

## 混沌信号产生实验装置（D 题）

### 摘要

本混沌信号产生装置，以经典蔡氏电路为基础，首先使用电阻、电容、电感和运算放大器设计一个能生成稳定周期信号和混沌信号的电路。在单电源供电的前提下，为提高信号幅度，对经典电路整体的参考零电位加正电源偏置。通过开关控制，调节接入电阻参数，使用双踪示波器分别显示多种稳定周期信号、单涡旋混沌信号和双涡旋混沌信号。调节蔡氏电路中电容参数，提高信号频率，力争更大带宽。在改进模块，选用由阻抗变换器构成的模拟电感，来替代原有的电感，在实际设计中达到使用的运算放大器的总数不超过 6 个的要求。

一、系统方案与分析

混沌现象是指发生在确定性系统中的貌似随机的不规则运动，一个确定性理论描述的系统，其行为却表现为不确定性、不可重复、不可预测。进一步研究表明，混沌是非线性动力系统的固有特性，是非线性系统普遍存在的现象。典型的混沌信号产生电路包括蔡氏电路 Chua's circuit、范德坡电路 Vanderbilt circuit、考比兹电路 Colpitts circuit 等。以下对装置设计中主要模块的方案进行分析与比较，以得出适合该设计装置要求的方案。

1. 混沌信号产生方案比较与选择

方案 1：范德坡电路。范德坡方程电路是最早遇到的能够产生混沌的电路，若系统模型用状态方程来描述，对定常系统而言，只有三阶以上的系统能够产生混沌；而对时变系统要产生混沌至少需要两阶。对范德坡电路外加正弦激励信号可满足产生混沌的后一条件。但题目要求不得接入外部信号，故舍弃。

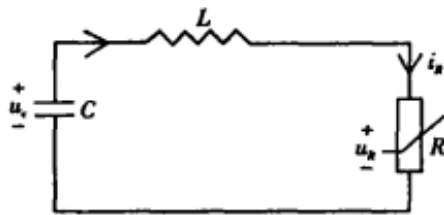


图 1-1 范德坡电路原理图

方案 2：蔡氏电路。蔡氏电路是一个十分简单的非线性混沌电路。蔡氏电路只含有四个基本元件和一个非线性电阻，实验电路制作简单，只通过对一个电阻的调节，便可从电路中观察到周期极限环、单涡旋和双涡旋混沌吸引子的非线性物理现象。因此，蔡氏电路已成为在数学、物理和实验等方面演示混沌现象的一个范例。

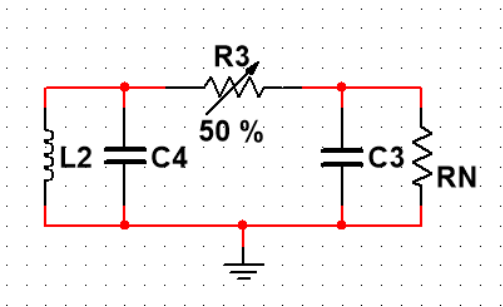


图 1-2 蔡氏混沌电路主要框架

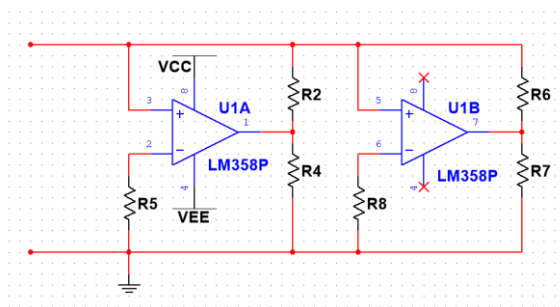


图 1-3 蔡氏二极管等效电路

方案 3：考比兹电路。研究表明考比兹振荡电路和蔡氏电路在电路拓扑结构以及动力学特性上存在相似性。但考比兹振荡电路利用三极管的非线性特征产生混沌振荡，不像蔡氏电路基于运算放大器构建的双端口非线性负阻产生混沌。微波三极管的工作频率远远高于运算放大器，这使得考比兹振荡电路更适合设计工作在频率更高、带宽更宽的混沌信号发生器。但由于题目中只允许使用电阻、电感、电容和运放，无法使用二极管，故舍弃。

