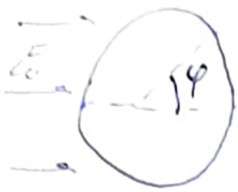
№1 Поле от цилиндра полностью заполненного зарядом $+\rho$:



по th Гаусса

l - длина цилиндра
R - его радиус

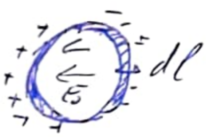
$$E\cdot 2\pi R\cdot l = \pi R^2 l\, \rho\cdot 4\pi$$
$$\Downarrow$$
$$E = 2\pi R\rho$$

Представим наш проводник как систему из двух цилиндров с зарядами $+\rho$ и $-\rho$ смещёнными на dl относительно друг друга

Тогда получаем: $\vec{E} = 2\pi\rho\, d\vec{l}$

Т.к поле внутри проводника должно быть равно нулю, то заряд по цилиндру должен расположиться таким образом, чтобы поле создаваемое ими было направлено против E_0 и равнялось ему

Тогда при наложении двух цилиндров имеем



$$\left.\begin{aligned}\sigma &= \rho\, dl\cos\varphi \\ E_0 &= 2\pi\rho\, dl\end{aligned}\right\} \Rightarrow \rho\, dl = \frac{E_0}{2\pi}$$
$$\sigma = \frac{E_0}{2\pi}\cos\varphi$$

Ответ: $\sigma = \frac{E_0}{2\pi}\cos\varphi$

№2

(a) Так как шар ~~сферу~~ заземляют её потенциал равен нулю => Потенциал центра шара равен 0

(b) Из условия равенства потенциала нулю легко найти заряд шара

$$\varphi = \frac{q_0}{a} + \frac{q}{b} = 0, \text{ где } q_0 \text{ - заряд шара}$$
$$\Downarrow$$
$$q_0 = -q\frac{a}{b} = -5 \text{ нКл}$$

(c) Поле внутри сферы равно нулю => Вклада от неё нет, поле между шаром и сферой будет создаваться исключительно шаром:

$$E = \frac{q_0}{r^2} = -q\frac{a}{br^2}, \text{ где } r\in(a;b)$$

(d) $\varphi_0 = k\left(\frac{q_0}{b} + \frac{q}{b}\right) = k\left(-\frac{qa}{b^2} + \frac{q}{b}\right) = \frac{k}{b^2}(qb - qa) = \frac{qk}{b^2}(b-a) = \cancel{-22{,}5 \text{ нВ}}\ -22{,}5 \text{ В}$

λ – зарядовая плотность на единицу длины

по т. Гаусса найдем поле нити:

$E \cdot 2\pi r l = 4\pi\lambda l$, r – расстояние от нити

$E = \frac{2\lambda}{r}$ – в СГС => в СИ $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

Тогда найдем разность потенциалов между нитями

$$\Delta\varphi = \int_a^{d-b}\left(\frac{2\lambda}{r} + \frac{2\lambda}{d-r}\right)dr = \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\ln\left(\frac{d-b}{a}\right) + \ln\left(\frac{d-a}{b}\right)\right) =$$

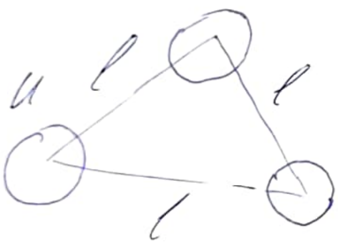
$$= \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{(d-b)(d-a)}{ab}\right)$$

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} \qquad C_0 = \frac{C}{l} = \frac{q}{l\Delta\varphi} = \frac{\lambda l}{l\Delta\varphi} = \frac{1}{\frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{(d-b)(d-a)}{ab}\right)} =$$

$$= \frac{4\pi\varepsilon_0}{2\ln\left(\frac{(d-a)^2}{a^2}\right)} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{4\ln\left(\frac{d-a}{a}\right)} \approx \cancel{0{,}07\ \frac{пФ}{м}}$$

$7{,}6\ \frac{пФ}{м}$

№4



Пусть l – расстояние между центрами сфер, r – их радиус

Тогда потенциал в первом случае:

$U = \frac{q_1}{r}$

При внесении ещё одного заряда:

