

空间类（多面体折叠与四面体）

（讲义+笔记）

主讲教师：魏倩

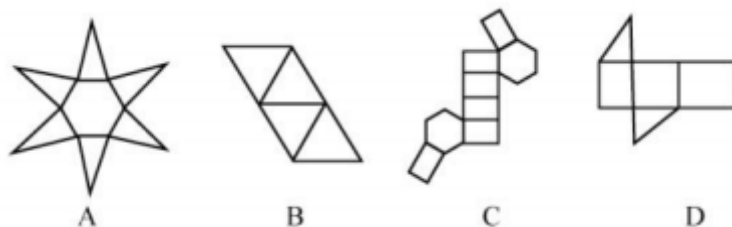
授课时间：2024.08.29



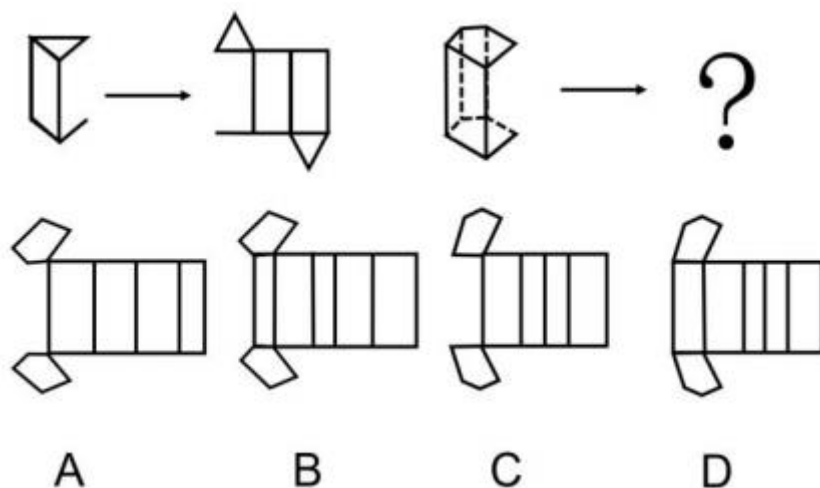
粉笔公考·官方微信

空间类（多面体折叠与四面体）（讲义）

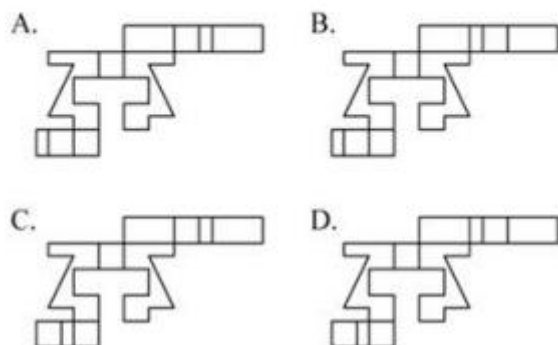
1. (2018 联考) 下列选项中的图形不能折叠成完整封闭的立体几何结构的是:



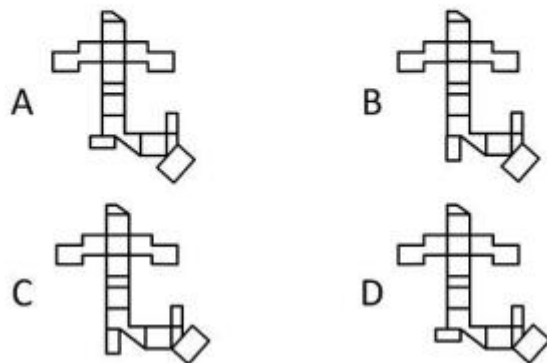
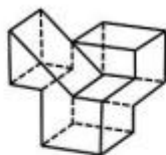
2. (2019 联考) 请从所给四个选项选择一个最合适的填入问号处, 使之呈现一定的规律性。



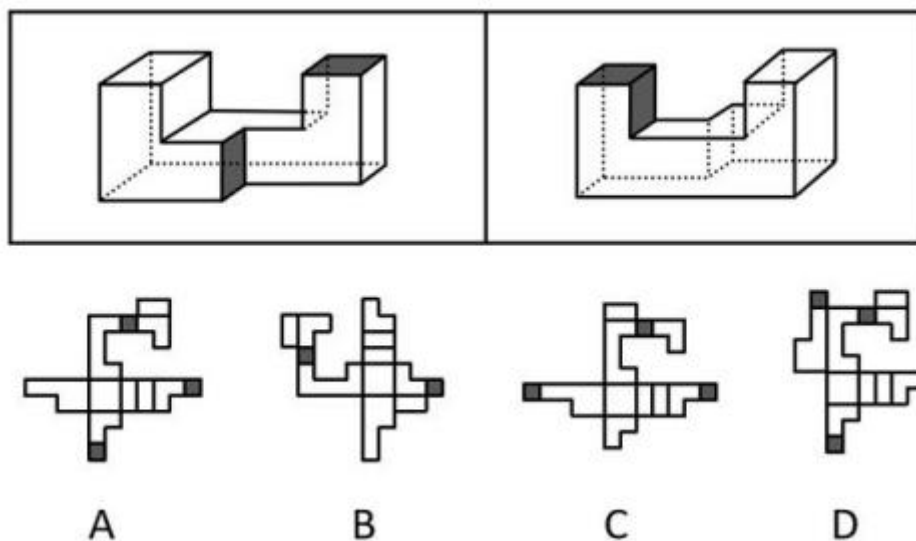
3. (2018 联考) 下图和哪个选项一起可以拼接成一个封闭立体图形?



