

COMBINED MATHS (සංයුක්ත ගණිතය)

සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය (Relative Velocity)

Name :-

School :-.....

- 1 නැගෙනහිර සිට බටහිරට වැටී ඇති මාර්ගයක A, B රථ දෙකක් මුහුණට මුහුණලා ඇත. A නැගෙනහිරට $3u$ ප්‍රවේගයෙන් ද, B බටහිරට $2u$ ප්‍රවේගයෙන්ද චලිත වේ. A ට පෙනෙන B ගේ ප්‍රවේගයත්, B ට පෙනෙන A ගේ ප්‍රවේගයත් සොයන්න.
- 2 P නම් කුරුල්ලෙක් තිරස් තලයක උතුරු දෙසට $10ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පියාඹයි. Q නම් තවත් කුරුල්ලෙක් බටහිර දෙසට $10\sqrt{3}ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පියාඹයි. P ට සාපේක්ෂව Q ගේ ප්‍රවේගය සොයන්න. Q ට සාපේක්ෂව P ගේ දිශාව කුමක්ද?
- 3 උතුරු නැගෙනහිර දිශාවල ඒක දෛශික \hat{i}, \hat{j} වේ. මෝටර් රථයක් $-ui \ ms^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. රියදුරාට පෙනෙන ආකාරයට සුළඟේ ප්‍රවේගය $u\sqrt{3}jms^{-1}$ වේ. සුළඟේ සත්‍ය ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $2ums^{-1}$ බව පෙන්වා දිශාව සොයන්න.
ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට ආපසු ගමනේදී රථයේ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය වෙනස් නොවේ. ආපසු චලිතයේදී මෝටර් රථයේ සමුද්දේශ රාමුවේ සුළඟේ ප්‍රවේගය සොයන්න.
- 4 A නම් මෝටර් රථයක් උතුරු දිශාවට $60ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිතවන අවස්ථාවක B නම් තවත් රථයක් දකුණින් 30° ක් නැගෙනහිර දිශාවට $40ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ.
(i) A ට සාපේක්ෂව B ගේ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය සොයන්න.
(ii) දිශාව කුමක්ද?
- 5 සිරසට 30° ක් ආනත දිශාව ඔස්සේ ums^{-1} ප්‍රවේගයෙන් වැසි බිත්දු මිනිසකුගේ පිටට වැටේ. මිනිසා vms^{-1} නියත ප්‍රවේගයෙන් තිරස් දිශාව ඔස්සේ ගමන් කරයි. $v > \frac{u}{2}$ නම් මිනිසාගේ සමුද්දේශ රාමුවේ වැසි බිත්දුවක ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.
(i) $v = 3u$ නම්, වැසි බිත්දු සිරසට $\tan^{-1}\left[\frac{5\sqrt{3}}{3}\right]$ ක් ආනතව මිනිසාගේ මුහුණට වදින බවද පෙන්වන්න.
(ii) $v = u/2$ නම්, වැසි බිත්දු සිරස්ව වැටෙනු මිනිසා දකින බව පෙන්වන්න.
- 6 දකුණට නියත වේගයෙන් ගමන් කරන මගියෙකුට උතුරෙන් α කෝණයක් නැගෙනහිර වූ දිශාවක සිට සුළඟක් හමනු දැනේ. මගියා එම වේගයෙන්ම බටහිරට ගමන් කරන විට නැගෙනහිරින් β කෝණයක් උතුරට වූ දිශාවක සිට සුළඟ හමනු දැනේ. නියත වශයෙන්ම සුළඟ හමන්නේ නැගෙනහිරින් θ කෝණයක් උතුරට වූ දිශාවක සිට නම්, $\tan \theta = \frac{\tan \beta(1 + \tan \alpha)}{\tan \alpha(1 + \tan \beta)}$ බව පෙන්වන්න.
- 7 නැගෙනහිර දෙසට $6 \ kmh^{-1}$ වේගයකින් ගමන් ගන්නා සයිකල්කරුවෙකුට උතුරු දෙසින් සුළඟක් හමන බව දැනේ. සයිකලයේ වේගය දෙගුණ කළ පසු සුළඟ ඊසාන දෙසින් හමා එන බව ඔහුට දැනේ. සුළඟේ ප්‍රවේගය (නොවෙස්ව පවතියි නම්) ගිනිකොණ දිශාවට $6\sqrt{2}kmh^{-1}$ බව පෙන්වන්න.
- 8 P හා Q නම් රථ දෙකක් තිරස් පොලවක චලිත වේ. P රථය බටහිරට u ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන අතර Q චලිත වන්නේ බටහිරින් 30° ක් දකුණු දිශාවට වේ. Q ගේ ප්‍රවේගය $2\sqrt{3}v$ වේ.
(i) P ට සාපේක්ෂව Q ගේ ප්‍රවේගය සොයන්න.
(ii) $u = 6v$ නම් P ට සාපේක්ෂව Q ගේ දිශාව සොයන්න.
(iii) P ට සාපේක්ෂව Q ගේ ප්‍රවේගය දකුණු දිශාවට පිහිටයි නම් $u = 3v$ බව පෙන්වන්න.
- 9 දුම්රියක් තිරසර θ ආනත වූ මාර්ගයක පහලට U ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. මෙම මොහොතේ සිරස් V ප්‍රවේගයෙන් වර්ෂාවක් ඇදහැලුනි.
(i) දුම්රියට සාපේක්ෂව වැහි බිදුවල ප්‍රවේගය සොයන්න.
(ii) දුම්රියට වැහිබිදු ලම්භකව වැටෙන බව පෙන්වන්නේ නම්, $U = V \sin \theta$ පෙන්වන්න.

