

# 【数量】等差数列

## (讲义+笔记)

主讲教师：田鹏

授课时间：2024.09.05



粉笔公考·官方微信

## 【数量】等差数列（讲义）

【例1】(2024浙江)有一组算式  $1+1$ 、 $2+3$ 、 $3+5$ 、 $4+7$ 、 $1+9$ 、 $2+11$ 、 $3+13$ 、 $4+15$ 、 $1+17$ 、 $2+19$ 、 $3+21$ 、 $4+23$ 、 $1+25$ 、 $2+27$ 、……和为2021的是第几个算式?

- A. 507  
B. 1010  
C. 1012  
D. 1014

【例 2】(2020 新疆) 某阶梯会议室有 16 排座位, 后一排比前一排多 2 个, 最后一排有 40 个座位。这个阶梯会议室共有多少个座位?

- A. 300  
B. 350  
C. 400  
D. 440

【例 3】(2020 山东) 公司 2017 年每个月的销售额都比上个月高  $x$  万元。其 9 月的销售额是 1 月的 2 倍, 11 月的销售额为 900 万元。问该公司 2017 年全年的销售额是多少万元?

- A. 7200  
B. 7650  
C. 8100  
D. 8550

【例 4】（2022 联考）某市举行庆典活动，将依次升空 105 架无人机，升空方式如下：每架无人机间距均相等，第一次升空  $n$  架，第二次升空  $n-1$  架，以此类推，最终在夜空中组成一个近似等边三角形背景的灯光秀，那么第 10 次升空的无人机数量是：

- A. 3 架                      B. 5 架  
C. 8 架                      D. 10 架

【例 5】(2024 山东) 若干职员参加某次强国知识竞赛，每人的得分均不相同且为整数，分数排名相邻的 2 人分差均为 5 分。已知有 3 人成绩低于 70 分，且超过 70 分的职员平均分为 82 分。问所有职员中竞赛成绩超过 70 分的人数占比在下列哪个范围内？

- A. 低于 50%                      B. 50%~60%之间  
C. 60%~70%之间            D. 高于 70%

【例 6】(2022 四川) 商场 6 月 6 日开始销售某种电器, 从 6 月 7 日起, 每天这种电器的销量都比前一天多 1 台。已知 6 月 16 日卖了 22 台这种电器, 问其 6 月共卖了多少台这种电器?

- A. 555  
B. 600  
C. 645  
D. 690

【例 7】(2022 联考) 某市对下辖 9 个文艺表演团体去年新创节目的数量进行统计分析, 发现 9 个团体新创节目的数量恰好成等差数列, 其中前 5 个团体的新创节目总数是 60, 前 7 个团体的新创节目总数是 70。那么这 9 个文艺表演团体去年新创节目的总数是:

- A. 72  
B. 76  
C. 78  
D. 80

【例 8】(2022 江苏) 某金融机构向 9 家“专精特新”企业共发放了 4500 万元贷款, 若这 9 家企业获得的贷款额从少到多排列, 恰好为一个等差数列, 且排第 3 的企业获得 420 万元贷款, 排第 8 的企业获得的贷款额为:

- A. 620 万元                      B. 660 万元  
C. 720 万元                      D. 760 万元

【例 9】(2023 国考)工厂从某周第一天开始生产某种零件,每周生产 7 天,从第二天开始每一天都比前一天多生产 200 件。已知工厂第三周的产量是第一周的 2 倍,问第几天其日产量第一次达到 1 万件?

- A. 37  
C. 39
- B. 38  
D. 40

【例 10】(2024 国考) 甲乙两条生产线同一天开始生产某种产品, 甲每天比

前一天多生产  $m$  件，乙每天比前一天少生产  $2m$  件，第 5 天两条生产线的当日产量相同，且前 5 天乙的累计产量是甲的 2 倍。问第一天乙的产量是甲的多少倍？

- A. 6
- B. 7
- C. 4
- D. 5

## 【数量】等差数列（笔记）

【注意】今天学习等差数列，这是近年来的新考点，一年国考省考加起来考 1~2 题，落脚到本省或者单独国考可能考 1 题或者不考，所以放在学霸养成课里面作为补充课程推给大家。

