效率为 1；已知“甲、乙二人合作计划 30 天完成一项工程”，总量=（2+1）*30=90。根据题意，甲乙正常干 10 天的工作量+甲乙提速干 10 天的工作量+甲提速干 t 天的工作量=总量，提速后甲的效率变为 $2*(1+25\%)=2.5$ 、乙的效率变为 $1*(1+50\%)=1.5$ ，列式： $(2+1)*10+(2.5+1.5)*10+2.5t=90 \rightarrow 30+40+2.5t=90 \rightarrow 2.5t=20 \rightarrow t=8$ ，预计时间为 30 天，实际用的时间为 $10+10+8=28$ 天，最终工作比预计时间提前了 2 天，对应 A 项。【选 A】

【例 5】（2023 成都事业单位）某市需要修一座桥梁，现有甲、乙两个施工

单位，已知甲、乙合作 12 天可完成桥梁的 $\frac{7}{8}$ ；如果甲、乙单独做，那么甲完成 $\frac{1}{2}$ 与乙完成 $\frac{2}{3}$ 所需要的时间相等。则甲单独做比乙单独做需要多用多少天？

- A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

【解析】5. 本题稍微有一点难，需要认真听。出现“修一座桥梁”，工程问题，总量=效率*时间，找数据，去干活。题干只给了时间，没有给出总量和效率，需要进行赋值，如果赋总量，必须要知道 2 个完工时间，无法赋总量；没有给出直接的效率比例，已知“甲完成 $\frac{1}{2}$ 与乙完成 $\frac{2}{3}$ 所需要的时间相等”，给出等量关系，可以间接求出效率比例， $(\frac{1}{2}) * \text{总量} \div \text{甲的效率} = (\frac{2}{3}) * \text{总量} \div \text{乙的效率} \rightarrow (\frac{1}{2}) * \text{乙的效率} = (\frac{2}{3}) * \text{甲的效率} \rightarrow \text{甲的效率} / \text{乙的效率} = \frac{1}{2} * (\frac{3}{2}) = \frac{3}{4}$ ，赋值甲的效率为 3、乙的效率为 4；已知“甲、乙合作 12 天可完成桥梁的 $\frac{7}{8}$ ”， $(3+4) * 12 = (\frac{7}{8}) * \text{总量} \rightarrow \text{总量} = 84 * (\frac{8}{7}) = 96$ 。问“甲单独做比乙单独做需要多用多少天”，甲单独做需要的时间为 $96/3=32$ 天，乙单独做需要的时间为 $96/4=24$ ，所求= $32-24=8$ 天，对应 C 项。【选 C】

【例 6】（2021 广东）某茶园需要在一定时间内完成采摘。前 4 天安排了 20 名采茶工，完成了五分之一的工作量。如果再用 10 天完成全部采摘，至少还需要增加多少名采茶工？

- A. 12
B. 11
C. 10
D. 9

【解析】6. 出现“完成采摘”，工程问题，总量=效率*时间，找数据，去干活。已知“前 4 天安排了 20 名采茶工”，给出具体人数，默认每个人的效率都是 1，则 20 名采茶工的效率为 20；已知“前 4 天安排了 20 名采茶工，完成了五分之一的工作量”， $(\frac{1}{5}) * \text{总量} = 4 * 20 = 80$ ，总量= $80 * 5 = 400$ 。前 4 天完成的工作量为 80，剩余工作量为 $400-80=320$ ，若想在 10 天内完成，需要 $320/10=32$ 人，所求= $32-20=12$ 人，对应 A 项。【选 A】

【例 7】（2023 浙江）收割一片稻田，可选择甲、乙、丙 3 台农机。用丙收

割的用时比用甲短 4 小时，比用乙长 2 小时。已知甲、乙的收割速度分别为 5 亩/小时和 9 亩/小时，那么丙的收割速度在以下哪个范围内？

- A. 小于 6 亩/小时 B. 6~7 亩/小时
C. 7~8 亩/小时 D. 大于 8 亩/小时

【解析】7. 出现“收割一片稻田”，工程问题，总量=效率*时间，找数据，去干活。题干给出时间，已知“甲、乙的收割速度分别为 5 亩/小时和 9 亩/小时”，直接给出效率，可以求出总量，数据比较全，列式、列方程即可。假设丙的收割时间为 t ，则甲的收割时间为 $t+4$ 、乙的收割时间为 $t-2$ ，甲完成的工作量为 $5*(t+4)=5t+20$ ，乙完成的工作量为 $9*(t-2)=9t-18$ ，总量相同，列式： $5t+20=9t-18 \rightarrow 4t=38 \rightarrow t=9.5$ 小时，总量= $5t+20=5*9.5+20=5*(10-0.5)+20=47.5+20=67.5$ ，丙的效率=总量/ $t=67.5/9.5=7^+$ ，对应 C 项。【选 C】

