

强化提升-数资 4

(笔记)

主讲教师：杨亚辉

授课时间：2024.08.23



粉笔公考·官方微信

强化提升-数资 4（笔记）

课程设置

1. 授课内容：

强化提升1	强化提升2	强化提升3	强化提升4
资料分析		数量关系	
综合练习	综合练习	三大方法 工程问题 经济利润	行程问题 几何问题 排列组合与概率 容斥原理问题
4篇	4篇	20题	20题

2. 授课目的：回顾理论课知识点，加强练习，查漏补缺（回头补理论课）

3. 授课时间：每次 2.5~3 小时（不一定），中间休息一次（8~10 分钟）

【注意】本节课讲解行程问题、几何问题、排列组合与概率、容斥原理问题，共 20 题。行程问题包括基础行程和相对行程（补充了流水行船）。

基础行程

（1）基本公式考查：路程 $S = \text{速度 } V \times \text{时间 } T$

（2）匀变速（匀加速/匀减速）运动：匀变速运动的平均速度 = （初速度 + 末速度）/ 2

【注意】基础行程：

1. 基本公式考查：路程 $S = \text{速度 } V \times \text{时间 } T$ 。类比工程问题，工作总量 = 工作效率 * 工作时间。

2. 匀变速（匀加速/匀减速）运动：匀变速运动的平均速度 = （初速度 + 末速度）/ 2。比如一开始速度为 0，匀加速到 50，此时平均速度 = $(0 + 50) / 2 = 25$ ；非常重要，近几年国考中，每年几乎都会考。

1. （2023 广东）某地举办了“铁人三项”体育活动，先进行蛙跳，后游泳，最后竞走到达终点。一位选手在上午 7 点出发，9 点到达了终点，全程未休息，

其蛙跳、游泳和竞走的速度分别为每小时 2 千米、3 千米和 6 千米。如果蛙跳和竞走的路程相同，则所有项目的总路程是：

- A. 无法计算
B. 6 千米
C. 8 千米
D. 12 千米

【解析】1. 方法一：行程问题，考查基本公式： $S=V \times T$ 。总路程分为三段，即蛙跳、游泳、竞走，各自的速度乘以各自的时间，可以得到各自的路程，各自路程相加就是总路程，即 $S_{\text{总}} = S_{\text{蛙跳}} + S_{\text{游泳}} + S_{\text{竞走}}$ 。已知 $S_{\text{蛙跳}} = S_{\text{竞走}}$ ，假设蛙跳的时间为 t ，则 $S_{\text{蛙跳}} = S_{\text{竞走}} \rightarrow 2 \times t = 6 \times (t/3)$ ，竞走的时间是 $t/3$ 。 $S_{\text{总}} = 2t + S_{\text{游泳}} + 2t$ ，缺游泳的路程， $S_{\text{游泳}} = 3 \times \text{游泳时间}$ ，“上午 7 点出发，9 点到达了终点，全程未休息” \rightarrow 全程 2 小时，游泳时间 $= 2 - t - t/3 = 2 - 4t/3$ ，则 $S_{\text{总}} = 2t + 3 \times (2 - 4t/3) + 2t = 4t + 6 - 4t = 6$ ，对应 B 项。

方法二：数量关系考场思维：利用“特殊值”秒解。已知 $S_{\text{蛙跳}} = S_{\text{竞走}}$ ，蛙跳的速度是 2，竞走的速度是 6，时间未知，时间取 0 时，路程一定相等，则假设蛙跳的时间为 0， $2 \times 0 = 6 \times 0$ ，竞走的时间也是 0；计算总路程时， $S_{\text{总}} = 0 + S_{\text{游泳}} + 0$ ，游泳速度是 3、时间是 $2 - 0 - 0 = 2$ ，则 $S_{\text{总}} = 3 \times 2 = 6$ ，对应 B 项。【选 B】

【注意】

1. 切入点: $S=V*T$ 。

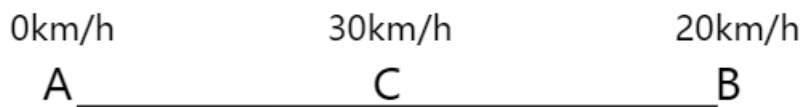
2. 总结：数量关系考场思维：利用“特殊值”秒解。又想快速做题，又得满足题干条件，就取 0。

2. (2020 事业单位) 甲骑车从 A 地前往 3 千米外的 B 地, 出发时均匀加速, 骑行到一半路程时的速度为 30 千米/小时。此后均匀减速, 到达 B 地时的速度为 20 千米/小时。则甲全程用时为多少分钟?

- A. 不到 9 分 30 秒
B. 9 分 30 秒~10 分之间
C. 10 分~10 分 30 秒之间
D. 超过 10 分 30 秒

【解析】2. 画图分析，假设 C 点为 midpoint；A→C 为匀加速，C→B 为匀减速，都是匀变速运动，平均速度 = (初速度 + 末速度) / 2。边读题边画图，A→C： $V_{AC} = (0 + 30) / 2 = 15 \text{ km/h}$ ；B→C： $V_{BC} = (30 + 20) / 2 = 25 \text{ km/h}$ 。问“甲全程用时为多

少分钟”，所求= $t_{AC}+t_{BC}$ ；已知全程为 3km，C 点是中点 $\rightarrow AB=BC=1.5\text{km}$ ；
 $t_{AC}=1.5/15=0.1\text{h}=6\text{min}$ 、 $t_{BC}=1.5/25=0.06\text{h}=3.6\text{min}$ ，所求= $6+3.6=9.6\text{min}$ ，9.5min
 (9min30s) $< 9.6\text{min} < 10\text{min}$ ，也可以算出来是 9min36s，对应 B 项。【选 B】



$$V_{AC} = \frac{0+30}{2} = 15\text{km/h} \quad V_{BC} = \frac{30+20}{2} = 25\text{km/h}$$

【注意】

1. 切入点：均匀加速/均匀减速 \rightarrow 平均速度。
2. 总结：行程问题中的均匀加速/减速：平均速度 = (初速度 + 末速度) / 2。
3. 本题是事业单位考题，国考中，匀变速运动会考查更多。
4. 也可以用等距离平均速度公式，但是老师讲解的方法更快。

相对行程

直线相遇：同时相向而行

公式： $S_{\text{和}} = V_{\text{和}} * T_{\text{遇}}$

$S_{\text{和}}$ ：就是两人走的路程之和

直线追及：同时同向而行

公式： $S_{\text{差}} = V_{\text{差}} * T_{\text{追}}$

$S_{\text{差}}$ ：追及刚开始时两人相差的距离（起点的距离）

【注意】相对行程：

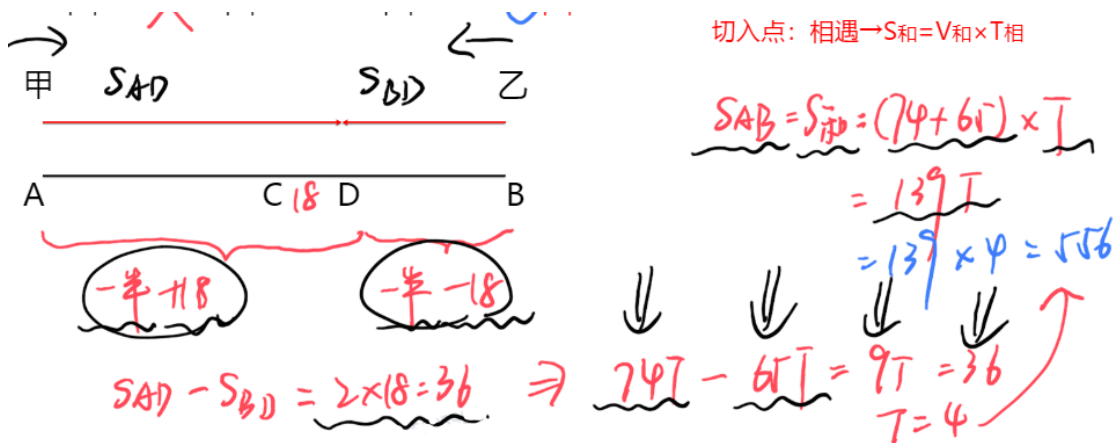
1. 直线相遇：同时相向而行（面对面）。
 - (1) 公式： $S_{\text{和}} = V_{\text{和}} * T_{\text{遇}}$ 。
 - (2) $S_{\text{和}}$ ：就是两人走的路程之和。
2. 直线追及：同时同向而行（方向相同，后面走得快，前面走得慢，可以追上）。
 - (1) 公式： $S_{\text{差}} = V_{\text{差}} * T_{\text{追}}$ 。