- 10 A නම් බයිසිකල්කරුවෙකු උතුරු දෙසට $2x$ වේගයෙන් බයිසිකලය පැදවේ. ඔහුට එම මොහොතේ පැවති සුලභ දැනෙනුයේ නැගෙනහිරට හමායන ලෙසය. එම මොහොතේම දකුණු දෙසට x වේගයෙන් බයිසිකලය පදින්නෙකුට එම සුලභ උතුරින් 30° ක් නැගෙනහිරට හමන්නාසේ පෙනේ.
(i) අවස්ථා දෙක සඳහා එකම ප්‍රවේග සටහනක් අඳින්න.
(ii) සුලභේ ප්‍රවේගයේ නියම විශාලත්වයන් දිශාවන් සොයන්න.
- 11 මිනිසෙක් තිරස් දිශාවට ගමන් කරන විට වැස්සක් තිරසට α කෝණයක් ආනතව වැටෙන්නා සේ පෙනේ. ඔහු එම සරල රේඛාවේම ඊට ප්‍රතිවිරුද්ධව එම දිශාවටම එම ප්‍රවේගයෙන්ම ගමන් කරන විට වැස්ස එම දිශාවට β ආනතව වැටෙන්නා සේ පෙනේ. වැස්සේ නියම දිශාව θ නම් $\tan \theta = \frac{2 \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$ බව පෙන්වන්න.
- 12 සයිකල්කරුවෙකු u වේගයෙන් සමතල තිරස් මාර්ගයක් ඔස්සේ බටහිර දෙසට යන විට සුළඟ 255° දිශාදෙසින් හමා එනු දැනේ. සයිකල්කරු එම වේගයෙන්ම ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට චලිත වන විටදී එම සුළඟම 165° දිශාදෙසින් හමා එනු දැනේ. සුළභේ වේගය u ඇසුරින් සොයා සුළඟ සත්‍ය වශයෙන්ම 240° දිශාදෙසින් හමා එන බව පෙන්වන්න.
- 13 සරල දුම්රිය මං දෙකක් සන්ධියකදී 60° කෝණයකින් හමුවෙයි. දුම්රිය දෙකක් $u, 3u$ ප්‍රවේගවලින් සන්ධිය දෙසට චලිතය වෙයි. සන්ධියේ සිට දුම්රියවලට ආරම්භක දුර ප්‍රමාණ a ද b ($3a > b > \frac{a}{5}$) ද නම් ඒවා අතර අඩුතම පරතරය $\frac{\sqrt{3}(3a-b)}{2\sqrt{7}}$ බව පෙන්වන්න. ඊට ගතවන කාලය $\frac{5b-a}{14u}$ බව පෙන්වන්න.
- 14 පිළිවෙලින් 78 kmh^{-1} සහ 36 kmh^{-1} නියත වේගවලින් ධාවනය වන A සහ B මෝටර් රථ දෙකක්, එකිනෙකට 60° ක ආනතියක් සහිතව හමුවන සෘජු මාර්ග දෙකක් ඔස්සේ මංසන්ධියක් කරා ළඟාවේ. B ට විනාඩි 1කට පෙර A මෝටර් රථය මංසන්ධිය කරා ළඟාවේ නම් මෝටර් රථ අතර කෙටිතම දුර 600 m බව පෙන්වන්න.
- 15 ක්‍රීඩකයෙකු සරල රේඛීය මගක නියත U වේගයෙන් බටහිර දිශාවට දිව යයි. මෙම මොහොතේ හමායන සුලභ ඔහුට පෙනෙනුයේ උතුරු දෙසට හමන්නා සේය. ක්‍රීඩකයා ඔහුගේ වේගය $3U$ දක්වා වැඩිකළ විට ඔහුට සුලභ ඊසාන දිශාවට හමායන ලෙස පෙනේ. සුළභේ ප්‍රවේගයේ නියම විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.
