

## Calcul Scientifique avec Python

Mohamed El Ghmary

[mohamed.elghmary@um5s.net.ma](mailto:mohamed.elghmary@um5s.net.ma)

\*\*\*

### Résolutions d'un système linéaire $Ax = b$ .

#### Exercice 01

Dans cet exercice, nous allons étudier une méthode qui permet de résoudre un système linéaire  $Ax = b$ , dans le cas où le système est inversible, c'est-à-dire qu'il possède une unique solution.

**A** désigne une matrice carrée de taille **n**, **x** et **b** sont des vecteurs (matrice colonne) de taille **n**.

La structure de données qui servira à représenter les matrices est le type array du module NumPy .

1. Écrire une fonction **Pivot** qui prend en paramètre une matrice **A** et un entier **j** et qui renvoie l'indice  
 $i \in [j, n-1]$  tel que  $|a_{i,j}| = \max\{|a_{k,j}|\}, k \in [j, n-1]$
2. Écrire une fonction **Echanger** qui prend en paramètre une matrice **A** et deux entiers **i** et **j** et qui permet d'échanger la ligne **Li** avec ligne **Lj** .
3. Écrire une fonction **Transvection** qui prend en paramètre une matrice **A**, deux entiers **i** et **j** et un réel **c** et qui renvoie la matrice **A** après l'opération  $L_i \leftarrow L_i - c L_j$  c'est-à-dire que l'on retranche à la i-ième ligne **C** fois la j-ième ligne.
4. Écrire une fonction **Triang** qui prend en paramètre une matrice **A** et un vecteur **b**, et qui renvoie **A0** et **b0** tels que **A0** soit **triangulaire supérieure** et que les systèmes  $Ax = b$  et  $A0 x = b0$  soient équivalents.

Il s'agit de faire subir à la matrice **A** des opérations du type **Transvection** et **Echange** afin d'annuler les coefficients situés sous la diagonale. On fera subir à **b** les mêmes opérations afin que la solution ne soit pas modifiée.

5. Écrire une fonction **ResolutionT** qui prend en paramètre une matrice triangulaire supérieure **A** et un vecteur **b** et qui, sous réserve que le système soit de Cramer, renvoie l'unique vecteur **x** tel que  $Ax = b$
6. **def estTriang (A)** : qui retourne **True** si la matrice **A** est **triangulaire supérieure**, **False** sinon.
7. Écrire une fonction **Gauss** qui prend en paramètre **A** et **b** et qui, sous réserve que le système soit de Cramer, renvoie l'unique vecteur **x** telle que  $Ax = b$ .

On prendra garde à ne pas **modifier** la matrice **A** et le vecteur **b** passés en paramètre. Pour cela, on travaillera sur des copies à l'aide des commandes **A0=deepcopy(A)** et **b0=copy(b)**.

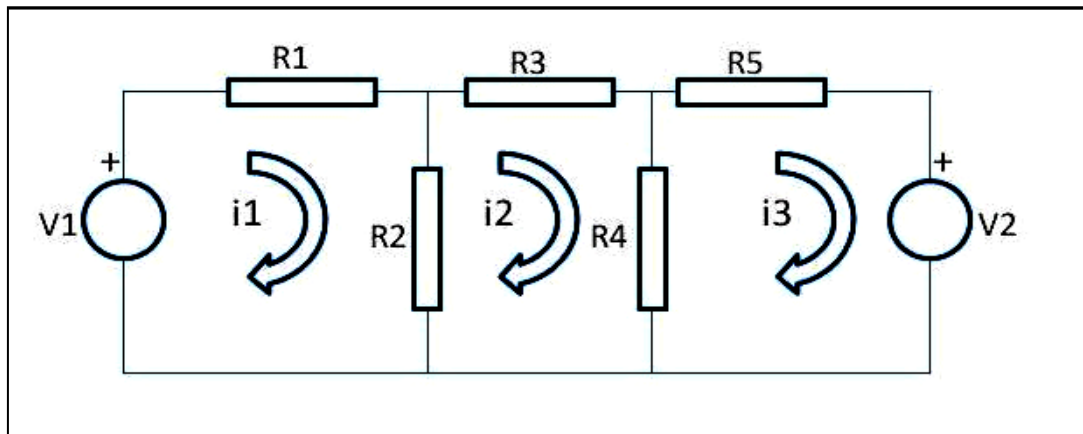
8. Vérifier votre algorithme en comparant avec la méthode **linalg.solve(A,b)**.

### **Exercice 02 :** (réseau de mailles)

Soit le réseau de mailles suivant :

V1 et V2 deux générateurs

Les résistances R1 à R5 sont données



D'après le réseau de mailles on a les équations suivantes:

$$R1i1 + R2(i1 - i2) - V1 = 0$$

$$R2(i2 - i1) + R3i2 + R4(i2 - i3) = 0$$

$$R4(i3 - i2) + R5i3 + V2 = 0$$

**Calculer les intensités i1, i2 et i3 des courants circulant dans les différentes mailles**