



## 书面作业 第9次

### 第1部分 基础

T1 构造互不同构的所有五结点的树.

T2 一棵树有两个结点度数为 2, 一个结点度数为 3, 三个结点度数为 4. 问它有几个度数为 1 的结点?

T3 设图  $G = (n, m)$ , 证明: 如果  $G$  满足如下三个属性中的两个, 则  $G$  就是一棵树, 且可以推导出另一个属性: 1)  $G$  连通; 2)  $G$  中不存在环; 3)  $m = n - 1$ .

T4 试证明或否定: 连通图  $G$  的任一边是  $G$  的某一棵生成树的枝; 连通图  $G$  的任何一条边都是  $G$  的某一棵生成树的弦.

T5 图  $G(n, m)$  含有  $k$  个分图, 试利用树的性质证明:  $G$  中至少包含  $m - n + k$  条不同的回路。提示: 注意到回路的构成、树的相关数量关系.

T6 设  $T_1, T_2$  是连通图  $G$  的生成树, 边  $e_1$  在  $T_1$  中但不在  $T_2$  中, 证明: 存在边  $e_2$  在  $T_2$  中但不在  $T_1$  中, 使得  $T_2 \cup \{e_1\} - \{e_2\}$  与  $T_1 \cup \{e_2\} - \{e_1\}$  都是  $G$  的生成树.

T7 证明: 完全二分树  $T$  的结点数为  $n$ , 则  $n$  为奇数且  $T$  的叶子结点数  $t = (n + 1) / 2$ .

### 第2部分 理论

### 第3部分 综合应用

T1 请用有序树表示代数表达式:  $\frac{(3x - 5y^2)^5}{a(b^3 - 4c)}$ , 其中, 加、减、乘、除、乘方运算分别用  $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 、 $\uparrow$  表示, 给出其逆波兰表达式, 并进一步思考如何进行如何基于栈结构计算该表达式.

T2 决策树是一种树形结构的机器学习方法, 在决策树的树形结构里, 每个内部节点表示由一种特征属性引发的判断, 每个节点下面的分支结点表示某个判断结果的输出, 最后的叶子结点表示一种分类结果。如果某决策树算法求解得到了一棵完全三元决策树且是平衡的, 分类结果有 106 个, 试问: 最好、最坏情况下, 利用决策树进行分类分别需要执行多少次判断?