- 16 A නැවක් 12 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට ද B නැවක් 12 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් දකුණට ද යාත්‍රා කරයි. A නැවේ සිට නිරීක්ෂණය කරන විට C නැවක් උතුරේ සිට 60° බටහිරට යාත්‍රා කරන බව පෙනේ. B නැවේ සිට නිරීක්ෂණය කරන විට C නැව උතුරේ සිට 30° ක් බටහිරට යාත්‍රා කරන බව පෙනේ. C හි ප්‍රවේගය සොයන්න.
- 17 AOB සහ COD සෘජු මාර්ග දෙකක් O නැමති සන්ධියේ දී 60° ක කෝණයකින් ජේදනය වේ. $AO = CO =$ කි. මීටර් 10 කි. මධ්‍යස්ථයේදී 20 kmh^{-1} වේගයකින් A පසු කරන රථයක් f ත්වරණයකින් AO දිශාවට ගමන් කරයි. ඒ මොහොතේදීම 40 kmh^{-1} වේගයකින් C පසු කරන දෙවෙනි රථයකින් 10 kmh^{-2} ත්වරණයකින් CO දිශාවට ගමන් කරයි. එක් රථයකට සාපේක්ෂව අනෙකේ පර්ය සරල රේඛාවක් නම් f සොයන්න. රථ දෙක අතර කෙටිම දුර කි.මීටර් 5 බව පෙන්වා එසේ පිහිටන වේලාව ද සොයන්න.
- 18 සරල සමාන්තර ඉවුරු සහිත ගඟක් ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් ගලා බසී. ළමයෙකුගේ නිශ්චල ජලයේ පිහිනීමේ ප්‍රවේගය $3u$ වේ. ගඟේ පළල a වේ. එක් ඉවුරක වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට අනෙක් ඉවුරේ a දුරක් ගත ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය කරා සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ළමයා පිහිනා යන්නේ නම්, ප්‍රවේග ක්‍රිකෝණයක් ඇද, ගඟෙන් එතෙරවීමට ළමයාට ගතවන කාලය $\frac{a}{8u}(\sqrt{17} + 1)$ බව පෙන්වන්න.
- 19 A නම් නැවක් නැගෙනහිරට $2u$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. B නැවේ ප්‍රවේගය u වන අතර එහි දිශාදෙස 30° වේ. A හි නිරීක්ෂකයකු C නැව 180° දිශාදෙසින් චලිතවනු දකී. B හි නිරීක්ෂකයකු විසින් දකින C හි දිශාදෙස 150° වේ. C හි ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $\sqrt{7}u$ බව පෙන්වා එහි දිශාව සොයන්න.
- 20 A, B යනු 100 m පළල ගඟක ඉවුරු දෙකෙහි වූ ප්‍රතිමුඛ ලක්ෂ දෙකකි. මෙම ගඟ 5 ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ගලා බසී. නිසල ජලයේ බෝට්ටුවක ප්‍රවේගය 10 ms^{-1} වේ. A වලින් ආරම්භව B දක්වා යාමට බෝට්ටුව පැදවිය යුතු දිශාව සොයන්න. ගඟ තරණය කිරීමට බෝට්ටුවට ගතවන කාලය කොපමණද?