第五节 经济利润问题

《经济利润的题型》

- ①基础经济
- ②分段计价
- ③函数最值

【注意】经济利润的题型：

- 1. 基础经济：稍微有一点难度，需要分析、认知。
- 2. 分段计价：属于套路题，需要积累。
- 3. 函数最值：属于套路题，需要积累。

《基础经济》

- ①利润=售价-成本

例：帅志 5 元买一瓶水，20 元卖给郭子，帅志获利____元

- ②总利润=（售价-成本）*数量

例：帅志 5 元买一瓶水，20 元卖给郭子，连续卖 10 瓶，帅志获利____元

- ③利润率=利润/成本

例：帅志 5 元买一瓶水，20 元卖给郭子，帅志的利润率为____

④ 售价 = 成本 * (1 + 利润率)

例：帅志 5 元买一瓶水，期望获得 300% 的利润，需定价____元

⑤ 成本 = 售价 / (1 + 利润率)

例：帅志以 20 元卖给郭子一瓶水，获得 300% 的利润，其进价为____元

【注意】基础经济：

1. 利润 = 售价 - 成本。

(1) “售价”就是卖出的钱，“成本”就是进价，“利润”就是赚的钱。

(2) 例：帅志 5 元买一瓶水，20 元卖给郭子，帅志获利（ ）元。

答：5 元是成本，20 元是售价，赚了 $20 - 5 = 15$ 元。

2. 总利润 = (售价 - 成本) * 数量。

例：帅志 5 元买一瓶水，20 元卖给郭子，连续卖 10 瓶，帅志获利（ ）元。

答：1 瓶可以赚 15 元，10 瓶可以赚 $15 * 10 = 150$ 元。

3. 利润率 = 利润 / 成本。

(1) 在资料分析中，利润率 = 利润 / 收入；在数量关系中，利润率 = 利润 / 成本。

(2) 例：帅志 5 元买一瓶水，20 元卖给郭子，帅志的利润率为（ ）。

答：利润为 $20 - 5 = 15$ 元，利润率 = $15 / 5 = 300\%$ 。

4. 售价 = 成本 * (1 + 利润率)。

例：帅志 5 元买一瓶水，期望获得 300% 的利润，需定价（ ）元。

答： $5 * (1 + 300\%) = 20$ 元。

5. 成本 = 售价 / (1 + 利润率)。

例：帅志以 20 元卖给郭子一瓶水，获得 300% 的利润，其进价为（ ）元。

答： $20 / (1 + 300\%) = 5$ 元，相当于资料分析中的现期、基期、r，售价相当于现期，成本相当于基期，利润率相当于 r。

《基础经济的认知》

① 给具体，求具体，方程 → 常以“利润”作为等量关系

② 给比例，求比例，赋值 → 常赋值“成本”、“定价”为 10、100 好算的数

【注意】基础经济的认知：

1. 给具体，求具体，列方程，往往以“利润”作为等量关系。
2. 给比例，求比例，考虑赋值，赋值多少无所谓，方便计算即可，往往赋值成本、定价为 10、100 好算的数。

【例 1】（2023 联考）某商场柜台出售一款小家电，如果按定价打九折出售可获得利润 70 元，如果按定价打九五折出售可获得利润 100 元，这款小家电进货价格所在区间是：