$U = \frac{q_1}{l} + \frac{q_2}{r}$

Если зарядить третью сферу, то имеем

$U = \frac{q_1}{l} + \frac{q_2}{l} + \frac{q_3}{r}$

Решаем полученную систему

$$\begin{cases} U = \frac{q_1}{r} \\ U = \frac{q_1}{l} + \frac{q_2}{r} \\ U = \frac{q_1}{l} + \frac{q_2}{l} + \frac{q_3}{r} \end{cases}$$

$\frac{q_1}{r} = \frac{q_1}{l} + \frac{q_2}{r}$

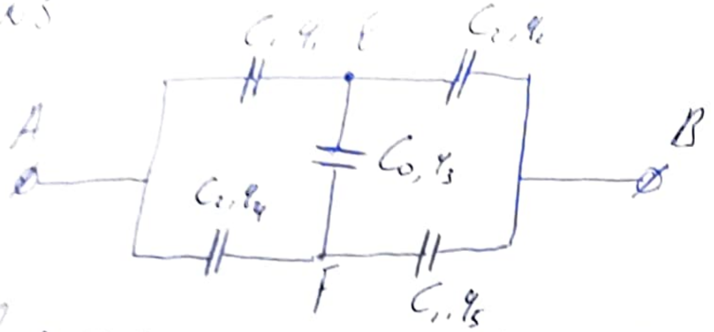
$\frac{q_1 - q_2}{r} = \frac{q_1}{l}$

$l = \frac{q_1 r}{q_1 - q_2}$

$$\frac{q_1}{r} = \frac{(q_1 + q_2)}{l} + \frac{q_3}{r}$$

$$\frac{q_1}{r} = \frac{(q_1 + q_2)(q_1 - q_2)}{q_1 r} + \frac{q_3}{r} \Rightarrow q_3 = \frac{q_1^2 - (q_1 + q_2)(q_1 - q_2)}{q_1} = \frac{q_2^2}{q_1}$$

№5



В силу закона сохранения заряда верно:

$$q_1 + q_4 = q_2 + q_5 \quad (1)$$

Используя th о циркуляции электростатического поля получаем:

$\cancel{U = C_1 q_1 + C_2 q_2}$

$$\begin{cases} U = \dfrac{q_1}{C_1} + \dfrac{q_2}{C_2} & (2) \\ U = \dfrac{q_1}{C_1} + \dfrac{q_3}{C_0} + \dfrac{q_5}{C_1} & (3) \\ U = \dfrac{q_4}{C_2} + \dfrac{q_3}{C_0} + \dfrac{q_2}{C_2} & (4) \\ U = \dfrac{q_4}{C_2} + \dfrac{q_5}{C_1} & (5) \end{cases}$$

, где U - потенциал между A и B

Добавляя первое ур-ние решаем систему из 5 ур-ний и 5 неизвестных

Приравнивая (3) и (4), (2) и (5) получаем

$$\begin{cases} \dfrac{q_1}{C_1} + \dfrac{q_5}{C_1} = \dfrac{q_4}{C_2} + \dfrac{q_2}{C_2} & (6) \\ \dfrac{q_1}{C_1} + \dfrac{q_2}{C_2} = \dfrac{q_4}{C_2} + \dfrac{q_5}{C_1} & (7) \\ q_1 + q_4 = q_2 + q_5 & (8) \end{cases}$$

Вычтем (7) из (6)

$$\frac{q_5}{C_1} - \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_2}{C_2} - \frac{q_5}{C_1}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{q_5}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

$\cancel{q_5 = q_2}$

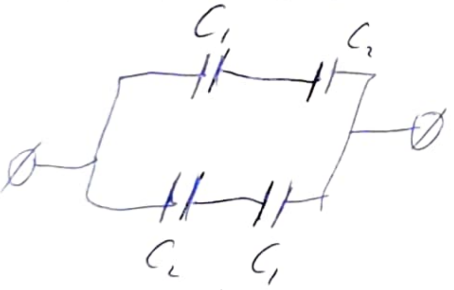
~~На обкладках правых конденсаторов C_2 и C_1 одинаковый заряд~~

Потенциалы правых конденсаторов равны

$$\Downarrow$$

потенциал между E и F равен 0

Тогда перерисуем схему



$$\Downarrow$$

$\cancel{\dfrac{1}{C_0} = \dfrac{2}{(C_2 + C_1)}}$

$$\frac{1}{C_x} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_x = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_0 = 2C_x = 2\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Ответ: $C_0 = 2\dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$