21 නිශ්චල ජලයේ vms^{-1} ($v > u$) ප්‍රවේගයෙන් බෝට්ටුවක් පැදවිය හැකි මිනිසෙක් ums^{-1} ප්‍රවේගයකින් ගලන ඇද නැති ඉවුරු දෙක සමාන්තර ගඟක එක ඉවුරක පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයක සිට අනෙක් ඉවුරේ A ට ගඟ ඉහළ දෙසින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයකට පැමිණීම සඳහා තම බෝට්ටුව පදවයි. A හා B අතර දුර c වේ. AB රේඛාව ගං ඉවුරට θ කෝණයකින් ආනත වේ. හැම විට ම බෝට්ටුවේ ඉදිරි කෙළවර AB වලට සමාන්තර දිශාවක් ඔස්සේ පිහිටන සේ මිනිසා බෝට්ටුව පදවයි නම් ගං ඉවුරට සාපේක්ෂව මිනිසාගේ පෙන ලකුණු කරන්න. මිනිසා අනෙක් ඉවුරේ C ලක්ෂ්‍යයේදී ඉවුරට පැමිණ අනතුරුව C වල සිට B දක්වා ඉවුර දිගේ තම බෝට්ටුව පදවයි. A වල සිට B වලට යාමට ඔහුට ගත වූ මුළු කාලය තත්පර $\frac{c}{v-u}$ බව පෙන්වන්න.