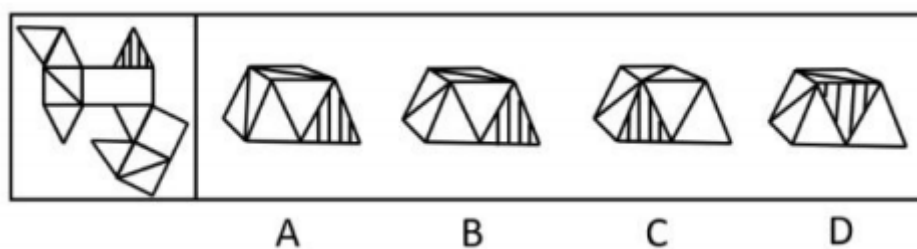
4. (2021 山东) 左图是给定的立体图形，下面选项哪个是该立体图形的外表面展开图？



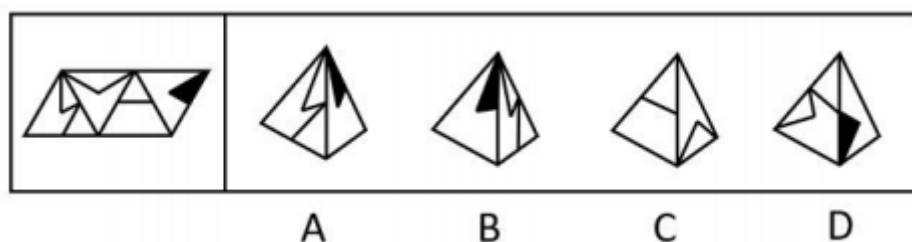
5. (2024 江西) 下列两图分别是 从正面和后面观察某个多面体所得的立体图形，下列哪项是其正确的外表面展开图？



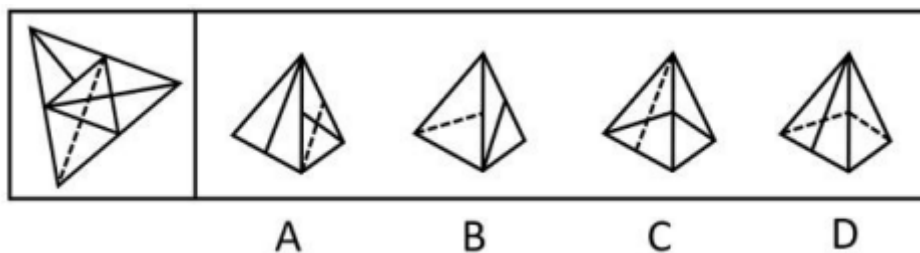
6. (2022 青海) 左边给定的是纸盒外表面的展开图，右边哪一项能由它折叠而成？



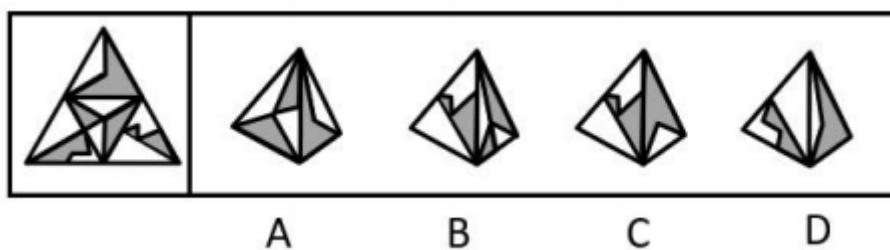
7. (2022 江苏) 左图给定的是多面体的外表面，右边哪一项能由它折叠而成？请把他找出来。



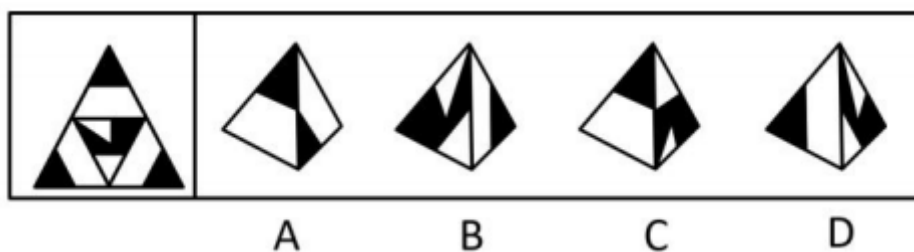
8. (2023 浙江) 左图给定的是纸盒的外表面，右边哪项能由它折叠而成？



9. (2022 江苏) 左边给定的是纸盒外表面的展开图，右边哪一项能由它折叠而成？请把它找出来。



10. (2020 江苏) 左边给定的是纸盒外表面的展开图，右边哪一项能由它折叠而成？请把它找出来。



空间类（多面体折叠与四面体）（笔记）

【注意】考情分析：

1. 多面体折叠：国考、广东省考暂未考查过此类题型，但是国考中一般有三道与空间相关的题型，如六面体、立体拼合、截面图、三视图等。山东省考、浙江省考、联考有可能考查此类题型，尤其是山东考查此类题型较多，要注意的是24年江西联考中就出现过类似题型，所以在联考中出现概率较大。