- A. 400~450 元 B. 450~500 元
C. 500~550 元 D. 550~600 元

【解析】1. 出现“出售一款小家电”，经济利润问题。给具体钱数，求具体钱数，找等量关系，以“利润”作为等量关系，售价-成本=利润，按定价打九折出售可获得利润 70 元，按定价打九五折出售可获得利润 100 元，假设成本为 x 、定价为 y ，列式： $0.9y-x=70$ ①； $0.95y-x=100$ ②，两个方程、两个未知数，可以把 x 和 y 都解出来。②-①得： $0.05y=30 \rightarrow y=600$ ；代入①式： $600 \times 0.9-x=70 \rightarrow x=470$ ，对应 B 项。【选 B】

$$\begin{array}{l}
 \text{售} - \text{成} = \text{利} \\
 \begin{array}{l} 9折 \\ 95折 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 0.9y - x = 70 \\ 0.95y - x = 100 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 600 \times 0.9 - x = 70 \\ x = 470 \end{array}
 \end{array}$$

【例 2】（2024 浙江网友回忆版）甲、乙两店同时开展促销活动，甲店单件商品的标价超过 50 元可以立减 20 元后再打 9 折，乙店单件商品的标价超过 50 元可以打 8 折后再立减 10 元。现两家店都在销售的 3 种商品，相同商品在两店价格相同，分别为 45 元、75 元和 85 元，某人准备购买其中两种商品各一件，最少的花费在以下哪个范围之内？

- A. 90 元以下 B. 90~93 元
C. 93~96 元 D. 96 元以上

【解析】2. 题干长的题目，考连续分析的能力。“甲店单件商品的标价超过 50 元可以立减 20 元后再打 9 折”，比如甲商店 60 元的商品，收费 $(60-20) \times 0.9=36$

元。如果原价是 40 元，没有活动，还是收费 40 元。“乙店单件商品的标价超过 50 元可以打 8 折后再立减 10 元”，比如乙商店 60 元的商品，收费 $60 \times 0.8 - 10 = 48 - 10 = 38$ 元，如果是 40 元的商品，还是收费 40 元。

45 元的商品：在甲店和乙店，都收费 45 元。75 元的商品：甲店收费 $(75-20) \times 0.9 = 55 \times 0.9$ （错位相减） $= 49.5$ 元。乙店收费 $75 \times 0.8 - 10 = 50$ 元。85 元的商品不用分析，75 元的收费已经超过 45 元，要买便宜的，45 元一定要买，75 元和 85 元在相同的规则下，85 元的实际钱数一定比 75 元大，所以不用分析 85 元。45 元的商品两店都可以，75 元的商品在甲店更划算，所求 $= 45 + 49.5 = 94.5$ 元，对应 C 项。【选 C】

【注意】 本题只要不买 85 元的商品，就能选到正确答案。

【例 3】2023 河北）某商品的利润率是 20%。如果进货价降低 20%，售价保持不变，此时利润率是多少？

- A. 40% B. 30%
- C. 60% D. 50%

【解析】拓展. 给具体求具体，用方程法；给比例求比例，用赋值法。经济利润问题中，常用公式：售价-成本=利润，给利润率，可以赋值。可以赋值成本、定价等，如果赋值成本，赋值 10 或者 100 都可以，计算之后要乘以 20%，可以赋值为 10，如果利润率是 24%，赋值 100 更好算。

赋值原来成本为 10，“某商品的利润率是 20%”，则售价=10*（1+20%）=12，利润=2。“如果进货价降低 20%”，成本变为 8，售价还是 12，则利润=12-8=4，利润率=利润/成本=4/8=50%，选择 D 项。【选 D】

【注意】入手角度：利润=售价-成本；考虑售价=成本*（1+利润率）。

【例 4】(2023 浙江) 某商品上月售价为进价的 1.4 倍, 销售 m 件。本月该商品进价下降 20%, 售价不变, 销售利润为上月的 1.8 倍。那么本月的销量为多少件?

A. 1.3m

B. 1.25m

C. 1.2m

D. 1.15m

【解析】4. 基础的经济利润问题，给的是比例，求的是数量，给的都是比例，考虑赋值。涉及数量，三量关系：总利润=（售价-成本）*数量。时间分为本月和上月，已知上月售出 m 件，无其他具体数据，需要赋值，赋值上月成本为 10，“某商品上月售价为进价的 1.4 倍”，则上月售价=10*1.4=14，上月总利=（14-10）* m =4 m 。“本月该商品进价下降 20%”，本月成本=10*（1-20%）=8，售价不变，还是 14，“销售利润为上月的 1.8 倍”，本月总利润=4 m *1.8=7.2 m ，所求=7.2 m /6=1.2 m 。