22 ප්‍රහාරක යාත්‍රාවක් සෘජු මාර්ගයක් ඔස්සේ ඒකාකාර වේගයෙන් චලිත වේ. එහි උපරිම වේගය $v_1 kmh^{-1}$ වේ. එක්තරා මොහොතක ප්‍රහාරක යාත්‍රාවට akm දුරින් උතුරු දිශාවේ සතුරු බෝට්ටුව $v_2 kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට චලිත වේ. $v_2 > v_1$ නම් සතුරු බෝට්ටුවට හැකිතාක් ආසන්න වන සේ ප්‍රහාරක යාත්‍රාව යොමු කළ යුතු දිශාව නැගෙනහිරින් උතුරට $\cos^{-1}\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$ බව පෙන්වන්න. එනමින් ආසන්නතම දුර හා ආසන්නතම දුරට පැමිණීමට ගතවන කාලය $\frac{a\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{v^2}$ හා $\frac{av_2}{v_2\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$ බව පෙන්වන්න.

23 සරල රේඛීය මාර්ගයක පදික වේදිකාවේ දාරයේ සිට l සරල රේඛාවකට දුර am වේ. C මෝටර් බයිසිකලයක් ums^{-1} වේගයෙන් l රේඛාව දිගේ චලිත වේ. $t = 0$ මොහොතේ බයිසිකලයේ පිහිටීම වන O හි සිට මාර්ගයට සමාන්තර bm දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාවේ A ලක්ෂ්‍යයකින් P මගියෙක් බයිසිකලයේ චලිත දිශාවට 60° ක් ආනතව vms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් මාර්ගය හරහා යෑම අරඹයි. මගියා බයිසිකලයට ඉදිරියෙන් පාර හරහා යයි නම්, C සමුද්දේශ රාමුවේ P ගේ පෙන සැලකීමෙන් කෙටිම දුර $\frac{v(a+b\sqrt{3})-2au}{2\sqrt{u^2+v^2}-uv}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් $v > \frac{2au}{a+b\sqrt{3}}$ නම් අනතුරක් නොවී බයිසිකලය ඉදිරියෙන් පාර හරහා මගියාට ගමන් කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

24 බටහිර, නැගෙනහිර දිශාවට ඇති A, B නගර දෙක අතර දුර $80 km$ වේ. එක්තරා දිනක සුලඟක් $10\sqrt{2} kmh^{-1}$ වේගයකින් ඊසාන දිශාවට හමා යයි. නිසල සුලඟේ යානයේ වේගය $50 kmh^{-1}$ වේ. A සිට B නගරයට යාමට ගුවන් යානය පැදවිය යුත්තේ AB රේඛාවට $\sin^{-1}(1/5)$ ක කෝණයක් ආනත දිශාවකට බව පෙන්වන්න. A සිට B ට යාමට ගතවන කාලය කොපමණ වේද?

25 ගඟක පළල $50 m$ වන අතර එය $4ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගලා යයි. ගංඉවුරු දෙකෙහි ඇති A, B ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන රේඛාව ගඟේ ඉවුරේ පහළ දිශාවට 60° ආනත වේ. නිසල ජලයේ $4\sqrt{3}ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පිහිනා යා හැකි මිනිසෙක් A වලින් ආරම්භ වී ගං ඉවුරේ ඉහළ දිශාවට θ ආනතව පිහිනයි. මිනිසා B ලක්ෂ්‍ය කරා එලබේ.
(i) θ හි අගය කුමක්ද?
(ii) A සිට B ට යාමට ගතවන කාලය $\frac{25}{2\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

26 ගුවන්යානයක් A ගුවන් තොටුපළක සිට d දුරින් පිහිටි B ගුවන් තොටුපොළට යාමට පිටත් වේ. නිසල වාතයේ ගුවන්යානයේ ප්‍රවේගය $2u$ වේ. AB රේඛාවට 60° ක් ආනත දිශාවකට අනවරත සුලඟක් U ප්‍රවේගයෙන් හමායයි. මෙම චලිතයට ගුවන්යානය යොමු කළ යුතු දිශාව AB ට $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ කෝණයක් ආනත වන බව පෙන්වන්න. A සිට B ට යාමට ගතවන කාලය සොයන්න.

27 O හිදී ලම්භකව එකිනෙක හරහා වැටී ඇති සෘජු මාර්ග දෙකකි. එක්තරා මොහොතක A හා B බයිසිකල් කරුවන් දෙදෙනා O සිට $500m$ දුරින් සිට එකම මොහොතේ O මංසන්දිය හරහා ඉදිරියට නියත ප්‍රවේගවලින් ගමනාරම්භ කරයි. A හි ප්‍රවේගය $8ms^{-1}$ ද, දෙදෙනා අතර කෙටිතම දුර $50m$ ද වේනම් B ගේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

28) M ලක්ෂ්‍යයේදී එකිනෙක සෘජුකෝණීකව කැපෙන මාර්ග දෙකක් දිගේ පිළිවෙලින් A මගියෙක් $U \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේශයන් උතුරට ද B මගියෙක් $v \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් බටහිරට ද ගමන් කරයි. M ලක්ෂ්‍යයට A පැමිණෙන විට B සිටින්නේ $a \text{ Km}$ දුරින් වූ N ලක්ෂ්‍යයකය. මෙවිට B මගියා M වෙත එළඹෙමින් සිටී. මෙම ගමනේදී දෙදෙනා අතර කෙටිම දුර පිහිටන විට M හි සිට B ට ඇති දුර $\frac{au^2}{u^2 + v^2}$ බව පෙන්වන්න.