2. 四面体：江苏省考经常考查此类题型，题量一般在三道题左右，浙江省考、四川省考、广东省考、上海省考偶尔考查此类题型，其他省份暂未考查此类题型。

多面体折叠：

1. 拼成封闭立体图形。

（1）中间图形位于同一直线，上下有一样的底面：底面的边数=围成面的个数。

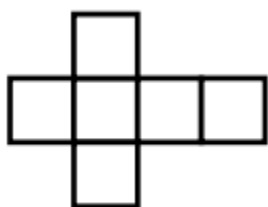


图 1

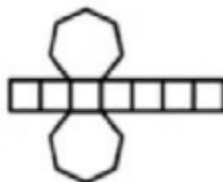


图 2

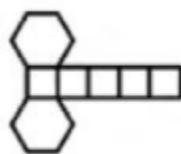


图 3

（2）公共边等长，且成对出现（构成V、直角）



图 4



图 5

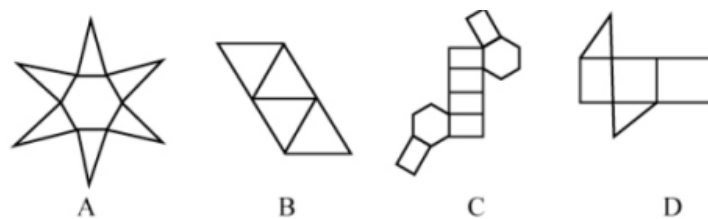
【注意】多面体折叠：给出平面展开图，折叠完成之后能否折成封闭的立体图形。

1. 拼成封闭立体图形。

(1) 中间图形位于同一直线，上下有一样的底面，此时底面的边数=围成面的个数。如图 1，六面体顶面和底面都是四边形，如果要围成封闭图形，则顶面和底面中每一条边下方都对应一个面，所以中间图形是四个面，展开图可以围成封闭图形；如图 2，顶面和底面完全一样，均为七条边，如果要围成封闭图形，中间图形需要有七个面，图 2 中间图形就是七个面，展开图可以围成封闭图形；如图 3，顶面和底面完全一样，均为六条边，如果要围成封闭图形，中间图形需要有六个面，而图 3 中间图形只有五个面，展开图不可以围成封闭图形。

2. 公共边等长，并且成对出现。如果公共边不等长，封闭的时候就不能完整契合，在多面体中构成 V 字形或者直角的两条边是同一条边。

1. (2018 联考) 下列选项中的图形不能折叠成完整封闭的立体几何结构的是：



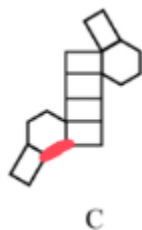
【解析】1. 提问方式为不能折叠，选非题。

A 项：图形公共边等长，且成对出现，可以折叠成完整封闭的立体几何结构，排除。

B 项：图形为四面体的展开图，两条短边是同一条边，构成同一条直线的两条边是同一条边，可以折叠成完整封闭的立体几何结构，排除。

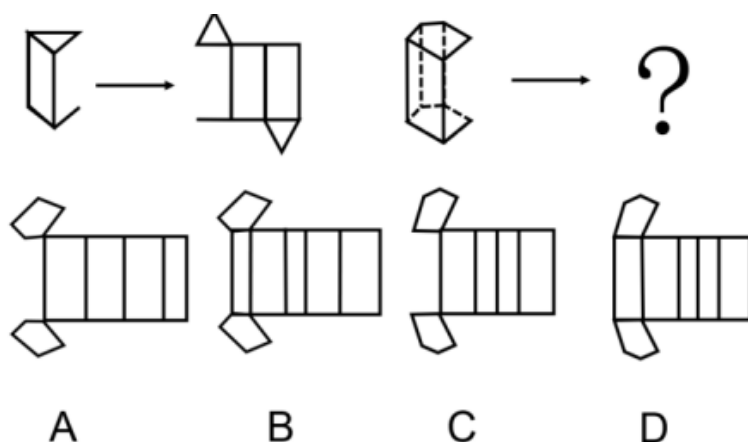
C 项：中间图形位于同一直线，上下有一样的底面，顶面和底面虽然是六条边，中间图形也有六个面，从一个角度看，例图中标红的边没有相对应的面；从另一个角度看，经过折合，与顶面和底面相连的两个面，折叠后会重合在一起，所以不可以折叠成完整封闭的立体几何结构，当选。

D 项：中间图形位于同一直线，上下有一样的顶面和底面，顶面和底面都有三条边，中间图形有三个面，可以折叠成完整封闭的立体几何结构，排除。【选 C】



例图

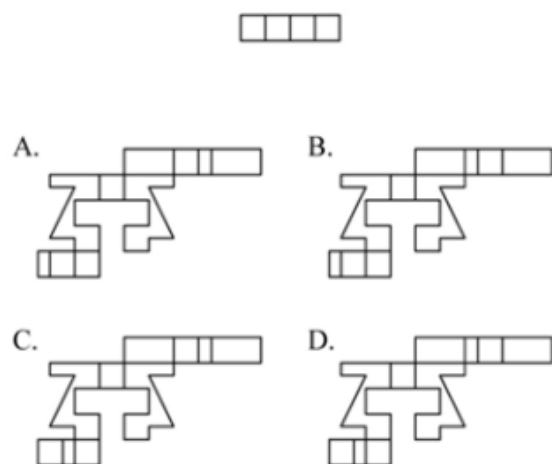
2. (2019 联考) 请从所给四个选项选择一个最合适的填入问号处，使之呈现一定的规律性。



【解析】2. 题干第一组图左侧是立体图形，右侧是展开面，左侧立体图形少了一条边，右侧展开图一个面少了一条边，所以第二组图中立体图形少了一条边，展开图一个面也应该少了一条边，根据缺失部分比较，B、D 项中图形没有少一条边，先排除 B、D 项。

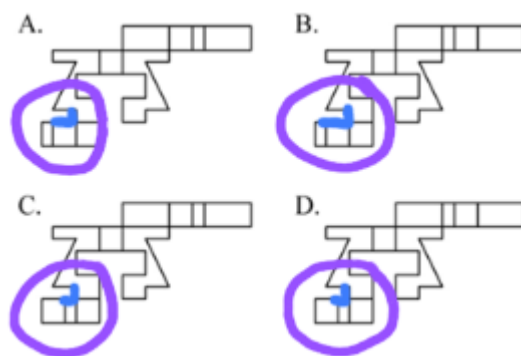
对比 A、C 项找区别，题干镂空位置对应的顶面上两条边长度较长，而 A 项中镂空位置对应的顶面上两条边长度较短，A 项中和题干镂空处对应顶面的边长度不一样，排除，C 项当选。【选 C】