【选 C】

【注意】赋值上月成本为 10，如果不放心，赋值上月成本为 10a，则售价为 14a，上月总利=（14a-10a）* m =4a m 。本月售价为 14a、成本下降为 8a，本月总利润=4a m *1.8=7.2a m 。则 6a*数量=7.2a m ，都有 a，可以约掉，7.2 m /6=1.2 m 。用乘法连接，左右都有未知数，计算的时候可以约掉。

《分段计价》

识别：水电费、出租车费、税费等，不同阶段计费标准不同，给总量求费用或给费用求总量

方法：①找到分段点

②分别计算

③汇总加和

例：某市实施阶梯水价，10 吨以内（含 10 吨）每吨水 3 元，10 吨以上每吨水 5 元，徐某某月用水 20 吨，需缴纳水费多少元？

【注意】分段计价：

1. 识别：水电费、出租车费、税费等，不同阶段计费标准不同，给总量求费用或给费用求总量。比如出租车收费，有起步价，之后超过多少距离，xx 元/公里；水电费也是有标准用量，超过之后 xx 元/吨。

2. 方法：

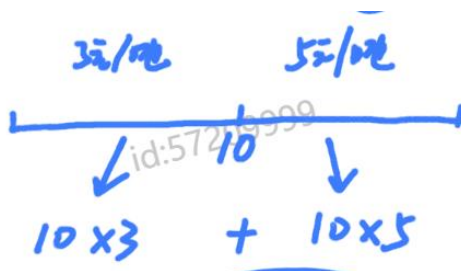
（1）找到分段点。

(2) 分别计算。

(3) 汇总加和。

3. 例：某市实施阶梯水价，10 吨以内（含 10 吨）每吨水 3 元，10 吨以上每吨水 5 元，徐某某月用水 20 吨，需缴纳水费多少元？

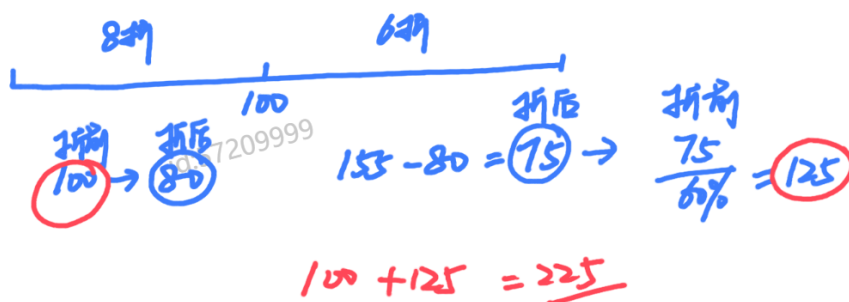
答：分段计费，画一条线段，分段点为 10 吨，10 吨之前，每吨水 3 元；10 吨以上，吨水 5 元，总共用 20 吨水，分为前面 10 吨和后面 10 吨，前面 10 吨收费 3×10 ；后面 10 吨每吨收费 10×5 ，总费用 $= 10 \times 3 + 10 \times 5$ 。



【例 1】(2020 广西事业单位) 某商店实行打折销售, 顾客消费在 100 元以内的部分, 按 8 折收费, 超过 100 元的部分按 6 折收费。某顾客在商场实际消费 155 元, 如果没有实行打折销售, 这位顾客需要支付多少元?

- A. 225
C. 275
B. 255
D. 295

【解析】1. 分段计费问题，最好画线段分析，分段点为 100 元，100 元之前按 8 折收费，超过 100 元的部分按 6 折收费。实际消费 155 元，则原价一定超过 155 元。前面 100 元，收费 80 元。超过 100 元的部分，打折后收费 $155 - 80 = 75$ 元，打六折是 75 元，打折前是 $75 / 60\% = 125$ 元。总钱数 $= 100 + 125 = 225$ 元。【选 A】