(2) $S_{\text{差}}$: 追及刚开始时两人相差的距离 (起点的距离)。

3. (2023 联考) 为加快推进县域交通基础设施内畅外联、互联互通, A、B 两地新修建了一条高速公路。甲、乙两辆汽车在这条高速公路上同时从 A、B 两地相向开出, 甲车每小时行驶 74 千米, 乙车每小时行驶 65 千米, 两车在距中点 18 千米处相遇。这条连通 A、B 两地的高速公路全长是:

- A. 139 千米 B. 256 千米
C. 278 千米 D. 556 千米

【解析】3. 画图分析, 假设甲从 A 点出发、乙从 B 点出发、C 点为中点、相遇点为 D 点; “同时从 A、B 两地相向开出” $\rightarrow t$ 相同, 速度越快、路程越长, 速度越慢、路程越短; “甲车每小时行驶 74 千米, 乙车每小时行驶 65 千米”, 甲的速度快, 则甲行驶的路程更长, D 点在 BC 段内, 即 $CD=18$ 千米。直线相遇问题, $S_{\text{和}}=V_{\text{和}} \times T_{\text{相}} \rightarrow S_{AB}=(74+65) \times T=139T$, 说明路程能被 139 整除, 只能排除 B 项。 S_{AD} 和 S_{BD} 相差 36 ($S_{AD}=\text{全程的一半}+18$, $S_{BD}=\text{全程的一半}-18$, 则 $S_{AD}-S_{BD}=2 \times 18=36$), $S_{AD}-S_{BD}=74T-65T=9T=36 \rightarrow T=4$, 所求 $=139T=139 \times 4=556$, 对应 D 项。【选 D】



【注意】

1. 切入点: 相遇 $\rightarrow S_{\text{和}}=V_{\text{和}} \times T_{\text{相}}$ 。
2. 假设时间 T 是整数, 通过 139 的整数倍可以排除 B 项。如果考场上没有时间, 选项只有一个 139 的整数倍, 可以直接猜。

4. (2023 事业单位) 甲、乙两运动员在周长为 400 米的环形跑道上同向竞

走，已知乙的平均速度是每分钟 80 米，甲的平均速度是乙的 1.25 倍。如果甲在乙前面 100 米处，则经过多少分钟后，甲第一次追上乙？

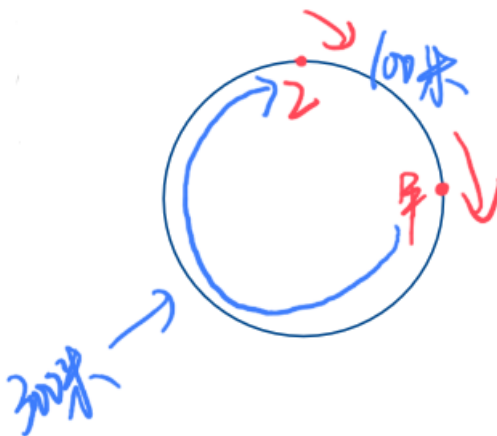
A. 15

B. 18

C. 20

D. 24

【解析】4. 已知“乙的平均速度是每分钟 80 米，甲的平均速度是乙的 1.25 倍”， $V_{乙}=80$ 米/分钟，则 $V_{甲}=80 \times 1.25=100$ 米/分钟。画图分析，已知“甲、乙两运动员在周长为 400 米的环形跑道上同向竞走”、“甲在乙前面 100 米处”，顺时针走，甲在乙的右侧，周长是 400 米，甲在乙前面 100 米，说明在圆的 $1/4$ 处，当成直线追及问题，只要甲能把 300 米的差距弥补起来，就能追上乙， $S_{差}=V_{差} \times T_{追} \rightarrow 300=(100-80) \times T_{追}$ ，解得 $T_{追}=300/20=15$ 分钟，对应 A 项。【选 A】



【注意】

1. 切入点：追及 $\rightarrow S_{差}=V_{差} \times T_{追}$ 。
2. 如果乙在甲前面，甲追 100 米即可。

相对行程

环形相遇（同时同点反向出发）

公式： $S_{和}=V_{和} \times T_{遇}$

相遇 1 次， $S_{和}=1$ 圈；相遇 N 次， $S_{和}=N$ 圈

本质：每一次相遇到下一次相遇期间，两人走的路程和是一圈。

环形追及（同时同点同向出发）

公式： $S_{差}=V_{差} \times T_{追}$

追上 1 次, $S_{\text{差}}=1$ 圈; 追上 N 次, $S_{\text{差}}=N$ 圈

本质: 每一次追上到下一次追上期间, 两人走的路程差是一圈。

【注意】相对行程: 重点是识别和结论。

1. 环形相遇 (同时同点反向出发): 比如甲、乙都在 A 点, 甲顺时针、乙逆时针, 同时同点反向出发, 最终会在 B 点相遇。

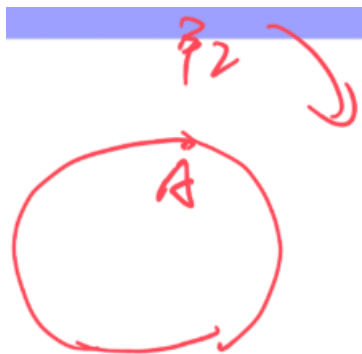


(1) 公式: $S_{\text{和}}=V_{\text{和}}*T_{\text{遇}}$ 。

(2) 结论: 相遇 1 次, $S_{\text{和}}=1$ 圈; 相遇 2 次, $S_{\text{和}}=2$ 圈; 相遇 N 次, $S_{\text{和}}=N$ 圈。

(3) 本质: 每一次相遇到下一次相遇期间, 两人走的路程和是一圈。

2. 环形追及 (同时同点同向出发): 比如从 A 点出发, 不管甲、乙, 都顺时针, 一个速度快、一个速度慢, 速度快的从后面套圈。



(1) 公式: $S_{\text{差}}=V_{\text{差}}*T_{\text{追}}$ 。

(2) 结论: 追上 1 次, $S_{\text{差}}=1$ 圈; 追上 2 次, $S_{\text{差}}=2$ 圈; 追上 N 次, $S_{\text{差}}=N$ 圈。

(3) 本质: 每一次追上到下一次追上期间, 两人走的路程差是一圈。

5. (2020 山东) 甲、乙两人在一条 400 米的环形跑道上从相距 200 米的位置出发, 同向匀速跑步。当甲第三次追上乙的时候, 乙跑了 2000 米。则甲的速度是乙的多少倍?