3. (2018 联考) 下图和哪个选项一起可以拼接成一个封闭立体图形？

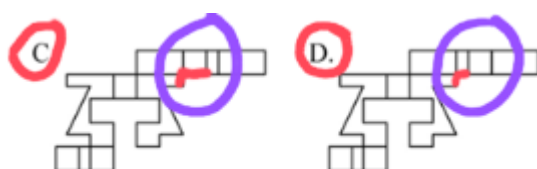


【解析】3. 本题在 18 年联考和 18 年山东省考均有考查，首先对比选项找区别，选项四个展开图比较相似，找公共边等长且成对出现的部分。如例图 1，左下角蓝色标记位置，A、B 项中标记位置为构成直角边的两条边，即公共边，但是公共边一长一短，排除 A、B 项。

再对比 C、D 项，C、D 项中左下角标记位置公共边等长，再观察例图 2 中红色标记位置，C、D 项中标记位置为构成直角边的两条边，即公共边，但是 C 项中公共边一长一短，排除 C 项，D 项当选。【选 D】



例图 1

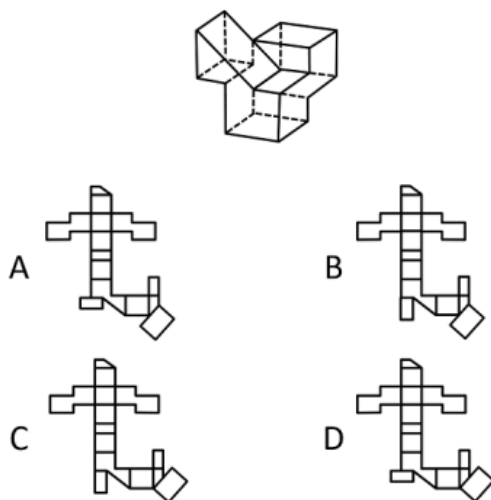


例图 2

【注意】做题技巧：

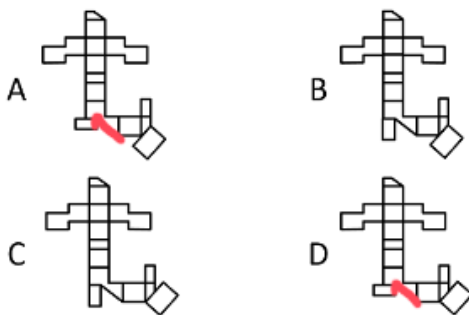
1. 对比选项找区别，在“不同”的位置寻找公共边。
2. 公共边等长且成对出现，如果公共边不等长则折叠之后不能重合。

4. （2021 山东）下面哪一项是给定立体图形的外表面展开图？

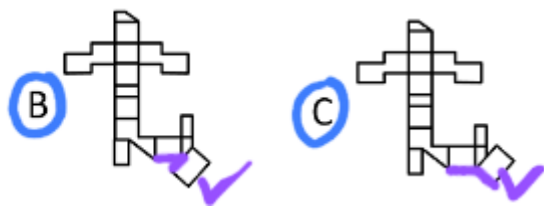


【解析】4. 折叠没有内外之分，本题需要往屏幕内部折，首先对比选项找区别，四个展开图比较相似，关注选项中“不同”位置处的公共边，“不同”位置即左下角小矩形的位置，A、D 项中，如例图 2 红色标记位置为构成“V”字形的两条边，即公共边，公共边一长一短，折叠之后不能重合，排除 A、D 项。

再对比 B、C 项，B、C 项中右下角位置为“不同”位置，再观察例图 2 中右下角紫色标记位置，B、C 项中标记位置为构成“V”字形的两条边，即公共边，但是 B 项中公共边一长一短，折叠之后不能重合，排除 B 项，C 项当选。【选 C】



例图 1

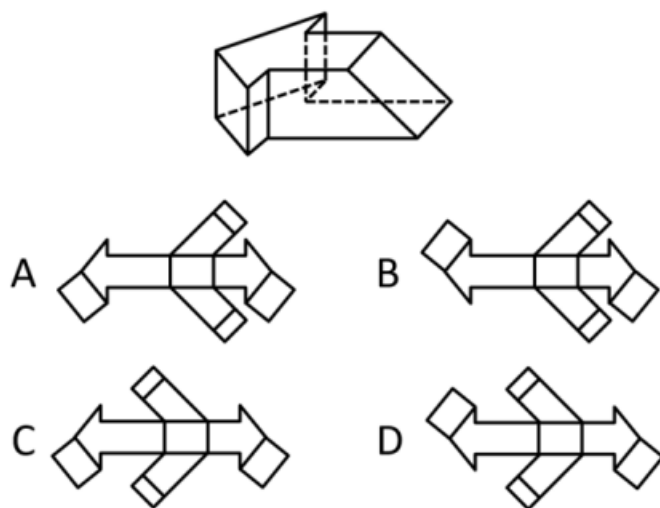


例图 2

【注意】做题技巧：

1. 对比选项找区别。
2. 公共边等长且成对出现。

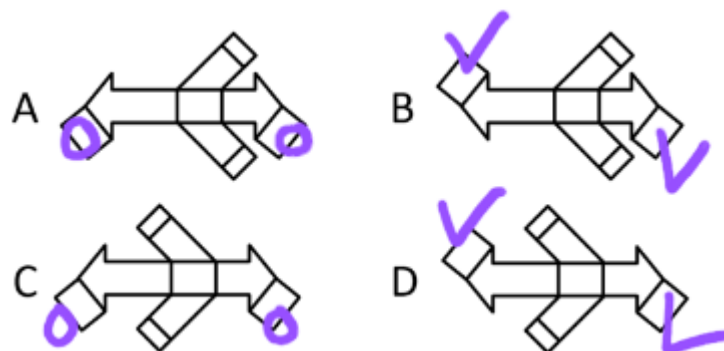
拓展练习——（2022 山东）下面哪一项是给定立体图形的外表面展开图？



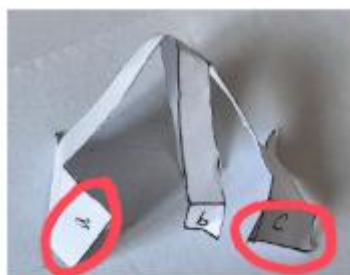
【解析】拓展. 第一种方法，首先对比选项找区别，四个展开图的区别为例图 1 中标记的小矩形，观察立体图形展开之后两个小矩形能否在箭头同一侧，选项中的两个箭头对应的是立体图中最下方和最上方的两个箭头，立体图两个矩形在箭头的两侧，如果展开图中两个矩形位于箭头一侧，如例图 2 所示，则折合成的立体图形中两个矩形重合在一起，A、C 项中两个箭头挨着的小矩形在同一侧，A、C 项排除。