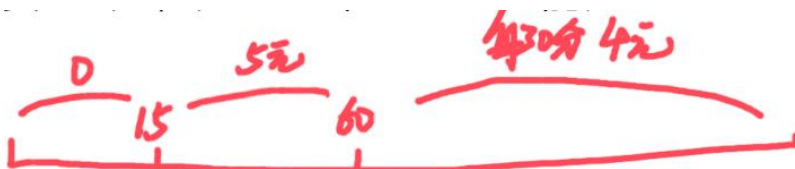


【例 2】(2023 联考) 某智慧公共停车场的收费标准如下: 停车不超过 15

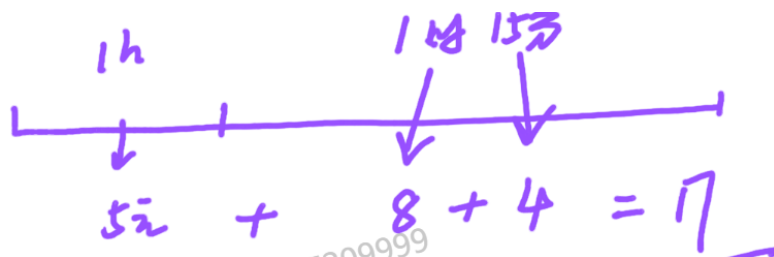
分钟，不收费；超过 15 分钟但不超过 60 分钟，按 1 小时计，收费 5 元；超过 1 小时后，超过的部分按每 30 分钟 4 元收费（不足 30 分钟，按 30 分钟计）。若李先生支付停车费 17 元，则他停车的时长可能为：

- A. 2 小时
- B. 2 小时 15 分钟
- C. 2 小时 45 分钟
- D. 3 小时

【解析】2. 方法一：可能为多少，是一个范围，只要停车时长在范围内就是对的。有不同的时间节点，为分段计费问题。共收费 17 元， $17=5+12$ ，其中 1 小时收 5 元，还有 12 元是 1 小时之后的收费。超过 1 小时后，超过的部分按每 30 分钟 4 元收费，收费 12 元，包含 $12/4=3$ 个 30 分钟=1.5 小时。最多是 1.5 小时，超过 1.5 小时之后“不足 30 分钟，按 30 分钟计”。最多可以停车 $1+1.5=2.5$ 小时，排除 C、D 项。最多是 2.5 小时，则比 2.5 小时略小的 B 项一定符合（答案有且会有一个）。更少的 A 项可能会有问题，不用验证 A 项。



方法二：从代入的角度分析。停得时间越长，收费越多，存在正比的关系，居中代入，代入 B 项：前面 1 小时收费 5 元，后面还有 1 小时 15 分钟，1 小时=2 个 30 分钟，收费 8 元，15 分钟不足 30 分钟，收费 4 元， $5+8+4=17$ 元，符合，当选。【选 B】