等差数列

什么是等差数列：任意相邻两项的差值相等

例：1、3、5、7、9……

公差：d=

第 10 项： $a_{10}=$

第 n 项： $a_n=$

【注意】等差数列：主要就是公式的应用。

1. 什么是等差数列：任意相邻两项的差值相等。题目都不难识别，有些会直接告诉说是等差数列，有些会隐晦一些，比如说每月都比上月高一个固定的值，每天都比前一天多一个固定的值，每年都比上一年多一个值，每一层都比上一层多一个值。

2. 例：1、3、5、7、9……。这是奇数列，也是公差为 2 的等差数列。

（1）公差：d=2。公差用 d 表示，中学用的也是 d 表示，就是任意相邻两项的差值。

（2）第 10 项： $a_{10}=$ ，第几项都用 a 表示，下角标是 10，就是求第 10 项的结果。 $a_9$  是第 9 项， $a_{10}$  是第 10 项，有些同学觉得可以直接数数，1、3、5、7、9、11、13、15、17、19，所以  $a_{10}=19$ 。项数比较少，知道公差的情况下是可以数数，但是如果问非常远的数值，比如求  $a_{100}$ ，就很难枚举出来了，数不过来了，所以得知道第 n 项时的公式。

（3）第 n 项： $a_n=$ ，第 2 项和第 1 项差 1 个 d，第 3 项和第 1 项差 2 个 d，第 4 项和第 1 项差 3 个 d，第 5 项和第 1 项差 4 个 d，故  $a_n=a_1+(n-1)*d$ 。再求  $a_{10}=1+(10-1)*2=19$ 。

等差数列

例：1、3、5、7、9……

公式：

①通项公式：  $a_n = a_1 + (n-1) * d$

②极差公式：  $a_n = a_m + (n-m) * d$

【注意】等差数列：

1. 例：1、3、5、7、9……。

2. 公式：

(1) 通项公式（考的多）：  $a_n = a_1 + (n-1) * d$ 。一般都是第 1 项推第  $n$  项，或者第  $n$  项推第 1 项。

(2) 极差公式（考的比较少）：  $a_n = a_m + (n-m) * d$ 。用第  $m$  项推第  $n$  项，或者第  $n$  项推第  $m$  项，比如知道  $a_3=5$ ，求  $a_{10}$ ， $a_{10} = a_3 + (10-3) * 2 = 5 + 14 = 19$ 。

【例 1】（2024 浙江）有一组算式 1+1、2+3、3+5、4+7、1+9、2+11、3+13、4+15、1+17、2+19、3+21、4+23、1+25、2+27、……和为 2021 的是第几个算式？

A. 507

B. 1010

C. 1012

D. 1014

【解析】1. 碰到这样的题目第一反应是要找一个规律，本题分为谁+谁两个部分，加号前是一个规律，加号后是一个规律，加号之前是 1、2、3、4 不停的循环，只要确定是第几项，除以 4，看余数是几就能确定第一个数加的是几。加号后是公差为 2 的等差数列，相当于是  $a_n$  的值， $a_n = a_1 + (n-1) * d = 1 + (n-1) * 2$ 。故  $(1、2、3、4) + [1 + (n-1) * 2] = 2021$ ，选项是  $n$  的值，可以代入选项验证。代入 A 项， $507/4 = (504+3)/4 = \text{一个数} \cdots 3$ ，加号前是 3， $3 + (1+506*2)$ ，不用往下算，很明显到不了 2000，排除 A 项。代入 B 项， $1010/4 = \text{一个数} \cdots 2$ ，加号前是 2， $2 + (1+1009*2) = 2+2019=2021$ ，符合题意，选择 B 项。【选 B】

等差数列

例：1、3、5、7、9、11……

前 6 项之和：  $S_6 =$



眼可以识别出来是等差数列的题目。“其 9 月的销售额是 1 月的 2 倍”，相当于给了等量关系， $a_9=2a_1$ ，这是通项公式的应用， $x$  即公差， $a_1+8x=2a_1$ ， $a_1=8x$ ①，

“11 月的销售额为 900 万元”，相当于给了  $a_{11}=900$ ，则  $a_{11}=a_1+10x=900$ ②，将①代入②，得到  $18x=900$ ， $x=50$ ， $a_1=8x=400$ ，首项知道， $a_{12}=a_{11}+x=900+50=950$ ，求 2017 年全年的销售额，即求总和，套公式， $S_n=[(a_1+a_n)/2]*n$ ， $S_{12}=[(a_1+a_{12})/2]*12=[(400+950)/2]*12=1350*6=8100$ ，对应 C 项。**【选 C】**

