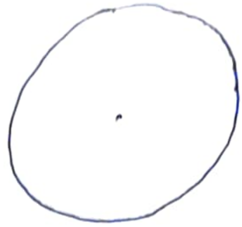
№1

Т.к точечный заряд совершает гармонические колебания,

то $\vec{E}(r) = \gamma \vec{r}$



$\gamma$ - некоторый размерный коэффициент

$r$ - расстояние

Найдём функцию распределения плотности

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho \qquad \vec{E} = E(r)\frac{\vec{r}}{r}$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \qquad E_x = E(r)\frac{x}{r}$$

$$E_y = E(r)\frac{y}{r}$$

$$E_z = E(r)\frac{z}{r}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial r}\left(E\frac{x}{r}\right)\cdot\frac{\partial r}{\partial x} =$$

$$= \frac{dE}{dr}\frac{x^2}{r^2} + E\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\sqrt{r^2-y^2-z^2}}{r}\right)\cdot\frac{\partial r}{\partial x} \qquad \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \frac{x}{r}$$

$$\cdot\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{dE}{dr}\frac{x^2}{r^2} + E\left(\frac{\frac{r^2}{x} - x}{r^2}\right)\frac{x}{r} =$$

$$= \frac{dE}{dr}\frac{x^2}{r^2} + \frac{E}{r} - \frac{x^2}{r^3}E$$ - Аналогично для всей зад в силу симметрии

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial z} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{dE}{dr}\frac{x^2+y^2+z^2}{r^2} + 3\frac{E}{r} - \frac{x^2+y^2+z^2}{r^3}E =$$

$$= \frac{dE}{dr} + \frac{2E}{r} = 4\pi\rho$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(Er^2) = 4\pi\rho$$

$$\gamma + 2\gamma = 4\pi\rho$$

$$\rho = \frac{3\gamma}{4\pi} \Rightarrow \underline{\rho = const} \Rightarrow$$ Заряд распределён равномерно

Поле на поверхности

$$E(r) = \gamma a = \frac{Q}{a^2} \qquad \gamma = \frac{Q}{a^3}$$

$$\rho = \frac{3Q}{4\pi a^3}$$

$$m\ddot{r} = -qE(r)$$

$$m\ddot{r} + q\gamma r = 0$$

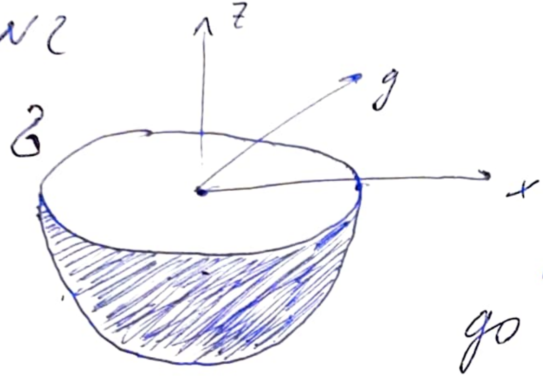
$$m\ddot{r} + \frac{qQ}{a^3} r = 0$$

$$\ddot{r} + \frac{qQ}{ma^3} r = 0$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{qQ}{ma^3}} = 5\cdot 10^9 \text{ Гц}$$

Ответ: $\nu = 5\cdot 10^9$ Гц

№2




$z=0$

Добавим ещё одну полусферу до сферы.

Тогда $\varphi_0$ полной сферы складывается из потенциалов двух полусфер $\varphi_1$

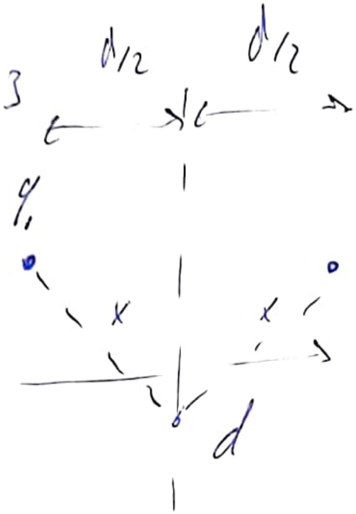
$$\varphi_0 = 2\varphi_1 = \frac{q}{a} = \frac{4\pi a^2 \sigma}{a} = 4\pi a \sigma$$

$$\Downarrow$$

$$\varphi_1 = 2\pi a \sigma$$

Потенциал в любой точке сферы равен $\varphi_0$, тогда по пл-ти $z=0$ в силу симметрии потенциал везде равен $\varphi_1$

№3

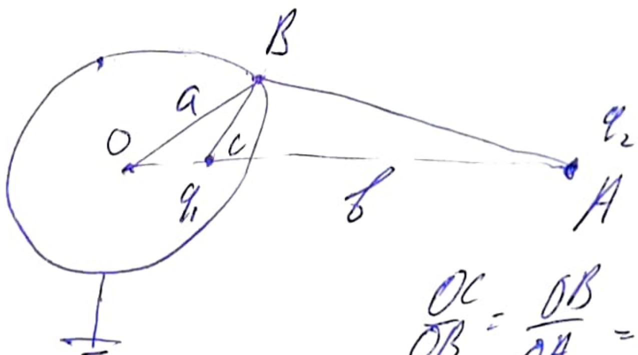



Если $q_1 = -q_2$, то поверхность плоскость

Поверхность представляет собой плоскость $\perp$ середине отрезка соединяющего заряды.

$$\varphi = \frac{q_1}{x} + \frac{q_2}{x} = 0$$

В произвольном случае поверхность является сферой.




$$\varphi = \frac{q_2}{AB} + \frac{q_1}{BC} = 0$$

$$q_1 = -q_2 \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{OC}{OB} = \frac{OB}{OA} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow OC = \frac{a^2}{b}$$

$b = d$

$a$ - радиус сферы.

$$q_1 = -q_2 \frac{BC}{AB} = -q_2 \frac{a}{b}$$

$$a = -\frac{q_1}{q_2} b$$

=0

№4


по т. Гаусса

$$4\pi\cdot(2\pi a H\sigma_1) = E(x)\cdot 2\pi x H$$

$$E(x) = \frac{4\pi a\sigma_1}{x}$$

$$\int_a^b E(x)\,dx = U$$

$$4\pi a\sigma_1 \ln\left(\frac{b}{a}\right) = U$$

$$\sigma_1 = \frac{U}{4\pi a \ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$E\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{4\pi a \frac{U}{4\pi a \ln\left(\frac{b}{a}\right)}}{\left(\frac{a+b}{2}\right)} =$$

$$= \frac{2U}{(a+b)\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = 0{,}3\ \frac{\text{В}}{\text{см}}$$

№5

$$A = \int \frac{E^2}{8\pi} dV$$

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

$$E = \frac{q}{r^2}$$


$$A = \int_a^{a+t} \frac{q^2}{8\pi} \cdot \frac{4\pi r^2}{r^4} dr = \frac{q^2}{2} \int_a^{a+t} \frac{1}{r^2} dr =$$

$$= \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+t}\right) = \frac{q^2 t}{2a(a+t)}$$