《函数最值》

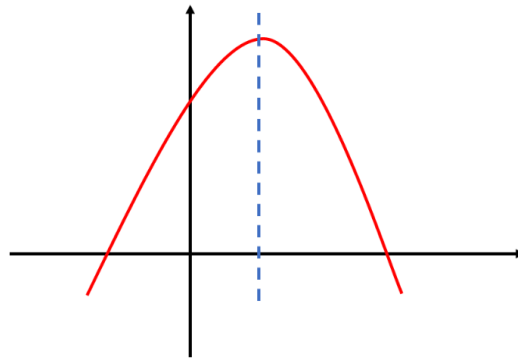
识别：售价/利润与数量此消彼长，求最值

方法：

①第一步，设提/降价次数为 x ，列式

②式子为 0，求解 x_1 、 x_2

③平均数时，为最值



例：志哥卖地瓜，如果 4 元一个，可卖 200 个。若单价每提高 0.5 元，就会少卖 10 个，定价多少，志哥收入最大？

【注意】函数最值：

1. 识别：售价/利润与数量此消彼长，求最值。比如钱数贵了，卖得少；钱数下降，卖得多。

2. 方法：

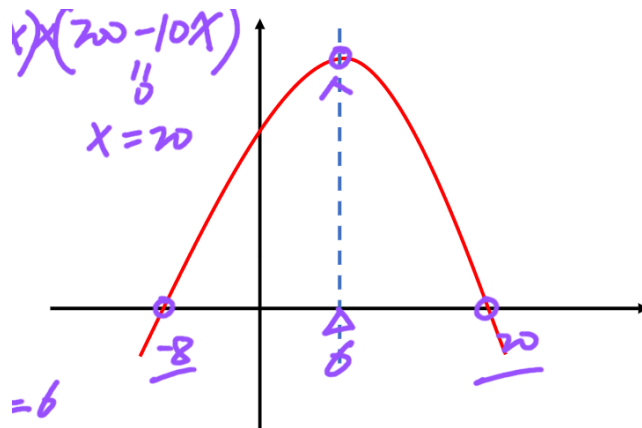
(1) 第一步，设提/降价次数为 x ，列式。

(2) 式子为 0，求解 x_1 、 x_2 。

(3) 平均数时，为最值，

3. 例：志哥卖地瓜，如果 4 元一个，可卖 200 个。若单价每提高 0.5 元，就会少卖 10 个，定价多少，志哥收入最大？

答：价格提升，数量变少，此消彼长，问定价多少时收入最大。收入=售价*数量，原本是 4 元一个，可卖 200 个，钱数增加 0.5 元，数量减少 10 个。设提高 x 次，价格提高 $0.5x$ ，数量减少 $10x$ ，收入= $(4-0.5x) * (200-10x)$ 。展开之后，是 $-ax^2+bx+c$ 的形式，图像为开口向下的抛物线，存在最值，对称轴对应的点为最大值。利用两点式求对称轴，令两个括号都为 0，解得 $x_1=-8$ 、 $x_2=20$ 。对称轴为两个解的平均值， $x=(-8+20)/2=6$ 时，有最大值。



《函数最值的认知》

识别：看好问题，初始标准，加上变化，加上次数，求解，求平均，为最值

例：志哥卖地瓜，如果 4 元一个，可卖 200 个。若单价每提高 0.5 元，就会少卖 10 个，定价多少，志哥收入最大？

【注意】

1. 识别：看好问题（有的是问收入最大、有的是问利润最大），初始标准，加上变化，加上次数，求解，求平均，为最值。

2. 例：志哥卖地瓜，如果 4 元一个，可卖 200 个。若单价每提高 0.5 元，就会少卖 10 个，定价多少，志哥收入最大？

答：找收入最大，初始标准是 4 元一个，可卖 200 个。设次数为 x ，得到两个括号相乘的形式： $(4+0.5x) * (20-10x)$ 。求解，令两个括号分别为 0，解得 $x_1=-8$ 、 $x_2=20$ 。之后求平均值， $x = (-8+20)/2=6$ 时，为最值。

【例 1】（2022 联考）北京冬奥会期间，冬奥会吉祥物“冰墩墩”纪念品十分畅销。销售期间某商家发现，进价为每个 40 元的“冰墩墩”，当售价定为 44 元时，每天可售出 300 个，售价每上涨 1 元，每天销量减少 10 个。现商家决定提价销售，若要使销售利润达到最大，则售价应为：

- A. 51 元
- B. 52 元
- C. 54 元
- D. 57 元

【解析】1. 钱数和数量此消彼长，问最值，为函数最值的问法。问利润最大，初始利润=44-40=4，数量为 300。设提价 x 次，则 $(4+x) * (300-10x)$ ，令两个

括号分别为 0，解得 $x_1=-4$ ， $x_2=30$ 。求平均， $x=(-4+30)/2=13$ ，提价 13 次，一次上涨 1 元，提价 13 元，价格变为 $44+13=57$ 元。【选 D】

【例 2】（2024 山东网友回忆版）某线上店铺将进货单价为 8 元的商品按每件 10 元出售，每天可销售 100 件。店铺计划提高售价增加利润，若每件商品售价提高 1 元，每天销售量就要减少 10 件，为保证每天至少获利 350 元，问该商品售价应为多少？

- A. 不到 13 元
B. 13~15 元之间
C. 15~17 元之间
D. 17 元以上

【解析】2. 此消彼长，问为保证每天至少获利 350 元，问该商品售价应为多少，最少要获利 350 元，获利最大一定会满足此条件，最大值 ≥ 350 ，找最大值即可，相当于问最大值。问获利最大，找利润，初始利润 $=10-8=2$ 元，数量为 100，假设提价 x 次， $(2+x) * (100-10x)$ ，令两个括号分别为 0，解得 $x_1=-2$ ， $x_2=10$ ，当 $x=(-2+10)/2=4$ 时，提价 4 次，1 次 1 元，提价 4 元，售价 $=10+4=14$ ，对应 B 项。【选 B】