【例 4】（2022 联考）某市举行庆典活动，将依次升空 105 架无人机，升空方式如下：每架无人机间距均相等，第一次升空  $n$  架，第二次升空  $n-1$  架，以此类推，最终在夜空中组成一个近似等边三角形背景的灯光秀，那么第 10 次升空的无人机数量是：

- A. 3 架                      B. 5 架  
C. 8 架                      D. 10 架

【解析】4. “将依次升空 105 架无人机”，总数是 105，“第一次升空  $n$  架，第二次升空  $n-1$  架，以此类推”，可以确定升空无人机的数列是等差数列，注意正着“ $n$ 、 $n+1$ 、 $n+2$ ……”是等差数列，倒着“ $n$ 、 $n-1$ 、 $n-2$ ……”也是等差数列，“最终在夜空中组成一个近似等边三角形背景的灯光秀”，等边三角形的 3 条边相等，说明最后一次升无人机应该是 1 架，不然就成梯形了，相当于升空数量依次为  $n$ 、 $n-1$ 、 $n-2$ 、……、1，套公式， $S_n = [(n+1)/2] * n = 105$ ， $n * (n+1) = 210$ ，两个连续的自然数相乘等于 210，很多同学会去凑，最简单的方法是打开， $n^2 + n = 210$ ，则  $n^2$  应该接近 210，找接近 210 的平方数，想到  $14^2 = 196$ ， $196 + 14 = 210$ ，故  $n = 14$ ，问第 10 次升空的无人机数量是多少，可以直接数是 14、13、12、11、10、9、8、7、6、5，第 10 次是 5，也可以套通项公式， $a_{10} = a_1 + (n-1) * d = 14 + 9 * (-1) = 5$ ，对应 B 项。【选 B】

## 等差数列

公式：

③求和公式 1:  $S_n = [(\text{首项} + \text{末项}) / 2] * \text{项数} = [(a_1 + a_n) / 2] * n$

求和公式 2:  $S_n = \text{平均数} / \text{中位数} * \text{项数}$



①若等差数列为奇数项，中位数就是最中间的数

②若等差数列为偶数项，中位数就是最中间两个数的平均数

考试思维：等差数列出现平均数/中位数，往往都是奇数项，几乎不考偶数项

【注意】等差数列公式：

1. 求和公式 1:  $S_n = [(\text{首项} + \text{末项}) / 2] * \text{项数} = [(a_1 + a_n) / 2] * n$ 。

2. 求和公式 2:  $S_n = \text{平均数} / \text{中位数} * \text{项数}$ 。学完这个公式会觉得等差数列特别灵活。平均数就是中位数，怎么理解，反映在图形上，是一条直线上升，初始部分是  $a_1$ ，末端是  $a_n$ ，平均数在最中间的位置。和第一个公式对比，都会乘以一个项数，平均数/中位数即是  $(a_1 + a_n) / 2$ ，两个公式其实没有太大区别，只是适用范围不同。



(1) 若等差数列为奇数项，中位数就是最中间的数。比如 1、3、5、7、9，有 5 项，中位数是 5，直接用  $5 * 5 = 25$ ，不用一个个加，这样更节省时间。

(2) 若等差数列为偶数项，中位数就是最中间两个数的平均数。比如 1、3、5、7、9、11，最中间没数字，5 和 7 的平均数 6 就相当于偶数项的中位数，一共有 6 项， $6 * 6 = 36$ ，这样算会更快。

3. 考试思维：等差数列出现平均数/中位数，往往都是奇数项，几乎不考偶数项。

【例 5】(2024 山东) 若干职员参加某次强国知识竞赛，每人的得分均不相同且为整数，分数排名相邻的 2 人分差均为 5 分。已知有 3 人成绩低于 70 分，且超过 70 分的职员平均分为 82 分。问所有职员中竞赛成绩超过 70 分的人数占



已知  $a_{11}=22$ ，每一天比前一天多一台，则  $a_{13}=22+1+1=24$ ，则  $S_{25}=24*25=600$ ；或根据倍数特性，出现  $A=B*C$  的形式， $S_{25}$ =中位数\*项数，项数是 25，则  $S_{25}$  是 25 的倍数，只有 B 项符合。【选 B】