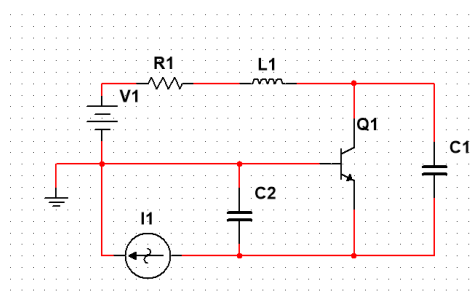


图 1-4 典型考比兹振荡电路

综合比较以上方案，本设计选用方案 2。

## 2. 模拟电感方案比较与选择

方案 1：里奥登模拟电感。如图所示电路为里奥登模拟电感，其由两个运算放大器、四个电阻和一个电容构成。根据电路图以及运算放大器的“虚短”和“虚断”特性，可以得到其状态方程如下式所示：

$$\begin{cases} I_i = \frac{U_i - U_2}{R} \\ \frac{U_i - U_2}{R} = \frac{U_1 - U_i}{R} \\ U_1 = (1 + \frac{1}{j\omega RC})U_i \end{cases}$$

代入计算得到电路的输入阻抗为：

$$Z(j\omega) = \frac{U_i}{I_i} = \frac{U_i}{\frac{U_i - U_2}{R}} = j\omega R^2 C$$

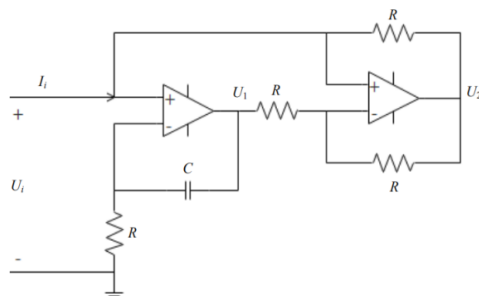


图 1-5 里奥登模拟电感电路

方案 2：无损模拟电感。图 1-6 所示电路是新型无损模拟电感电路，其由一个运算放大器、四个电阻和两个电容构成，根据电路图可以得到电路的状态方程如式所示：

$$\begin{cases} I_1 = \frac{U_i - U_2}{R} \\ I_2 = \frac{U_i}{2R} \\ I_3 = \frac{U_1}{1/j\omega 3C} + \frac{U_1 - U_2}{1/j\omega C} \end{cases}$$

代入计算得出输入阻抗为：

$$Z(j\omega) = \frac{U_i}{I_i} = \frac{U_i}{I_1 + I_2 + I_3} = \frac{U_i}{\frac{1}{2j\omega R^2 C} U_i} = 2j\omega R^2 C$$

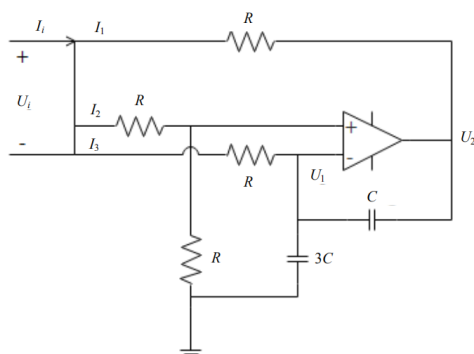


图 1-6 无损模拟电感电路

方案 3：由阻抗变换器构成的模拟电感。如图 1-8 所示是一种由阻抗变换器构成的模拟电感，其由两个集成运放、四个电阻及一个电容构成。根据电路图可以得到电路的状态方程

$$\begin{cases} C \frac{dV_1}{dt} = \frac{V_2 - V_1}{R} - f(V_1) \\ C \frac{dV_2}{dt} = \frac{V_1 - V_2}{R} + I_L \\ L \frac{dI_L}{dt} = -V_2 \end{cases}$$

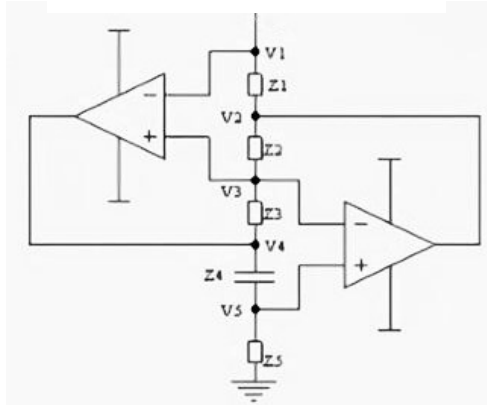


图 1-8 阻抗变换器构成模拟电感

当 $Z_1, Z_2, Z_3$ 全为电阻， $Z_2, Z_4$ 的其中一个为电感时，电路呈现电感特性，代入相关计算符号可以得到输入阻抗为：

$$Z(j\omega) = (R_1 R_3 R_5) / (R_2 C)$$

经 Multisim 仿真代入比较，对于更高频，大带宽的特性要求，模拟电感电源的模块选用方案 3。

## 二、理论计算与调参

### 1、蔡氏电路方程

蔡氏电路如图 2-1 所示，包含 1 个线性电阻  $R$ ，1 个线性电感  $L$ ，2 个线性电容  $C$ ，以及 1 个非线性电阻元件  $N_R$ 。其中，非线性电阻元件  $N_R$  是电路组成中的必要部分，称之为蔡氏二极管。