【注意】总结：

1. 工程问题：

（1）总量=效率*时间。

（2）给效率或者总量，列式、列方程计算；没有给效率、总量，需要赋值。

①给多个完工时间（ ≥ 2 个），赋值完工时间。

②给效率比例，赋值效率。赋值效率分为直接给效率比例、间接给效率比例（给等量关系，可以推导）、特殊型（人数=效率）。

2. 经济利润问题：

（1）基础经济：

①给具体，求具体，列方程，以利润作为等量关系。

②给比例，求比例，赋值法。往往赋值成本或者定价为 10 或者 100。

（2）分段计费：找分段点，分开计算，汇总求和。

（3）函数最值：看好问题，看初始标准，加上变化，加上次数，求解，求

单独完成正好需要 10 天，问如由甲、乙组共同完成，需要多少天？

- A. 不到 6 天
- B. 6 天多
- C. 7 天多
- D. 超过 8 天

【解析】练习 3. 工程问题，总量=效率*时间，“A 工程如由甲、乙组共同工作 3 天，再由乙、丙组共同工作 7 天，正好完成；如果三组共同完成，需要整 7 天”，两个工作方式，对应相同的工作总量，需要转化为效率（间接给效率），A 工程=（甲+乙）*3+（乙+丙）*7=（甲+乙+丙）*7→3 甲+3 乙=7 甲→4 甲=3 乙→甲/乙=3/4，赋值甲效率为 3，乙效率为 4。“乙组 2 天的工作量与甲、丙共同工作 1 天的工作量相同”，乙*2=甲+丙→丙=5，丙效率为 5。“B 工程如丙组单独完成正好需要 10 天”，B 工程=5*10=50，甲、乙组共同完成，需要天数=50/7=7.x，选择 C 项。【选 C】

检测 4:（2022 辽宁事业单位）有 25 人铺设某足球场草坪，计划 20 天完成。动工 6 天后抽出 5 人负责围栏围网的施工，留下的人继续铺设草坪。如果每人的工作效率不变，那么铺设完该足球场的草坪实际要用多少天？

- A. 23.5
- B. 24.5
- C. 25.5
- D. 26.5

【解析】练习 4. 工程问题，总量=效率*时间，效率为 25，直接做题，工作总量=25*20=500。设抽出 5 人之后，施工 t 天，根据题意列式：25*6+20t=500→150+20t=500→20t=350→t=17.5，所求=17.5+6=23.5。【选 A】

检测 5:（2020 江苏）某装配式建筑企业接到一个生产 1033 套楼板的订单。甲班组生产 5 天后，乙班组再生产 4 天，刚好完成任务。若甲班组比乙班组每天多生产 23 套，则甲班组生产楼板的套数是：

- A. 625 套
- B. 645 套
- C. 535 套
- D. 515 套

【解析】练习 5. 工程问题，给总量，列方程做题。总量=效率*时间，问甲班组生产楼板的套数，设甲班组效率为 x，则乙班组效率=x-23。甲生产 5 天，甲班组工作量=5x；乙生产 4 天，乙班组工作量=4*（x-23）=4x-92，列式：



【注意】或者分开计算剩下的钱数， $1000-6*50*0.7+2000-5*50*0.5$ 。

检测 8：（2019 青海）某企业设计了一款工艺品，每件的成本是 70 元，为了合理定价，投放市场进行试销。据市场调查，销售单价是 120 元时，每天的销售量是 100 件，而销售单价每降价 1 元，每天就可多售出 5 件，但要求销售单价不得低于成本。则销售单价为多少元时，每天的销售利润最大？

- A. 100 元
- B. 102 元
- C. 105 元
- D. 108 元

【解析】练习 8. 问销售利润最大，初始利润=120-70=50，数量为 100，设降价 x 次， $(50-x)(100+5x)$ ，令两个括号分别为 0，解得 $x_1=50$ 、 $x_2=-20$ ，当 $x=(50-20)/2=15$ 时，有最值，降价 15 次，降价 15 元， $120-15=105$ 元。【选 C】

【答案汇总】

工程问题 1-5：DDAAC；6-7：AC

基础经济 1-4：BCDC

分段计费 1-2：AB

函数最值 1-2：DB

遇见不一样的自己

Be your better self