A. 1.2

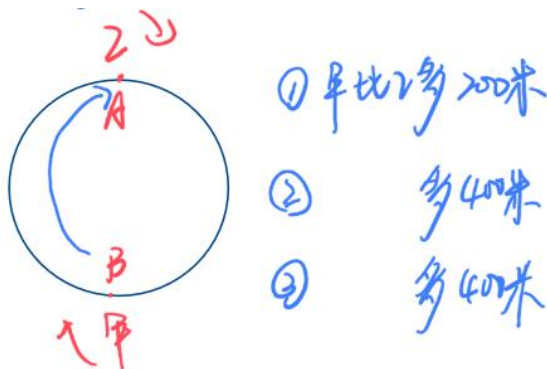
B. 1.5

C. 1.6

D. 2.0

【解析】5. 跑道长 400 米, “从相距 200 米的位置出发” → 乙从 A 点出发、甲从 B 点出发, 甲在乙的正前方 (200 米是 400 米的半圈); 已知 “同向匀速跑步”, 假设均顺时针。问 “甲的速度是乙的多少倍”, 要求出 $V_{甲}$ 、 $V_{乙}$, 再比; 没有时间, 说明不能从基本公式出发, 利用比例行程思维, t 一定 (相同), S 和 V 成正比, 则 $V_{甲}/V_{乙}=S_{甲}/S_{乙}$ 。题干已知甲第三次追上乙时, 乙跑了 2000 米, 说明甲的路程一定比乙多, 只需要知道甲比乙多跑了多少。

甲第一次追上乙: 同时同向出发, 但是不同点, 追上时甲比乙多跑 200 米 (弥补一开始相差的 200 米); 从第一次追上到第二次追上: 变成同点同时同向出发, 属于环形追及, 套 1 圈 → 甲比乙多跑 400 米; 从第二次追上到第三次追上: 同点同时同向出发, 属于环形追及, 套 1 圈 → 甲比乙多跑 400 米。综上, 全程甲比乙多跑 $200+400+400=1000$ 米, 则所求 $=V_{甲}/V_{乙}=S_{甲}/S_{乙}=(2000+1000)/2000=1.5$, 对应 B 项。【选 B】



【注意】

1. 切入点: 环形追及 → $S_{差}=N \text{ 圈}=V_{差} \times T_{追}$ 。
2. 总结: 比例行程思维: 时间一定 (相同), 路程与速度成正比。
3. 甲比乙跑得多, 只看甲比乙多跑了多少即可。

流水行船相关公式:

$$V_{\text{顺}} = V_{\text{船}} + V_{\text{水}}$$

$$V_{\text{逆}} = V_{\text{船}} - V_{\text{水}}$$

$$V_{\text{船}} = (V_{\text{顺}} + V_{\text{逆}}) / 2$$

$$V_{\text{水}} = (V_{\text{顺}} - V_{\text{逆}}) / 2$$

流水行船相关概念:

静水速度= $V_{\text{船}}$

漂流速度= $V_{\text{水}}$

【注意】流水行船相关公式:

1. $V_{\text{顺}} = V_{\text{船}} + V_{\text{水}}$ ① (顺流而下, 船速与水速一致, 有加成作用), $V_{\text{逆}} = V_{\text{船}} - V_{\text{水}}$ ② (逆流而上, 船速与水速不一致, 有抵消作用)。

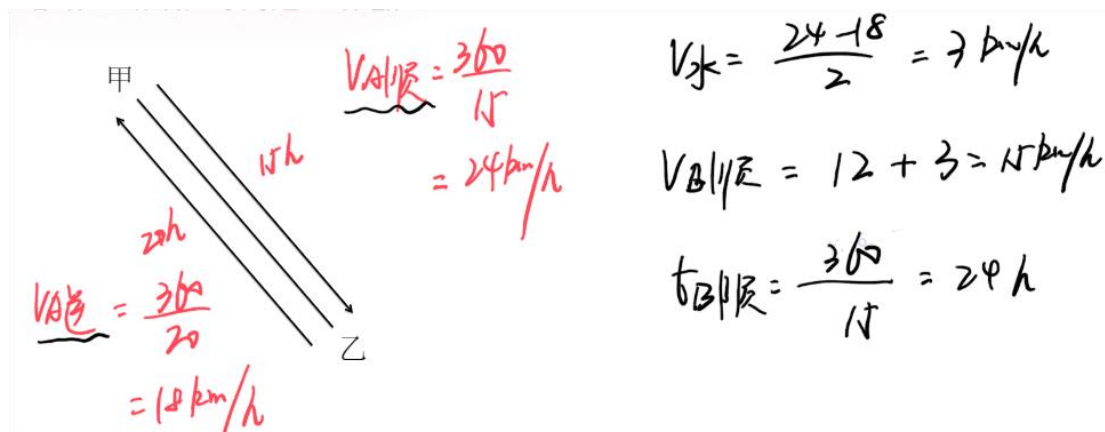
2. ①+②得: $V_{\text{船}} = (V_{\text{顺}} + V_{\text{逆}}) / 2$, ①-②得: $V_{\text{水}} = (V_{\text{顺}} - V_{\text{逆}}) / 2$ 。

3. 流水行船相关概念：静水速度= $V_{\text{船}}$ （水面静止就是静水速度，只靠船的内动力），漂流速度= $V_{\text{水}}$ （漂流瓶没有动力，全靠水速）。

6. (2021 新疆) 甲、乙两地分别为一条河流的上下游, 两地相距 360 千米, A 船往返需要 35 小时, 其中从甲地到乙地的时间比从乙地到甲地的时间短 5 小时。B 船在静水中的速度为 12 千米每小时。则其从甲地开往乙地需要多少小时?

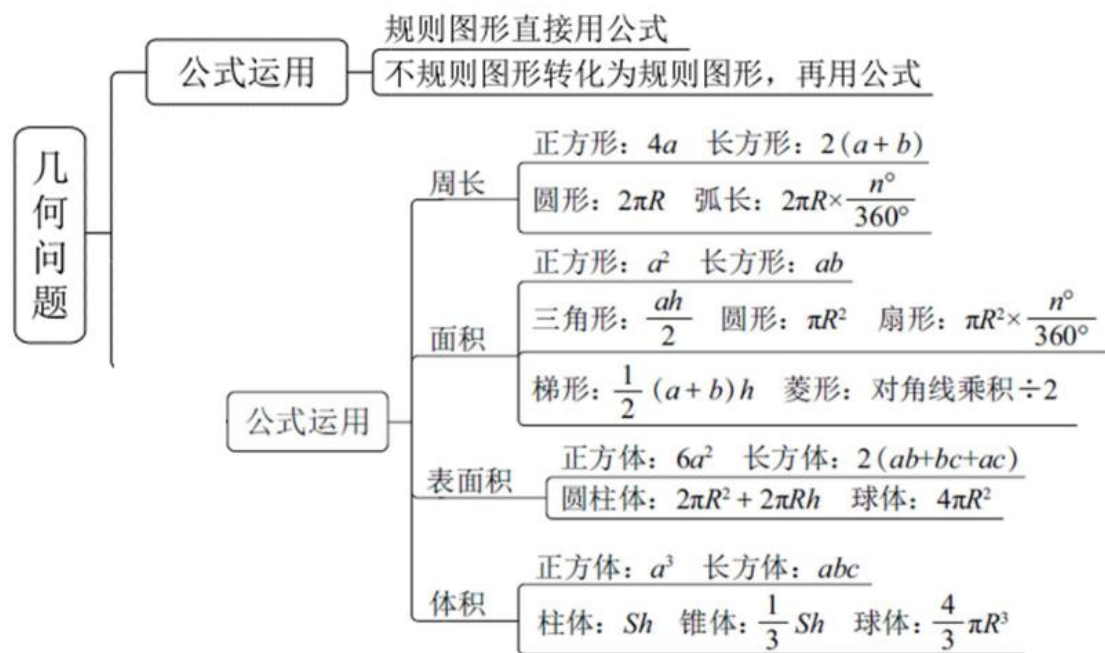
- A. 12
B. 20
C. 24
D. 40

【解析】6. 已知“甲、乙两地分别为一条河流的上下游”、“A 船往返需要 35 小时，其中从甲地到乙地的时间比从乙地到甲地的时间短 5 小时”，甲→乙为顺流而下、乙→甲为逆流而上，则 $t_{\text{顺}}=15\text{h}$ 、 $t_{\text{逆}}=20\text{h}$ 。已知“两地相距 360 千米”，对于 A 船而言， $V_{\text{A顺}}=360/15=24\text{km/h}$ 、 $V_{\text{A逆}}=360/20=18\text{km/h}$ 。对于 B 船而言， $t_{\text{B顺}}=360/V_{\text{B顺}}$ ，需要知道 $V_{\text{B顺}}$ ；又已知“B 船在静水中的速度为 12 千米每小时”，则 $V_{\text{B顺}}=12+V_{\text{水}}$ ，通过 A 船来求出 $V_{\text{水}}$ ，则 $V_{\text{水}}=(V_{\text{A顺}}-V_{\text{A逆}})/2=(24-18)/2=3\text{km/h}$ ， $V_{\text{B顺}}=12+3=15\text{km/h}$ 。问“(B 船)从甲地开往乙地需要多少小时”，所求 $=360/15=24\text{h}$ ，对应 C 项。【选 C】