29) බස්නාහිර - නැගෙනහිර හා දකුණු - උතුරු මාර්ග දෙකක A, B නැව් දෙකක් චලිත වේ. A හි ප්‍රවේගය ums^{-1} වේ. මාර්ග දෙකක හමුවන O ලක්ෂ්‍යයට am දුරින් A නැව් $t - 0$ දී O දෙසට චලිත වේ. එම මොහොතේ B නැව් O සිට bm දුරින් O දෙසට චලිත වේ. A හා B ගැටේ නම්, B හි ප්‍රවේගය $\frac{bu}{a} ms^{-1}$ බව පෙන්වන්න.

30) උතුරු දෙසට $V \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් ගන්නා A බෝට්ටුවකට $a \text{ km}$ බටහිරින් ඇති B සතුරු නෞකාවක් ගිණිකොණ දෙසට $V\sqrt{2} \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරන්නා සේ පෙනේ. B ගේ සත්‍ය ප්‍රවේගය සොයන්න. A, B ට ඊසාන දෙසින් පිහිටන අවස්ථාවේ බෝට්ටුව සහ නෞකාව එකිනෙකට ආසන්නතම දුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. A හා B $b \text{ km}$ දුරින් පිහිටන විට ($b < a$) A, B ගේ වෙඩි පරාසය තුලට පැමිණේ නම් පැය $\frac{\sqrt{2b^2 - a^2}}{v}$ කාල පරාසයක් තුල ඕනෑම මොහොතක A ට වෙඩි වැදීමට ඉඩ ඇති බව පෙන්වන්න.

31) A නැමති නැවක් 12 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට ගමන් කරන අතර පෙරවරු 8.00 ට එය O ලක්ෂ්‍යයක සිට 12 km බටහිරින් වෙයි.
 $12\sqrt{3} \text{ km}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් දකුණට ගමන් කරන B නැමති නැවක් පෙරවරු 8.00 ට O සිට $4\sqrt{3} \text{ km}$ දුරක් උතුරින් පිහිටයි.
 (i) B ට සාපේක්ෂව A හි ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය හා දිශාව
 (ii) නැව් දෙක අතර කෙටිතම දුර සහ ඒවා ඉතාමත් ආසන්නව පිහිටන වේලාව
 ඒවා ඉතාමත් ආසන්නව පිහිටන වේලාවේදී එක් එක් නැවේ සත්‍ය පිහිටීම් සොයන්න.

32) අහස් යානයක් තිරස් පොළොවේ සිට $2\sqrt{3} \text{ km}$ ක් ඉහළින් තිරස්ව $25\sqrt{3} \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිතවේ. $t = 0$ දී ගුවන් යානය පිහිටි ලක්ෂ්‍යයේ සිට 2 km තිරස් දුරින් වන සිරස් සරල රේඛාවක පොළොවේ ලක්ෂ්‍යයකින් ආරම්භ වූ බැඳුනයක් 25 kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව චලිත වේ. ගුවන් යානයේ විදුලි ආලෝක සංඥාව මගින් 3 km දුරකට සංඥා කල හැක. බැඳුනයේ නිරීක්ෂකට සංඥාව $\frac{\sqrt{5}}{25}$ පැය කාලයක් ලබා ගත හැකි බව පෙන්වන්න.