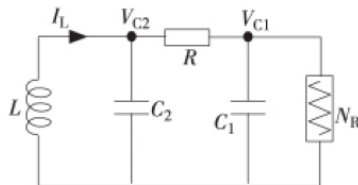


图 2-1 蔡氏电路

电路的状态方程为

其中； $f(v_1)$  是描述非线性电阻 NR 的  $I-V$  特性折线多项式。该多项式的特性曲线如图 2-2 所示

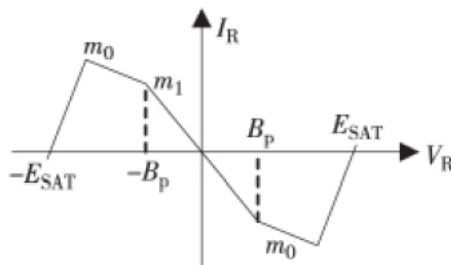


图 2-2 蔡氏二极管负阻特性

要采用实际电路元件实现非线性负阻特性，常见的方法是由 2 个相同的电路单元并联组成如图 1-3 所示，每个电路单元包括 1 个集成运放和 3 个线性电阻，根据基尔霍夫定理，其跨导特性曲线相当于 2 个电路跨导特性曲线的叠加。

## 2、单电源供电下的电路改进设计

通过以上对蔡氏电路的特性分析，其非线性负阻中的运算放大器为正负电源供电模式，此时坐标原点电压为 0，输入信号电压范围  $-E < V_i < E$ 。当前集成电路制造工艺多采用单电源供电方式，非线性电阻输入信号的电压范围只能是  $0 < V_i < E$ ，相应地，运算放大器的参考电压从 0 变成了  $V_R = E/2$ 。

分析负电阻的特性曲线公式，可以得知跨导特性未变，只是临界点转折电压以参考电为基准发生了偏移。

那么对于整个电路将原本接地零的基准电压改换成供电电压的 1/2 为基准的电压，可以对信号产生偏置，保证幅度较大，所需波形不受损。相关原理与特性曲线如图所示

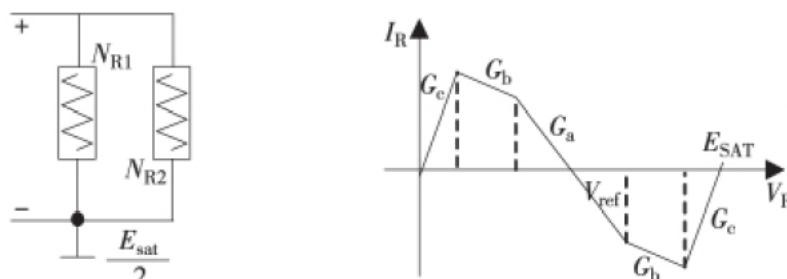


图 2-3 附加偏置电压原理图 蔡氏二极管特性曲线

## 3、信号相图显示控制

采用开关控制，对于不同的相图所需的 R 阻值，通过开关的闭合或断开控制部分电阻短路或接入

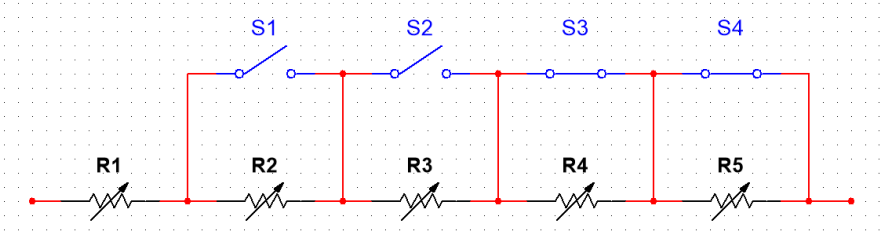


图 2-4 开关控制接入电阻示意图

4、宽带特性

为使得在双涡旋混沌信号在幅度不低于供电电源的80%基础上实现更大带宽，要求所产生的双涡旋混沌信号的带宽不少于 40MHz。

从频率范围分析，当电容值减小 9 倍后频谱范围扩大约 3 倍. 即蔡氏混沌电路中电容减小 a 平方倍、电阻增大 a 倍, 电感保持数不变时, 系统仍然能呈现混沌状态, 但频率范围随电容的减小而增大, 同样的情况也发生在电容保持不变, 电感和电阻改变时。从仿真结果来看, 与前面该情况下的理论分析结果一致, 即蔡氏混沌电路可以通过调整一个动态元件来改变混沌系统的频率范围，扩展带宽。