【注意】

1. 切入点：流水行船→ $V_{顺}=V_{船}+V_{水}$ 、 $V_{水}=(V_{顺}-V_{逆})/2$ 。
2. 行程问题难度比较大，比工程问题更难一点。



【注意】几何问题：

1. 公式运用：
 - (1) 规则图形直接用公式。
 - (2) 不规则图形先通过割、补、平移转化为规则图形，再用公式。
2. 公式：
 - (1) 周长：

①正方形： $4a$ 。

②长方形： $2*(a+b)$ 。

③圆形： $2\pi R$ 。

④弧长： $2\pi R*(n^\circ/360^\circ)$ 。 $2\pi R$ 为圆的周长，弧长对应的圆心角为 n° ，“ $n^\circ/360^\circ$ ”就是弧长在圆周长中所占的比例。

(2) 面积：

①正方形： a^2 。

②长方形： ab 。

③三角形： $ah/2$ 。

④圆形： πR^2 。

⑤扇形： $\pi R^2*(n^\circ/360^\circ)$ 。与弧长类似， πR^2 是圆形面积，扇形对应的圆心角为 n° ，“ $n^\circ/360^\circ$ ”就是扇形在圆面积中所占的比例。

⑥梯形： $1/2*(a+b)*h$ 。

⑦菱形：对角线乘积/2。如果没给图，找特殊值，正方形是特殊的菱形，可能会好做，但不一定100%正确。

(3) 表面积：

①正方体： $6a^2$ 。

②长方体： $2*(ab+bc+ac)$ 。

③圆柱体： $2\pi R^2+2\pi Rh$ 。上、下2个圆面积，为 $2\pi R^2$ ；侧面展开是矩形，矩形面积=长*宽，长是底面圆周长 $\rightarrow 2\pi R$ ，宽是圆柱的高 $\rightarrow h$ ，则侧面积为 $2\pi R*h$ 。

④球体： $4\pi R^2$ 。考查不多，如果考查，绝大部分出题人会给出，但是能记就记一下。

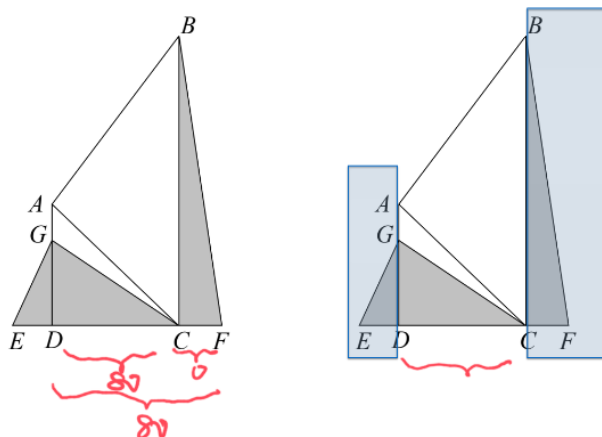
(4) 体积：

①正方体： a^3 。

②长方体： $a*b*c$ 。

③柱体： $S*h$ 。

④锥体： $1/3*S*h$ 。假设一个圆柱和一个圆锥底面半径一样，高也一样，体积就是3倍关系。



$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times a \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times 80 \times 80$$

$$= 3200$$

叨叨的小总结：

数量关系考场思维：利用“特殊值”秒解！

【注意】

1. 切入点：面积→基本公式→三角形。
2. 总结：数量关系考场思维：利用“特殊值”秒解。
3. 第1题只说路程相等，没说时间是多少，时间为0也满足题干条件；本题只说长度相等，没有说长度是多少，可以假设为0。

8. （2022 事业单位）某兴趣小组进行科学实验。在一个长方体的容器中注入5厘米深的液体，已知这个长方体容器长45厘米，宽35厘米，高15厘米。现将长方体容器内的液体全部倒入一个圆柱体容器内，已知圆柱体底圆半径为20厘米，则圆柱体容器内的液体高度约为多少厘米？

A. 5.2

B. 6.3

C. 7.1

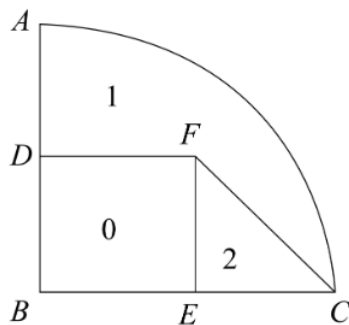
D. 8.0

【解析】8. 体积基本公式： $V_{\text{长方体}} = a \times b \times c$ ， $V_{\text{圆柱}} = \pi \times r^2 \times h$ 。不管放在长方体还是圆柱中，体积是相等的。已知“在一个长方体的容器中注入5厘米深的液体”、“这个长方体容器长45厘米，宽35厘米”， $V_{\text{长方体}} = 45 \times 35 \times 5 = V_{\text{圆柱}} \approx 3.14 \times 20^2 \times h \rightarrow 315 \approx 3.14 \times 16 \times h$ ，解得 $h = 100 \div 16 = 6.25$ ，对应B项。【选B】

【注意】切入点：体积→基本公式→长方体、圆柱。

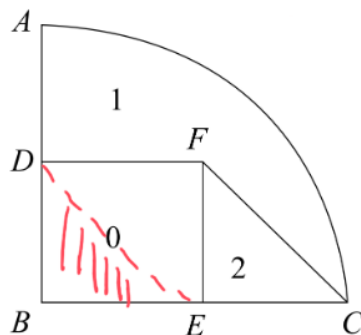
9. （2022 联考）某疫苗共需接种2剂次方可达到最佳效果。A市的接种人数占比统计如下图所示，其中，区域“0”表示尚未接种，区域“1”表示只接种1