第二种方法，构成“V”字形的两条边是同一条边，如例图 3 中红色标记的边应该重合，往外延伸的两条紫色标记的小短边也应该重合，两条绿色标记的边也是同一条边，再往外延伸绿色标记的边和右侧矩形的一条边也应是同一条边，则折合成的立体图形中两个矩形重合在一起，不能构成封闭图形，排除 A 项。

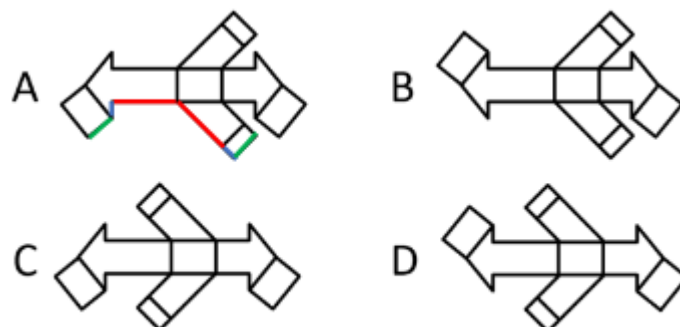
再对比 B、D 项，观察“飞机的翅膀”，如例图 4 中红色标记位置为构成“V”字形的两条边，即公共边，D 项中公共边一长一短，折叠之后不能重合，D 项排除，B 项当选。【选 B】



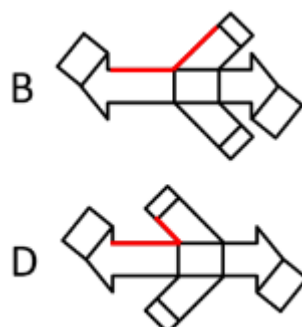
例图 1



例图 2



例图 3

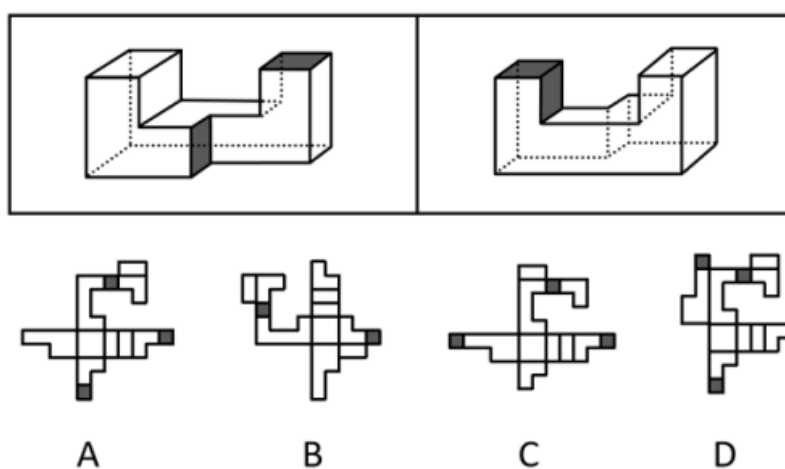


例图 4

【注意】做题技巧：

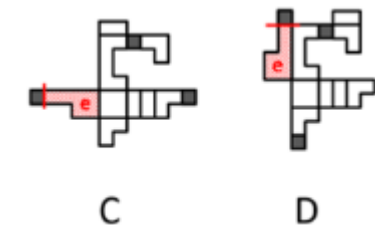
1. 对比选项找区别。
2. 公共边等长且成对出现。

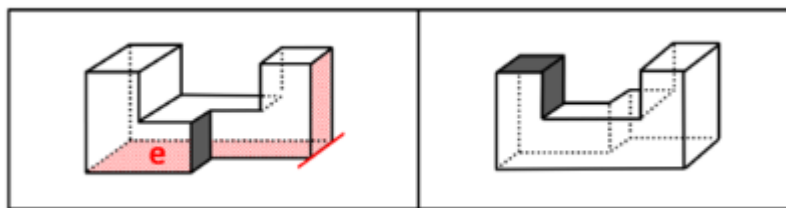
5. (2024 江西) 下列两图分别是 从正面和后面观察某个多面体所得的立体图形，下列哪项是其正确的外表面展开图？



【解析】5. 本题题干中立体图形带颜色，带颜色优先看颜色，题干左侧为前视图，右侧为后视图，题干图形可观察到三部分颜色，B 项展开图中带颜色部分为两个，排除 B 项。

再对比 A、C、D 项，观察带颜色的位置，找到 C、D 项中“L”形红色标记对应题干立体图形位置，如例图所示，C、D 项中标红的区域为“L”形，对应题干展开图下方标红的“L”形区域，C、D 项中“L”形的短边挨着小黑块，而题干立体图形中“L”的短边挨着小黑块，C、D 项排除，A 项当选。【选 A】