【注意】涉及日期，不知道是第几项：第  $(n-m+1)$  项。

【例 7】（2022 联考）某市对下辖 9 个文艺表演团体去年新创节目的数量进行统计分析，发现 9 个团体新创节目的数量恰好成等差数列，其中前 5 个团体的新创节目总数是 60，前 7 个团体的新创节目总数是 70。那么这 9 个文艺表演团体去年新创节目的总数是：

- A. 72
- B. 76
- C. 78
- D. 80

【解析】7. 已知总数和项数，如果用  $S_n = (a_1 + a_n) / 2 * n$ ，会存在  $a_1$  和  $a_n$  两个未知数，可以利用  $S_n$ =中位数\*项数，等差数列同时给出总数和项数，往往都要用到中位数（总数/项数）。根据题意，5 项的中位数  $a_3=60/5=12$ ，7 项的中位数  $a_4=70/7=10$ ，则  $d=10-12=-2$ 。问 9 个文艺团体，9 项是奇数项，求总数，则  $S_9=a_5*9=(a_4-2)*9=8*9=72$ ；或根据倍数特性， $S_9$  是 9 的倍数，只有 A 项符合。【选 A】

【注意】等差数列同时给出总数和项数，往往都要用到中位数（总数/项数）。

【例 8】（2022 江苏）某金融机构向 9 家“专精特新”企业共发放了 4500 万元贷款，若这 9 家企业获得的贷款额从少到多排列，恰好为一个等差数列，且排第 3 的企业获得 420 万元贷款，排第 8 的企业获得的贷款额为：

- A. 620 万元
- B. 660 万元
- C. 720 万元
- D. 760 万元

【解析】8. 出现“等差数列”，9 家企业共发放 4500 万元且贷款额从少到多排列，已知项数和总和，9 项的中位数  $a_5=4500/9=420$ ，已知  $a_3=500$ ，则  $d=(500-420)/2=40$ ， $a_8=a_5+(8-5)*d=500+3*40=620$ ，对应 A 项。【选 A】

【拓展练习】(2019 江西) 王老师一家有 5 人, 父亲、母亲、妻子、女儿和他本人, 今年母亲、王老师和女儿年龄之和为 135 岁, 而且他们三人的年龄正好构成等差数列, 那么今年王老师多少岁?

- A. 42  
B. 45  
C. 48  
D. 50

【解析】拓展. 根据题意, “今年母亲、王老师和女儿年龄之和为 135 岁, 而且他们三人的年龄正好构成等差数列”, 王老师的年龄即为中位数, 中位数=总数/项数=135/3=45, 对应 B 项。【选 B】

【例 9】(2023 国考) 工厂从某周第一天开始生产某种零件, 每周生产 7 天, 从第二天开始每一天都比前一天多生产 200 件。已知工厂第三周的产量是第一周的 2 倍, 问第几天其日产量第一次达到 1 万件?

- A. 37  
B. 38  
C. 39  
D. 40

【解析】9. “从第二天开始每一天都比前一天多生产 200 件”, 等差数列问题, 公差为 200; 在等差数列中截取出的数值也是等差数列, 常规思路是分别推出第一周、第三周的首项和末项代入  $S_n = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} / 2$ , 联立解未知数, 比较复杂。 $S_n = \text{中位数} \times \text{项数}$ , 根据“第三周的产量是第一周的 2 倍”, 第三周中位数  $\times 7 =$  第一周中位数  $\times 7 \times 2 \rightarrow$  第三周中位数 = 第一周中位数  $\times 2$ , 则两个等差数列项数相同, 总和的倍数关系即为中位数的倍数关系, 即第一周周四和第三周周四 2 倍关系。设第一天的零件产量为  $x$  件, 第一周第四天的零件产量  $a_4 = x + 3d$ , 多 7 天会多 7 个公差  $d$ , 则第二周第四天的零件产量为  $x + 10d$ , 第三周第四天的零件产量为  $x + 17d$ , 列式:  $2(x + 3d) = x + 17d \rightarrow 2x + 6d = x + 17d \rightarrow x = 11d = 2200$ 。根据题意,  $a_n = a_1 + (n-1) \times d \geq 10000 \rightarrow 2200 + (n-1) \times 200 \geq 10000 \rightarrow n \geq 40$ , 即第 40 天其日产量第一次达到 1 万件, 对应 D 项。【选 D】