剂次，区域“2”表示已接种 2 剂次。假设 ABC 是四分之一圆面，D、E 是中点，BDFE 是正方形，则该市该疫苗只接种 1 剂次的人数占比：

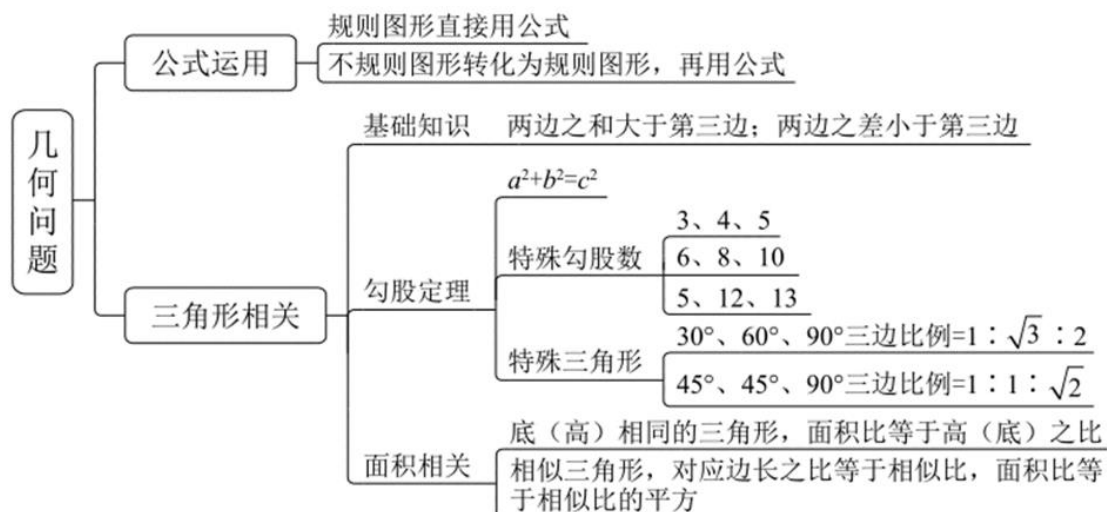


- A. 超过 40%但不到 50% B. 刚好 50%
C. 超过 50%但不到 60% D. 超过 60%

【解析】9. 问“该市该疫苗只接种 1 剂次的人数占比”，所求= $S_1/S_{\text{总}}$ 。已知“D、E 是中点”，假设圆的半径为 2（好计算），则 $AD=DB=BE=EC=1$ ； $S_{\text{总}}=1/4 \times S_{\text{圆}}=1/4 \times \pi \times 2^2=\pi$ 。 S_1 是不规则图形，割补平移， $S_1=S_{\text{总}}-S_0-S_2$ ； S_0 为边长为 1 的正方形 $\rightarrow S_0=1 \times 1=1$ ， S_2 为 S_0 的一半 $\rightarrow S_2=1/2 \times 1=1/2$ ，则 $S_1=\pi-1-1/2 \approx 3.14-1-1/2=1.64$ 。所求 $\approx 1.64/3.14 > 50\%$ ，且结果 $< 60\%$ ，对应 C 项。【选 C】



【注意】切入点：面积 \rightarrow 基本公式 \rightarrow 圆形、正方形、三角形。



【注意】几何问题：

1. 公式运用：

- (1) 规则图形直接用公式。
- (2) 不规则图形先转化为规则图形，再用公式。

2. 三角形相关：

- (1) 基础知识：任意两边之和大于第三边；任意两边之差小于第三边。
- (2) 勾股定理：

① $a^2 + b^2 = c^2$ ，两条直角边的平方和等于斜边的平方。

② 特殊勾股数：勾三股四玄五 → (3、4、5)、(6、8、10)、(9、12、15)；考查较多的还有 (5、12、13)；此外，还有 (7、24、25)、(8、15、17)，记忆这两组，基本上就考查这些。

③ 特殊的直角三角形：30°、60°、90° 的三边比例=1: $\sqrt{3}$: 2；45°、45°、90°（等腰直角三角形）的三边比例=1: 1: $\sqrt{2}$ 。

(3) 面积相关：

① 底（高）相同的三角形，面积比等于高（底）之比。

② 相似三角形：对应边长之比等于相似比，面积比等于相似比的平方。比如已知两个三角形的相似比为 1: 2，则面积比为 1: 4。

10. (2020 国考) 部队前哨站的雷达监测范围为 100 千米。某日前哨站侦测到正东偏北 30° 100 千米处，一架可疑无人机正匀速向正西方向飞行。前哨站通

知正南方向 150 千米处的部队立即向正北方向发射无人机拦截，匀速飞行一段时间后，正好在某点与可疑无人机相遇。则我方无人机速度是可疑无人机的多少倍？

A. $\sqrt{3}+1$

B. $3(\sqrt{3}-1)$

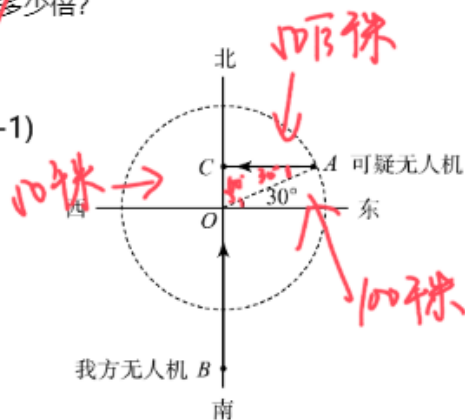
C. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

D. $\frac{2}{3}\sqrt{5}$

【解析】10. 按照“上北下南左西右东”画图分析，如图所示，“雷达监测范围为 100 千米”，雷达的监测范围是一个圆，则圆的半径为 100 千米。假设 O 点为前哨站，A 点是可疑无人机，OA 为半径，B 点是我方无人机，在 C 点（往左走和往上走的交点）相遇，BO=150。问我方无人机速度是可疑无人机的多少倍，正常做需要知道路程和时间，但是本题没有时间，同时出发，最后相遇，说明时间相同，路程和速度成正比，则 $V_{\text{我方}}/V_{\text{敌}} = S_{\text{我方}}/S_{\text{敌}} = (BO+OC)/AC$ ，已知 BO=150， 30° 直角三角形的三边关系为 $1:\sqrt{3}:2$ ，已知 OA=100，则 OC=50， $AC=50\sqrt{3}$ ，所求 = $(150+50)/50\sqrt{3} = 4/\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$ ，对应 C 项。【选 C】

多少倍？

1
3-1)



$$\frac{V_{\text{我}}}{V_{\text{敌}}} = \frac{S_{\text{我}}}{S_{\text{敌}}} = \frac{BO+OC}{AC}$$

id:67569542

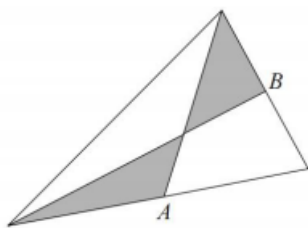
$$= \frac{200}{50\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$$

叨叨的小总结：

比例行程思维：时间一定(相同)，路程与速度成正比

【注意】小总结——比例行程思维：时间一定(相同)，路程与速度成正比。

11. (2021 广东选调) 如图三角形中，A、B 分别为两条边的中点，则图中阴影部分面积为三角形总面积的：



A. $1/3$

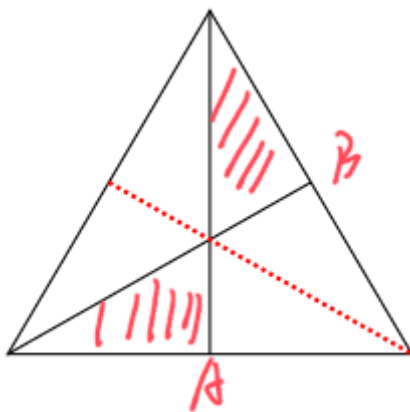
B. $1/4$

C. $2/7$

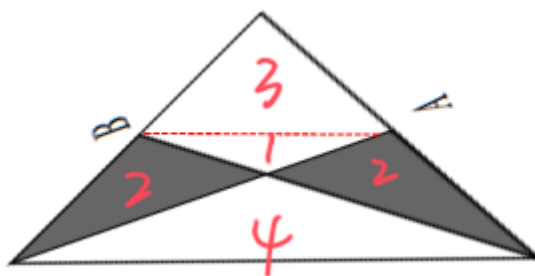
D. $3/8$

【解析】 11. 几何问题。

方法一：条件太少，有同学不会做。可以看成特殊的三角形，若将本题的三角形看成等边三角形，A、B 分别为两条边的中点，作红色虚线的辅助线，如图，分为 6 个一样的小三角形，阴影部分为 2 个三角形，所求 $= 2/6 = 1/3$ ，对应 A 项。



方法二：蝴蝶定理。连接 AB，逆时针旋转，如图所示，三角形 OEF 中，A、B 分别为两条边的中点，AB 是中位线（与底边平行，且是底边的一半），AB:CD=1:2，根据结论：3、1、2、2、4，所求 $= 4/12 = 1/3$ ，对应 A 项。【选 A】