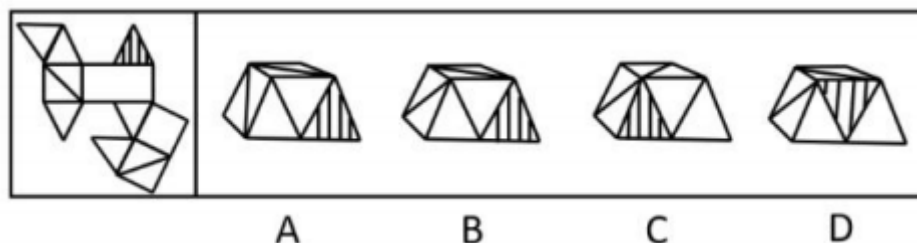


例图

做题技巧：

1. 带颜色优先看颜色。
2. 对比选项找区别。
3. 公共边等长且成对出现。

6. (2022 青海) 左边给定的是纸盒外表面的展开图，右边哪一项能由它折叠而成？



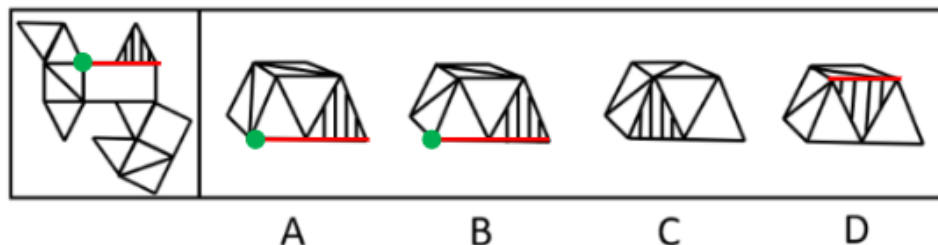
【解析】6. 给出展开图，找立体图形。展开图中只有带线条的三角形比较特殊，因此优先看带线条的三角形。带线条三角形脚踩小矩形，三角形内部线条垂直于矩形，故排除 D 项（线条垂直的面较小，且不是矩形）。

对比 A、B、C 项，顶面和侧面都相同，正对着的面存在小差异，按照图的结构来看，正对着的面带线条的三角形应该在右侧，C 项的三角形在左侧，排除 C 项。

对比 A、B 项，区别在于左侧面的斜线方向不同。可以描出带线条的三角形和矩形的公共边，借着公共边看与旁边面的关系。三角形内线条垂直的面一定是矩形，二者之间的公共边在最下面（红线），公共边交点为图中绿色的点，观察发现 B 项是对的，因为展开图中公共点没有引出其他斜线，故排除 A 项，选 B 项。

答疑：外表面展开图，一定是向内部折，如果题干没有明确说明，一般也是向内部折。

题干中只有一个阴影面，因此矩形一定是垂直在下面的。【选 B】



【注意】做题技巧：

1. 带颜色、线条优先看颜色、线条。本题优先看三角形，然后就近看下面的矩形。

2. 对比选项找区别。对比 A、B、C 项，A、B 项三角形在右侧，C 项在左侧，题干展开图中三角形应该在右侧。继续对比 A、B 项左侧面不同，借助带线条三角形与矩形的公共边去看，因为公共边唯一，公共边交点并没有引出其他线条，排除 A 项，选 B 项。

四面体



图一



图二

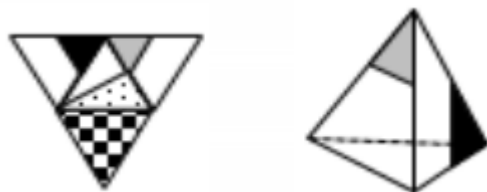


图三

1. 展开图中构成一条直线的两条边，折合之后是同一条边

2. 平行四边形两端的两条边是同一条边

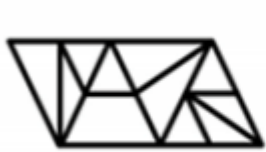
1. 公共边



图四

图五

2. 画边法



图六



图七

找到起点（唯一点）→按顺时针方向标号→结合选项排除

【注意】四面体：题型比较简单，有两种解题思维，与六面体解题方法相似。

展开图有两种，分别是平行四边形和三角形。

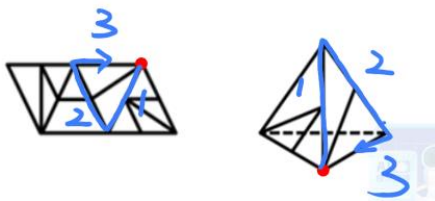
1. 公共边判定：

（1）展开图中构成一条直线的两条边，折合之后是同一条边。如图二、图三中，能够构成同一条直线的两条边，都是同一条边。

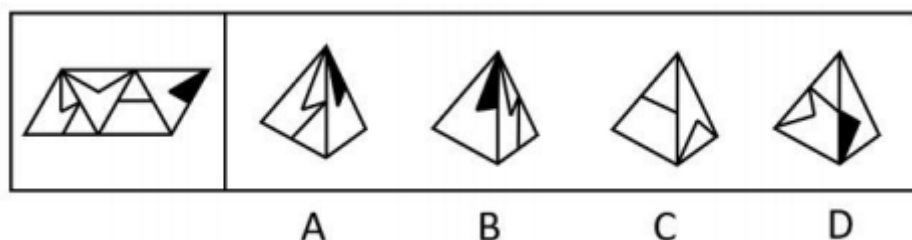
（2）平行四边形两端的两条边是同一条边。如图二中两侧的两条蓝色的线，实际是同一条边。

（3）立体图形图五中有一个灰面和一个黑面，对应图四去看，可以发现灰面和黑面有一个公共边，这条公共边对应图五中正对着的这条竖线，公共边分别挨着灰色三角形和黑色三角形的一边，但是图五并不满足这种情况。

2. 画边法：找到某个面上的唯一点作为起始点，按照顺时针的方向进行描边即可。如图七中出现的√和竖直的线，分别与图六对应。展开图中构成一条直线的两条边，折合之后是同一条边，因此图六中最上面的两条短边实际为同一条边，这条边对应图七中正对着的这条竖直的边。将三角形中引出线条的点作为起始点，分别在两幅图中按照1→2→3的顺序，顺时针进行描边。图六中边1对应的面是箭头，而图七中边1对应的面是√，二者不对应。