	一	.....	四	.....
第一周	$x$		$x+d$	
第二周			$x+d$	
第三周			$x+d$	

$200 + (n-1) \times 20 = 1000$   
 $n \times 40 = 1000$   
 $n = 25$   
 $2x + 1d = x + 17d$   
 $x = 17d = 200$

【注意】两个等差数列项数相同，总和的倍数关系即为中位数的倍数关系。

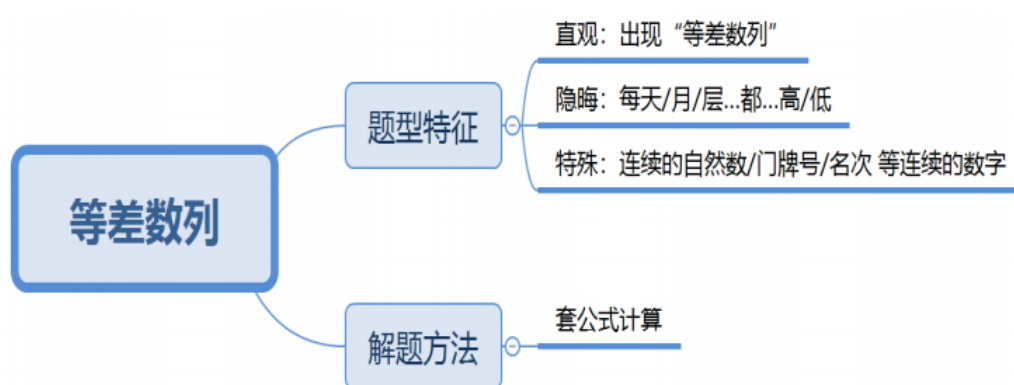
【例 10】（2024 国考）甲乙两条生产线同一天开始生产某种产品，甲每天比前一天多生产  $m$  件，乙每天比前一天少生产  $2m$  件，第 5 天两条生产线的当日产量相同，且前 5 天乙的累计产量是甲的 2 倍。问第一天乙的产量是甲的多少倍？

- A. 6  
B. 7  
C. 4  
D. 5

【解析】10. 根据题意可知，甲生产线每天产量是公差为  $m$  的等差数列，乙生产线每天产量是公差为  $-2m$  的等差数列。“前 5 天乙的累计产量是甲的 2 倍”，相当于项数相同，总和的倍数关系即为中位数的倍数关系。5 天的中位数是第三天。设第 5 天两条生产线的当日产量均为  $x$  件，甲：周五为  $x$ 、周四为  $x-m$ 、周三为  $x-2m$ 、周二为  $x-3m$ 、周一为  $x-4m$ ；乙：周五为  $x$ 、周四为  $x+2m$ 、周三为  $x+4m$ 、周二为  $x+6m$ 、周一为  $x+8m$ 。列式： $x+4m=2x-4m \rightarrow x=8m$ ，则甲周一  $x-4m=4m$ ，乙周一  $x+8m=16m$ ，所求  $16m/4m=4$ ，对应 C 项。【选 C】

	一	二	三	四	五
甲	$x-4m$	$x-3m$	$x-2m$	$x-m$	$x$
乙	$x+8m$	$x+6m$	$x+4m$	$x+2m$	$x$

$x+4m = 2x-4m$   
 $x = 8m$



①通项公式:  $a_n = a_1 + (n-1) * d$

②极差公式:  $a_n = a_m + (n-m) * d$

③求和公式:  $S_n = (a_1 + a_n) / 2 * n = \text{中位数} / \text{平均数} * \text{项数}$

**【注意】等差数列:**

1. 题型特征:

(1) 直观: 出现“等差数列”。

(2) 隐晦: 每天/月/层……都……高/低。

(3) 特殊: 连续的自然数/门牌号/名次等连续的数字。

2. 解题方法: 套公式计算。

(1) 通项公式 (使用较多):  $a_n = a_1 + (n-1) * d$ 。

(2) 极差公式 (使用较少):  $a_n = a_m + (n-m) * d$ 。

(3) 求和公式:  $S_n = (a_1 + a_n) / 2 * n = \text{中位数} / \text{平均数} * \text{项数}$ 。

3. 等差数列同时给出总数和项数, 往往都要用到中位数 (总数/项数)。

4. 两个等差数列项数相同, 总和的倍数关系即为中位数的倍数关系。

**【答案汇总】**

1-5: BCCBC; 6-10: BAADC

遇见不一样的自己

Be your better self