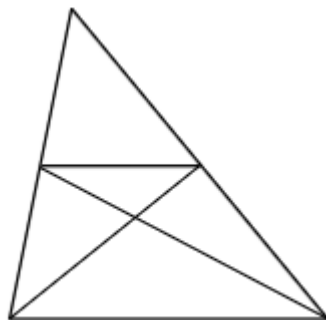
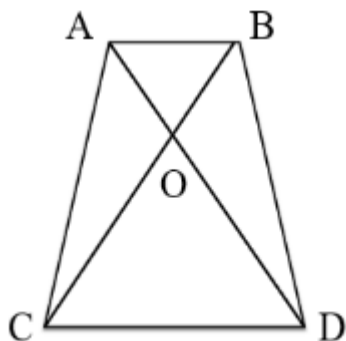


【注意】 小总结：数量关系考场思维——利用“特殊值”秒解。

蝴蝶定理

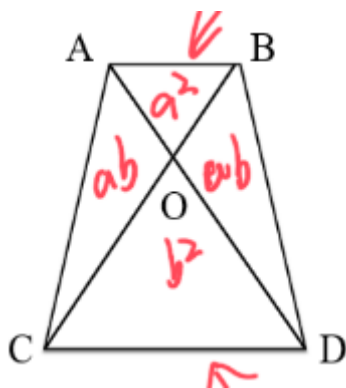
在一个梯形中，若上底：下底 = $a : b$

则上、下、左、右四个三角形面积之比 = $a^2 : b^2 : ab : ab$



【注意】

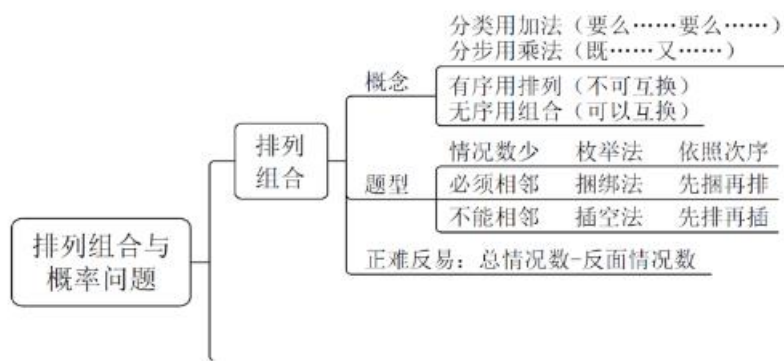
1. 蝴蝶定理：在一个梯形中，若上底：下底 = $a : b$ ，则上、下、左、右四个三角形面积之比 = $a^2 : b^2 : ab : ab$ 。



2. 考试时不会单纯考查蝴蝶定理，会加一个帽子，如图，另加了一个三角形，如果 AB 和 CD 是 1:2 的关系，则上、下、左、右四个三角形面积之比为 1:4:2:2。根据相似三角形，三角形 EAB 和三角形 ECD 相似，相似比为 1:2，则面积比为 1:4，三角形 EAB 为 1 大份，梯形 ABCD 为 3 大份。1+2+2+4=9 对应 3 大份，1 份对应 3，则三角形 EAB 为 3。可以记住结论，只要是下图的形状，则 5 个部分分别为 3、1、2、2、4。

【注意】小总结：两个三角形高（底边）相同，面积之比等于底边（高）之比。

答案	题型
1.B	普通行程— $S=V \times T$
2.B	均匀加速/减速：平均速度 = (初速度 + 末速度) / 2
3.D	直线相遇— $S_{和} = V_{和} \times T_{相}$
4.A	追及— $S_{差} = V_{差} \times T_{追}$
5.B	环形追及— $S_{差} = N \text{圈} = V_{差} \times T_{追}$
6.C	流水行船— $V_{顺} = V_{船} + V_{水}$ 、 $V_{逆} = V_{船} - V_{水}$
7.A	面积—基本公式—三角形
8.B	体积—基本公式—长方体、圆柱
9.C	面积—基本公式—圆形、正方形、三角形
10.C	特殊直角三角形— $30^\circ : 60^\circ : 90^\circ = 1 : \sqrt{3} : 2$
11.A	蝴蝶定理—上：下：左：右 = $a^2 : b^2 : ab : ab$



【注意】排列组合基本概念：

1. 分类与分步：

- (1) 分类（造句→要么……要么……）相加。
- (2) 分步（造句→先……后……、既……又……）相乘。

2. 排列与组合：

- (1) 排列（A）：与顺序有关。
- (2) 组合（C）：与顺序无关。

3. 判定标准：从已选的主体中任意挑出两个，调换顺序，如果有差别，与顺序有关（A）；无差别，与顺序无关（C）。比如直播间有 700 个同学，选 2 个回答问题，选出来即可，和顺序无关，是组合；如果是先邀请的同学回答问题 1，后邀请的同学回答问题 2，和顺序有关，是排列。

排列组合计算方法

$A(n, m) = n * (n-1) * (n-2) * \dots * (n-m+1)$ ，从下角标 n 开始往下乘，一共乘上角标 m 个数

$C(n, m) = [n * (n-1) * (n-2) * \dots * (n-m+1)] / [m * (m-1) * (m-2) * \dots * 1]$ ，从上角标 m 开始往下乘，一直乘到底

特殊： $C(n, m) = C(n, n-m)$ ； $A(n, 1) = C(n, 1)$ ； $A(n, n)$ ； $C(n, n)$

【注意】排列组合计算：

1. $A(n, m) = n * (n-1) * (n-2) * \dots * (n-m+1)$ ，从下角标 n 开始往下乘，一共乘上角标 m 个数。例如 $A(6, 3) = 6 * 5 * 4$ 。

2. $C(n, m) = [n * (n-1) * (n-2) * \dots * (n-m+1)] / [m * (m-1) * (m-2) * \dots * 1]$ ，从上角标 m 开始往下乘，一直乘到底（乘到 1）。例如 $C(6, 3) = (6 * 5 * 4) / (3 * 2 * 1)$ 。

3. 特殊：

(1) $C(n, m) = C(n, n-m)$ 。例如 $C(10, 9) = C(10, 1) = 10$ 。

(2) $A(n, 1) = C(n, 1) = n$ 。

(3) $A(n, n)$ 。记忆→ $A(2, 2) = 2$ 、 $A(3, 3) = 6$ 、 $A(4, 4) = 24$ 、 $A(5, 5) = 120$ 。

(4) $C(n, n) = 1$ 。

12. (2023 吉林) 像中国的回文联“洞帘水挂水帘洞，山果花开花果山”一样，如果将一个数的数字倒排后所得的数仍是这个数，这样的数称为回文数，例如 11，22，343，565，1881，20102 等，在所有三位数中回文数共有：

A. 81 个

B. 90 个

C. 99 个

D. 100 个

【解析】12. 回文数→正着读、反着读都一样；问三位数中回文数共有多少个，为排列组合问题。百位和个位是相同的，一个位置上填数可以在 0~9 中选择，一共 10 个数，三位数，注意百位数不能取 0，则百位只能从 1~9 这 9 个数字中选 1 个，且个位与百位保持一致，为 $C(9, 1)$ ；十位：从 0~9 这 10 个数中随便选 1 个，为 $C(10, 1)$ ；分步相乘，所求= $C(10, 1) * C(9, 1) = 10 * 9 = 90$ ，对应 B 项。【选 B】

【注意】切入点：排列组合问题→分类相加、分步相乘。

13. (2023 联考) 教育平台的网络课程由阅读资料、观看视频、论坛交流、练习作业和问卷考试五部分学习内容组成。学员需先后完成这五部分学习内容，其中论坛交流与练习作业均不能在最先和最后完成，则学员安排学习的顺序共有：