33) කාලය $t = 0$ විට S නම් නැව්වන් $2i$ පිහිටුම් දෛශිකය ඇති P ලක්ෂ්‍යය පසුකරමින් vj ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. මෙම මොහොතේ $(7i + 8j)$ පිහිටුම් දෛශිකය ඇති Q ලක්ෂ්‍යයේ ඇති B බෝට්ටුවට නැව් හමුවීමට අවශ්‍යව ඇත. B ට u වේගයට වඩා වැඩි වේගයකින් ගමන් කළ නොහැක. ($u < v$) වේ. $PQ < \frac{5v}{u}$ නම් බෝට්ටුවට නැව් හමුවිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

34) නැවක් බටහිර දෙසට නොට් 20 ක වේගයෙන් පදවන විට බටහිරින් $\frac{\pi}{8}$ ක් දකුණට වූ දිශාවෙන් සුළගක් හමනු දැනේ. එම නැව් එම ප්‍රවේගයෙන්ම, දකුණු දිශාවට පදවන විට දකුණින් $\frac{\pi}{8}$ ක් නැගෙනහිරට වූ දිශාවෙන් සුළග හමනු දැනේ. සුළගේ සත්‍ය වේගය හා දිශාව සොයන්න.

35) ගතක a දුරක් ගත ඉහළට පිහිනා යාමට මිනිසෙකුට $\sqrt{3}t$ කාලයක් ගතවේ. මෙම මිනිසාට මෙම දුරම ගත පහළට පිහිනා යාමට t කාලයක් ගත වේ. ගත ගලා බසින ප්‍රවේගය $\frac{a}{2\sqrt{3}t}(\sqrt{3} - 1)$ බව පෙන්වන්න.

36) A නැවක් $ukmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරන අතර තුර B නැවක් $ku kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරින් θ කෝණයක් බටහිර දෙසට ගමන් කරයි. ආරම්භයේ දී B, A ට $a km$ නැගෙනහිරින් පිහිටයි. $\sec \theta = 7k$ නම්, ඉන්පසුව සිදුවන වලිතයේ දී නැව් අතර කෙටිතර දුර $\frac{ua}{w}(1 - k \sin \theta)$ බව පෙන්වා එය සඳහා කාලය $\frac{ua}{w^2} k \sin \theta$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $w^2 = u^2(k^2 - 2k \cos \theta + 1)$ වේ.

37) නැවක් පැයට කිලෝමීටර් v නියත ප්‍රවේගයකින් l සරල රේඛාව ඔස්සේ චලනය වේ. $t = 0$ විට නැව A ලක්ෂ්‍යයේ ඇත. A සිට l ට 30° ආනත රේඛාවක B ලක්ෂ්‍යයේ දී මුහුදේ අතරමං වූ බෝට්ටුවක් ඇත. බෝට්ටුවේ උපරිම වේගය $ukmh^{-1}$ වේ. ($u < v$) බෝට්ටුවේ ඇති සංඥාවල පරාසය Rkm වේ. $R > \frac{d}{2v} [\sqrt{v^2 - u^2} - \sqrt{3}u]$ නම් පමණක් නැවේ නිරීක්ෂකයෙකු බෝට්ටුව දකින බව පෙන්වන්න. මෙහි $AB = dkm$ වේ.

38) u වේගයෙන් ගලායන ගඟක ජලයට සාපේක්ෂව $v(v > u)$ වේගයෙන් ළමයෙකුට පිහිනීමට හැක. ගඟ ඉහළට එක්තරා දුරක් පිහිනා ගොස් ආපසු ඒමට ගතවන කාලය t_1 ද ඊට සමාන දුරක් ගඟ හරහා දිය පහරට ලම්බව පිහිනා ගොස් ඒමට ගතවන කාලය t_2 ද නම් $v = \frac{t_1 u}{\sqrt{(t_1 - t_2)(t_1 + t_2)}}$ බව පෙන්වන්න.