7. (2022 江苏) 左图给定的是多面体的外表面, 右边哪一项能由它折叠而成? 请把它找出来。

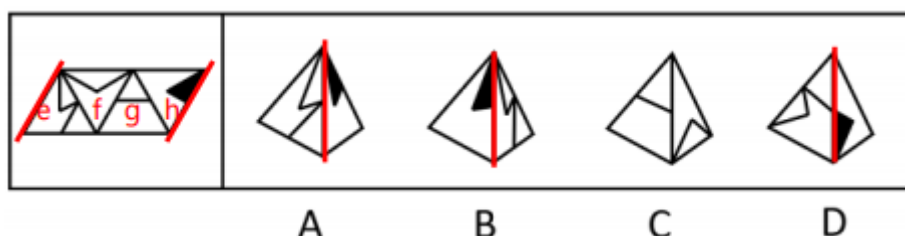


【解析】7. 题干是平行四边形展开图, 如图标注出 e、f、g、h。

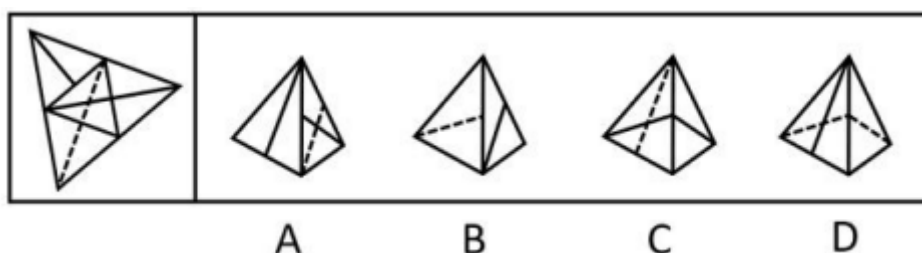
A 项: 左侧是面 e, 右侧是面 h。先找展开图, 平行四边形展开图中, 构成同一条直线的两条线是同一条边, 因此展开图中的线条上面是一对, 下面是一对, 左右是一对。展开图中面 e 和面 h 的公共边应紧挨着黑三角, A 项中公共边不挨着黑三角, 不符合题意, 排除。

B、D 项比较: B 项左侧是面 h, 右侧是面 e, 公共边紧挨着黑色三角形直角边, 保留; D 项中公共边虽然挨着三角形的一条边, 但是展开图中公共边不挨着面 e 中短的横线, 故排除 D 项。

C 项: 右侧是 f 面, 左侧是 g 面, 与展开图方向相反, 排除。也可以看面 g 和面 f 内三角形的方向, 展开图中二者的方向相反且距离很近, 而 C 项中方向相同且距离很远, 故排除 C 项, 选 B 项。【选 B】



8. (2023 浙江) 左图给定的是纸盒的外表面, 右边哪项能由它折叠而成?

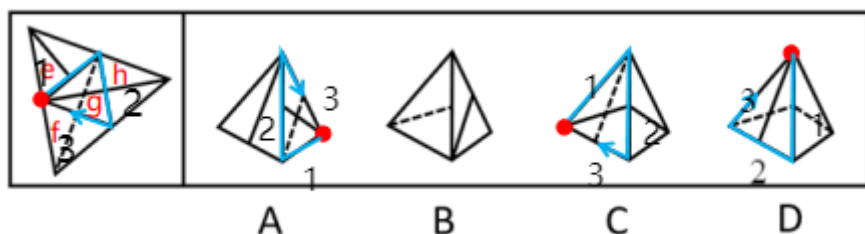


【解析】8. 线条图形, 出现长得一样的面, 锁定唯一面, 如图标注出 e、f、g、h。

A 项：右侧为面 g。展开图中面 g 内实线垂直于公共边，公共边踩着的是面 h，意味着面 g 内实线与面 h 内实线能够连通成一条直线，而选项中不满足这一情况，排除。

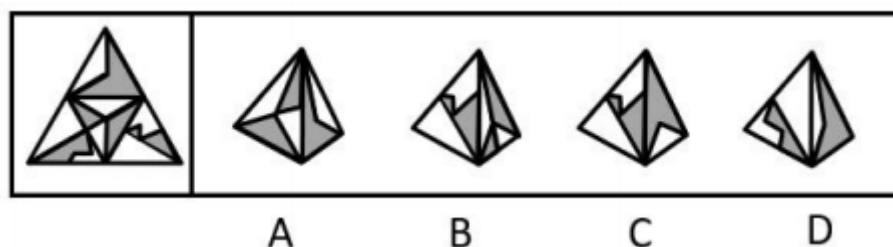
A、C、D 项中均有 g 面，且 g 面为唯一面，可以通过这个面去画边。将展开图中引出内部直线的点作为唯一点开始画边，按照顺时针的方向画出边 1、2、3，对应选项画边时也要按照题干展开图中的方向进行画。A 项中边 2 对应的面 h 中的实线没有垂直于公共边，排除 A 项。C 项中边 2 对应的面 h 中的实线垂直于公共边，可以直接选，也可以继续看 D 项。D 项中边 1 对应的是面 e 内的虚线，实际应当对应实线，排除 D 项。

B 项：存在虚线的面 f，虚线应垂直于面 g，而选项中不符合，排除 B 项，选 C 项。【选 C】



【注意】画边选唯一点，如例图，蓝色三角形有三个顶点，只有一个点引出了一条直线，就以这个点作为唯一点进行画边。

9.（2022 江苏）左边给定的是纸盒外表面的展开图，右边哪一项能由它折叠而成？请把它找出来。



【解析】9. 如图标注出 e、f、g、h，要注意面 f 和面 h 不同。

A 项：左侧为面 g，右侧为面 e，优先看公共边，题干中面 g 中大空白三角形的斜边与公共边重合（图一），而选项中大空白三角形与公共边不重合，排除。

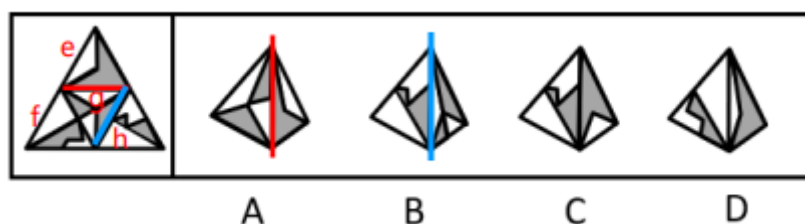
B 项：左侧为面 h，右侧为面 g，面 g 中大黑三角形应紧挨着公共边（图一），选项不符合，排除。