- A. 120 种
B. 72 种
C. 36 种
D. 24 种

【解析】13. “其中论坛交流与练习作业均不能在最先和最后完成”→论坛交流与练习作业不在第一位和第五位，优先安排有特殊要求的，从第二、三、四位 3 个位置中选出 2 个放入论坛交流与练习作业，存在顺序，表示为 $A(3, 2) = 6$ 种；剩余 3 个部分对应 3 个位置，存在顺序，表示为 $A(3, 3) = 6$ 种；分步相乘，所求= $6 * 6 = 36$ ，对应 C 项。【选 C】

【注意】切入点：排列组合问题→优先特殊需求。

14. (2022 联考) 滑雪和滑冰是冬奥会的两大项赛事，其中高山滑雪、自由式滑雪、单板滑雪、跳台滑雪、越野滑雪和北欧两项是滑雪大项中的 6 个分项，短道速滑、速度滑冰和花样滑冰是滑冰大项中的 3 个分项。小林打算去现场观看比赛，共选择 6 个项目，并且每个大项不少于 1 个，若所有项目比赛时间均不交叉，则不同的观赛方式有：

- A. 83 种
B. 84 种
C. 92 种
D. 102 种

【解析】14. 问若所有项目比赛时间均不交叉，则不同的观赛方式有多少种，为排列组合问题。要求共选择 6 个项目，并且每个大项不少于 1 个。

方法一：正面求解。分类讨论：

(1) 3 个滑雪、3 个滑冰：滑雪从 6 个中选择 3 个，无顺序，表示为 $C(6, 3)$ ；滑冰从 3 个中选择 3 个，无顺序，表示为 $C(3, 3)$ ；分步相乘，情况数 = $C(6, 3) * C(3, 3) = 20$ 种。

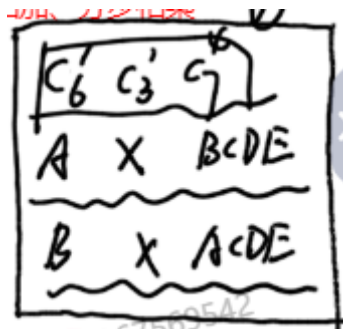
(2) 4 个滑雪、2 个滑冰：滑雪从 6 个中选择 4 个，无顺序，表示为 $C(6, 4)$ ；滑冰从 3 个中选择 2 个，无顺序，表示为 $C(3, 2)$ ；分步相乘，情况数 = $C(6, 4) * C(3, 2) = 45$ 种。

(3) 5 个滑雪、1 个滑冰：滑雪从 6 个中选择 5 个，无顺序，表示为 $C(6, 5)$ ；滑冰从 3 个中选择 1 个，无顺序，表示为 $C(3, 1)$ ；分步相乘，情况数 = $C(6, 5) * C(3, 1) = 18$ 种。

综上，分类相加，所求 = $18 + 45 + 20 = 83$ ，对应 A 项。

方法二：正难则反。“选择 6 个项目，并且每个大项不少于 1 个”的反面是每个大项少于 1 个，既选择 0 个，要选择 6 个项目，不能是只选滑冰（滑冰只有 3 个分项），因此反面是只选滑雪，6 个项目选 6 个，无顺序，表示为 $C(6, 6) = 1$ 。总情况数为从 9 个里选 6 个，与顺序无关，表示为 $C(9, 6) = 84$ 。所求 = $84 - 1 = 83$ ，对应 A 项。【选 A】

【注意】 $C(6, 1) * C(3, 1) * C(7, 4)$ 是错误的，是有重复的。每个大项不少于 1 个 → $C(6, 1) * C(3, 1)$ ，从剩下的 7 项中再选 4 个 → $C(7, 4)$ ，假设滑雪 → A、B、C、D、E、F，滑冰 → X、Y、Z，可能是 A、X、BCDE，也可能是 B、X、ACDE，看似是两种情况，其实是同一种情况。





【注意】概率问题：

1. 给情况求概率——公式：概率 $P = \frac{\text{满足要求情况数}}{\text{总情况数}}$ 。

2. 给概率求概率（分类相加、分步相乘）：

（1）分类相加： $P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$ 。

（2）分步相乘： $P = P_1 * P_2 * \dots * P_n$ 。

15. （2022 广东）某街道对辖内 6 个社区的垃圾分类情况进行考核评估，结果显示，有 2 个社区的垃圾分类考核不通过。如果从 6 个社区中随机抽取 3 个进行现场检查，则抽取的社区中，既有考核通过的又有考核不通过的社区的概率为：

A. $1/5$

B. $1/2$

C. $2/3$

D. $4/5$

【解析】15. 给情况求概率， $P = \frac{\text{满足条件的情况数}}{\text{总的情况数}}$ 。“有 2 个社区的垃圾分类考核不通过”，一共有 6 个社区，说明有 4 个通过。总情况数：从 6 个社区中随机抽取 3 个，无顺序要求，为 $C(6, 3) = 20$ 种。

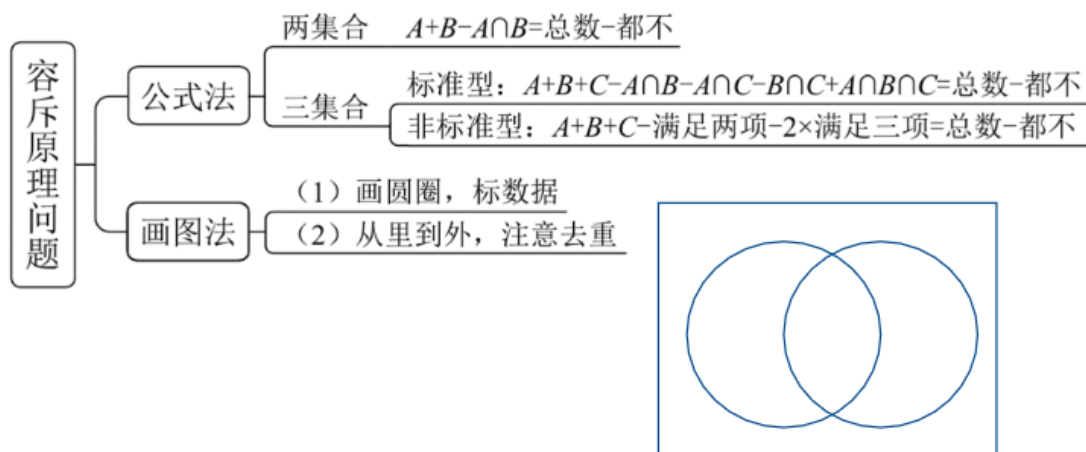
正面满足条件的情况数：

（1）1 个通过、2 个不通过，为 $C(4, 1) * C(2, 2) = 4$ 。

（2）1 个不通过、2 个通过，为 $C(2, 1) * C(4, 2) = 12$ 种，所求 $= \frac{12+4}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ ，选择 D 项。

正难则反，反面情况为三个都通过，从 4 个考核通过的随机选择 3 个，表示为 $C(4, 3) = C(4, 1) = 4$ 。

总上，所求 $= \frac{20-4}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ ，也可以根据 $1 - P_{\text{反}} = 1 - \frac{4}{20} = \frac{4}{5}$ ，对应 D 项。【选 D】



【注意】容斥原理：能用公式就套公式，不能套公式就用画图法。

1. 公式：

(1) 两集合: $A+B-A\cap B=\text{总数}-\text{都不}$ 。

(2) 三集合：

①标准型: $A+B+C-A\cap B-A\cap C-B\cap C+A\cap B\cap C=\text{总数}-\text{都不}$ 。

②非标准型: $A+B+C-\text{满足两项}-2\times\text{满足三项}=\text{总数}-\text{都不}$ 。满足两项即只满足两项，满足三项即只满足三项。