三、设计测试与结果

1、软件平台

使用 Multisim14.0 进行电路模块比较，仿真验证测试装置，进行参数调节  
使用 Altium Desinger 绘制原理图与硬件电路板

2、仪器设备

双踪数字示波器、数字万用表、可调稳压电源

4、主体电路图

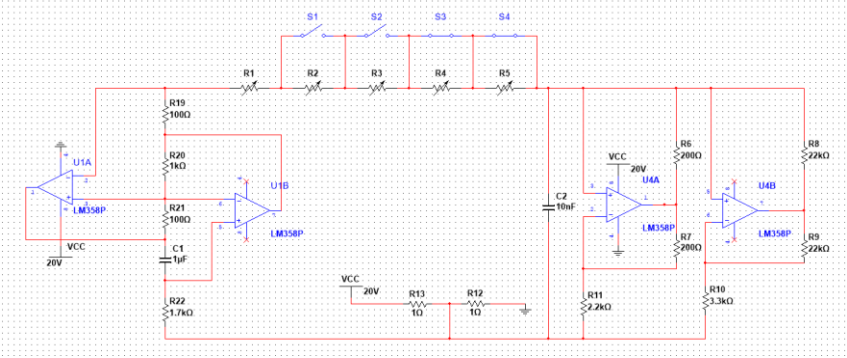
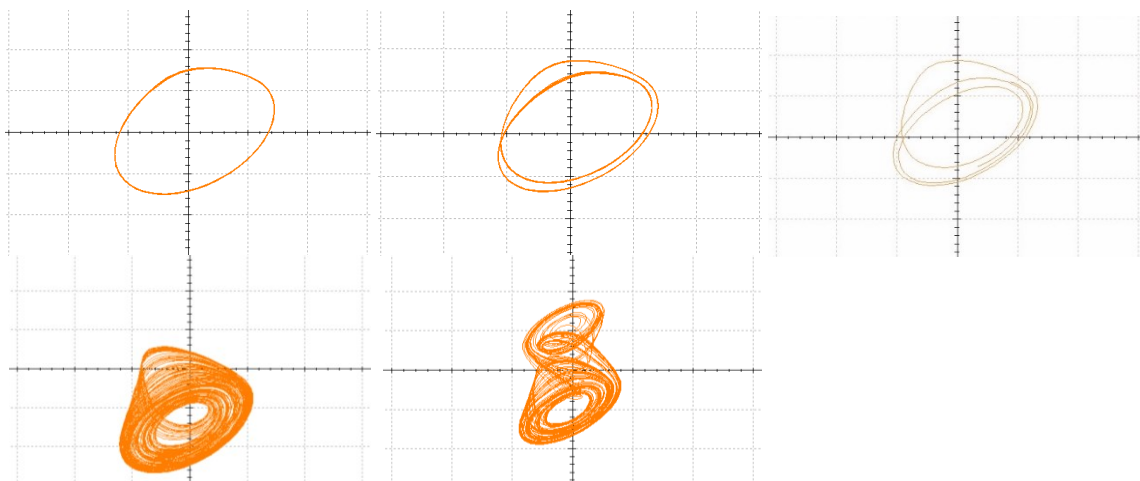


图 3-1 主体电路图

## 5、测试波形结果

调节开关使接入的  $R$  阻值分别为  $1997\ \Omega$ 、 $1975\ \Omega$ 、 $1955\ \Omega$ 、 $1925\ \Omega$ 、 $1890\ \Omega$  时，可以分别得到题中所需的单倍周期相图、双倍周期相图、三倍周期相图、单涡旋信号相图、双涡旋信号相图，如下图所示：



## 6、参数数据列表

以  $10V$  直流单电源供电，在模拟电感电路组成的蔡氏混沌电路中，得到五种相图对应的幅度数值如下表

相图类型	接入电阻 $R$ 值/ $\Omega$	混沌信号幅度/ $V$
单倍周期相图	1997	7. 11
双倍周期相图	1975	7. 32
三倍周期相图	1955	7. 92
单涡旋信号相图	1925	8. 56
双涡旋信号相图	1890	8. 90

## 四、参考文献

- [1] 高同强, 孔卓, 杨海钢. 一种单电源高集成度蔡氏振荡器[J]. 微电子学, 2016, 46(05): 680-684. DOI:10. 13911/j. cnki. 1004-3365. 2016. 05. 024.
- [2] 段晓飞, 高同强. 一种基于有源模拟电感的单电源蔡氏电路[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2021, 19(06): 1120-1125+1133.
- [3] 钟双英, 刘崧, 戚小平, 李鸿. 蔡氏电路混沌控制与同步实验研究[J]. 实验技术与管理, 2012, 29(11): 32-34. DOI:10. 16791/j. cnki. sjg. 2012. 11. 010.