C 项：左侧为面 h，右侧为面 e，三角形展开图中构成直线的两条边为同一条边，仔细观察通过公共边不能发现问题，保留。

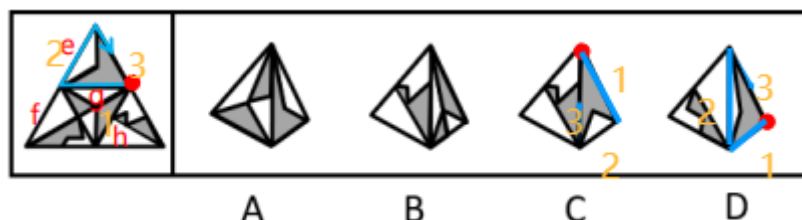
D 项：左侧为面 f，右侧为面 e，看公共边不能发现问题。

此时考虑画边，C、D 项均有面 e，通过这个面画边，以面 e 中对着黑色尖尖的点为起点，画出边 1、2、3（图二）。C 项中边 3 对应面 h，当选；D 项中边 1 和边 2 的拐点与题干不对应，题干中拐点对应的是全白，而 D 项中是一半黑一半白，排除。

如果方向感较好，可以看出 D 项中面 f 内形状的方向与题干展开图相比是反的。**【选 C】**

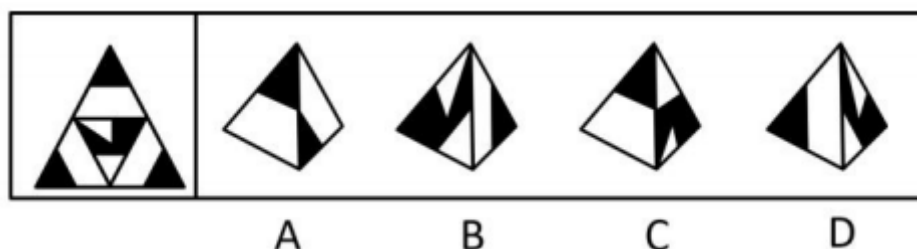


图一



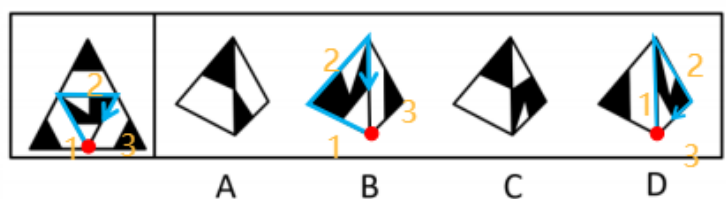
图二

10.（2020 江苏）左边给定的是纸盒外表面的展开图，右边哪一项能由它折叠而成？请把它找出来。

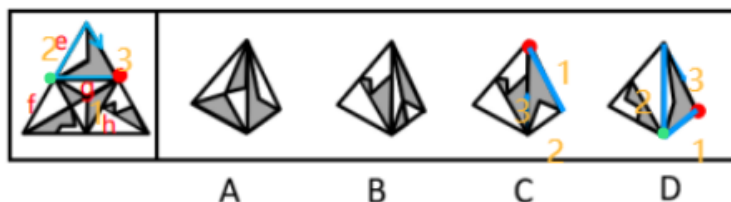


【解析】10. 题干中有三个面是一样的，选唯一一面进行画边，画边前先看选项。题干中的三个三角形一定是头对头的，可以排除 A 项；展开图中间的面与其他黑色三角形都不挨着，排除 C 项。

对比 B、D 项：B 项中有个面方向不对，可以直接排除；若看不出，通过公共边无法排除选项，可以用画边法。选中间唯一的面，以空白角上的点为起点，顺时针画出边 1、2、3，边 3 和边 1 都对应黑色三角形的面，与其他面关系没问题，就看自身这个面是否有问题，题干中边 1 和边 2 的拐点半黑半白，排除 B 项（拐点全黑），选 D 项。【选 D】



【注意】坑：自身内部图案不对，如第 10 题。本套题目中的第 9 题是另一个方向，自身内部没有问题，要看与旁边面的关系，对应看边 1 和边 2 之间的拐点，题干拐点对应的角是全白，D 项的拐点是半黑半白。



多面体折叠：

1. 拼成封闭立体图形

（1）中间图形位于同一直线，上下有一样的底面：

底面的边数=围成面的个数

（2）公共边等长，且成对出现（构成 V、直角）

做题技巧：（1）对比选项找区别（2）存在带颜色的面，优先看带颜色面的位置

四面体：

做题技巧：排除思维

(1) 公共边

(2) 画边法

坑点：公共边没问题，注意内部的图案是否是反向的

【注意】

1. 多面体折叠：拼成封闭立体图形，有两个思维。

(1) 中间图形位于同一直线，上下有一样的底面：底面的边数=围成面的个数，少面就不能封闭。

(2) 公共边等长，且成对出现（构成V、直角）。

(3) 做题技巧：

①对比选项找区别。

②存在带颜色的面，优先看带颜色面的位置。

2. 四面体：做题技巧→排除思维。

(1) 公共边。

(2) 画边法。

(3) 坑点：公共边没问题，注意内部的图案是否是反向的，旁边的面内部图是否相反。

【答案汇总】

1-5：CCDCA；6-10：BBCCD

遇见不一样的自己

Be your better self