③识别：

a. 题目中出现“既……又……”，出现 $A\cap B$ 、 $B\cap C$ 、 $A\cap C$ ，用标准型公式。

b. 题目中没有“既……又……”，出现满足两项或满足三项，用非标准型公式。

2. 画图法：

(1) 画圈圈，标数据。

(2) 从里到外标数据，注意去重。

(3) 数据在公式中无法体现时使用画图法，比如题干中出现只满足某个条件，例如只 A、只 B、只 C，这些数据在公式中体现不出来，此时需要画图。

18. (2023 浙江) 某班级对 70 多名学生进行数学和英语科目摸底测验，有 12% 的学生两个科目均不及格。已知有 $\frac{2}{3}$ 的学生英语及格，数学及格的学生比英语多 10 人，那两科均及格的学生有多少人？

A. 31

B. 37

C. 41

D. 44

【解析】18. “有 12% 的学生两个科目均不及格” → 出现分数、百分数、倍数、比例，考虑比例型倍数特性，均不及格/总数 = $12\% = 12/100 = 3/25$ ，总人数为 25 的倍数；“某班级对 70 多名学生进行数学和英语科目摸底测验” → 说明总人数只能是 75，则都不及格人数 = $75 * (3/25) = 9$ ，英语及格人数 = $75 * (2/3) = 50$ ，数学及格人数 = $50 + 10 = 60$ ；有两种情况并且有交叉重叠 → 两集合公式： $A + B - A \cap B = \text{总数} - \text{都不}$ ，设 $A \cap B$ 为 x ，代入数据： $50 + 60 - x = 75 - 9 \rightarrow x = 110 - 66 = 44$ ，用尾数法也可以，对应 D 项。【选 D】

【注意】切入点：有两种情况并且有交叉重叠 → 两集合容斥原理问题。

19. (2023 事业单位) 某机关部门有 65 人，为加强文化建设，组织员工到电影院观看 A、B、C 三部电影，由于三部电影放映时间错开，要求每个员工至少观看一部电影，有 40% 员工选择看电影 A，有 27 人选择观看电影 B，有 48 人选择观看电影 C。则选择观看三部电影的员工至多可以有多少人？

A. 16

B. 17

C. 18

D. 19

【解析】19. “要求每个员工至少观看一部电影” → 说明没有“都不”，“都不”为 0；“有 40% 员工选择看电影 A” → 看电影 A 的人数 = $65 * 40\% = 26$ 人。“选择观看三部电影” → 有三种情况并且有交叉重叠 → 三集合容斥问题，没有 $A \cap B$ 、 $A \cap C$ 、 $B \cap C$ ，考虑三集合非标准型公式： $A + B + C - \text{满足两项} - \text{满足三项} * 2 = \text{总数} - \text{都不}$ 。设满足两项的为 x ，满足三项的为 y ，代入数据， $26 + 27 + 48 - x - 2y = 65 - 0 \rightarrow x + 2y = 36$ ，问“选择观看三部电影的员工至多可以有多少人”，和为定值，要 y 尽可能大，则 x 尽可能小， x 最小取 0，此时 $2y = 36$ ，解得 $y = 18$ ，对应 C 项。【选 C】

【注意】

1. 切入点：有三种情况并且有交叉重叠 → 三集合容斥原理问题。

2. 满足两项的为 0，只有满足三项的图如图所示。

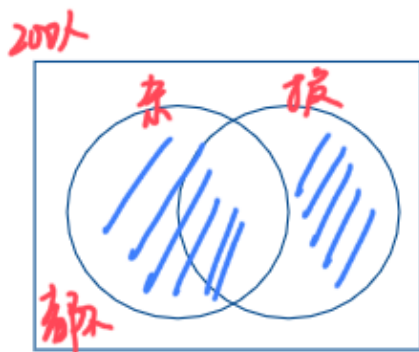


20. (2023 广东) 某单位共有员工 200 人, 其中订阅杂志的人数比只订阅报纸的人数多 88%。则报纸和杂志均未订阅的员工有多少人?

- A. 36
B. 56
C. 76
D. 96

【解析】20. 问“报纸和杂志均未订阅的员工有多少人”→两集合容斥问题。

“只订阅报纸”→出现只满足某个条件，考虑画图法。如图所示，左边圈为订阅杂志人数，右边圈为订阅报纸人数，方框是总数，“都不”→圆圈以外、方框以内，算出订阅杂志和只订阅报纸即可。订阅杂志的人数比只订阅报纸的人数多88%→订阅杂志的人数/只订阅报纸的人数=1+88%=188/100=47/25，则订阅杂志的人数是47的倍数，只订阅报纸的人数是25的倍数。都不=200-47的倍数-25的倍数，1倍太小，当倍数为2时，所求=200-94-50=56，对应B项。【选B】



Handwritten calculation for Question 10:

94

杂志

只报纸

50

$$\frac{\text{杂志}}{\text{只报纸}} = 1 + 88\% = \frac{188}{100} = \frac{47}{25}$$

200 - 94 - 50 = 56

【注意】 切入点：两集合容斥原理——只满足某个条件——画图法。

答案	题型
12.B	基础排列组合—分类相加、分步相乘
13.C	基础排列组合—优先特殊需求
14.A	基础排列组合—分类相加、分步相乘
15.D	给情况求概率— $P = \text{满足情况数} / \text{总情况数}$
16.A	给情况求概率— $P = \text{满足情况数} / \text{总情况数}$
17.C	给情况求概率— $P = \text{满足情况数} / \text{总情况数}$
18.D	两集合容斥原理— $A + B - A \cap B = \text{总数} - \text{都不}$
19.C	三集合容斥原理—非标： $A + B + C - \text{两项} - \text{三项} \times 2 = \text{总数} - \text{都不}$
20.B	两集合容斥原理—只满足某个条件—画图法

资料分析备考建议

1. 巩固知识点：

现期基期、（一般、特殊）增长率、增长量、比例（比重、平均数、倍数）

2. 不断刷题，提高速度（限时做题：一篇资料 6~8 分钟）

四篇资料：24~32 分钟，16 个及以上

熟记题型特征及对应公式，掌握速算技巧及常见陷阱，限时刷题

【注意】资料分析备考建议：

1. 巩固知识点：现期基期、（一般、特殊）增长率、增长量、比例（比重、平均数、倍数），一定要记忆深刻。

2. 不断刷题，提高速度（限时做题：一篇资料 6~8 分钟），四篇资料：24~32 分钟，做对 16 个及以上，正确率达到 80%以上，目标是全对。想要提速，从识别、找数、计算（以分析为主）三个方面切入，不断的复盘，卡时间做题。

3. 熟记题型特征及对应公式，掌握速算技巧及常见陷阱，限时刷题。一天卡半小时做 4 篇资料分析。

数量关系备考建议

1. 巩固提高、重点突破

工程、经济利润、容斥原理、排列组合与概率、几何、行程

2. 考场策略，有舍才有得！

（10-15 分钟，一半以上）

目标明确，专项突破。考场上抓易杀熟，有舍有得！

【注意】数量关系备考建议：

1. 巩固提高、重点突破。工程、经济利润、容斥原理、排列组合与概率、几何、行程。基本题要做。按照“特殊值”的方法也是可以做的。比如几何题底层逻辑是蝴蝶定理，但是考试时会加一个“帽子”，记住结论：3、1、2、2、4，就可以秒杀，一道题也是分。

2. 考场策略，有舍才有得！（10~15 分钟，一半以上）。有时间做，没有时间就蒙，有同学认为根据常识蒙题不靠谱，国考出题人是比较严谨的，和生活是息息相关的，不可能违背生活场景。

3. 目标明确，专项突破。考场上抓易杀熟，有舍有得！

【答案汇总】

1-5: BBDAB; 6-10: CABCC; 11-15: ABCAD; 16-20: ACDCB

遇见不一样的自己

Be your better self