39) P_1, P_2 නම් ගුවන්යානා දෙකක් 0 නම් ගුවන් තොටුපලින් පිටත්ව පිළිවලින් උතුරින් හා දකුණින් පිහිටි A, B නම් ගුවන් තොටුපලවල් බලා පිටත් වේ. $OA = OB = d$ වේ. උතුරින් 30° ක් නැගෙනහිර දෙසින් නියත වේගයකින් සුළඟ හමන දිනක ගුවන්යානා දෙක සුළඟට සාපේක්ෂව v ඒකාකාර වේගයකින් ගමන්කොට t_1, t_2 කාලවලට පසු A, B කරා එලඹේ. සුළගේ වේගය $u (< v)$ නම්, $t_1 - t_2 = \frac{\sqrt{3}ud}{v^2 - u^2}$ බව පෙන්වන්න. යානා දෙක A, B හි කිසිදු ප්‍රමාදයක් නැතිව ආපසු හැරෙයි නම් O වලට යානා දෙක පැමිනෙන්නේ එක්වරම බව පෙන්වන්න.

40) උතුරු හා නැගෙනහිර දිශාවල ඒකක දෛශික $\underline{j}, \underline{i}$ වේ. ඒකක මීටර හා තත්පර වේ. මිනිසෙක් $3\underline{i} + 6\underline{j}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. සුළඟ $\underline{i} + \underline{j}$ දිශාවට හමන බව ඔහුට දැනේ. මිනිසාගේ ප්‍රවේගය තුන් ගුණයක් වූ විට සුළඟ \underline{j} දිශාවට හමන බව ඔහුට දැනේ. සුළගේ සත්‍ය ප්‍රවේගය සොයන්න. මාර්ග බාධක නිසා මිනිසා තම ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය පමණක් වෙනස් කරයි. සුළඟ $3\underline{i} + \underline{j}$ දිශාවෙන් හමන බව ඔහුට දැනේ. මිනිසාගේ ප්‍රවේගය සොයා එහි විශාලත්වය $27\frac{\sqrt{5}}{5} jms^{-1}$ බව පෙන්වන්න.

41) උතුරු නැගෙනහිර දිශාවල ඒකක දෛශික $\underline{j}, \underline{i}$ වේ. අභස්යානයක් ui ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. අභස්යානයේ සමුද්දේශ රාමුවේ හෙලිකොප්ටරයක ප්‍රවේගය $u(i + \sqrt{3}j)$ වේ. හෙලිකොප්ටරයේ ප්‍රවේගය සොයා එහි විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. අභස්යානයේ ප්‍රවේගය $3ui$ නම්, අභස්යානයේ සමුද්දේශ රාමුවේ හෙලිකොප්ටරයේ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $2u$ බව පෙන්වන්න.

42) ක්‍රීඩකයෙක් තම පුහුණුවේදී උතුරු දිශාවට ums^{-1} ප්‍රවේගයෙන් දුවයි. උතුරෙන් θ නැගෙනහිර දිශාවෙන් සුළඟක් හමා එන බව ඔහුට දැනේ. $0^\circ < \theta < 45^\circ$ වේ. ක්‍රීඩකයා ආපසු හැරී පළමු ප්‍රවේගයෙන්ම දකුණු දිශාවට දුවයි. නැගෙනහිරින් θ දකුණු දිශාවෙන් සුළඟ හමන බව ඔහුට දැනේ. සුළගේ සත්‍ය ප්‍රවේගය ums^{-1} බවද දිශාව දකුණින් 2θ බටහිර දිශාවට බව ද පෙන්වන්න.

43) A ගුවන් තොටුපලකට a දුරින් නැගෙනහිර දිශාවේ B නම් ගුවන් තොටුපලක් ඇත. ඊසාන දිශාවට U ප්‍රවේගයෙන් සුළගක් හමා යයි. A වලින් ආරම්භ වූ ගුවන් යානයක් V_1 ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් AB දිශාවට චලිත වී Bට පැමිණ ඉන්පසු V_2 ප්‍රවේගයෙන් BA දිශාවට චලිත වී නැවත A ට පැමිණේ. නිසල වාතයේ ගුවන් යානයේ ප්‍රවේගය V වේ. $v_1 + v_2 = \sqrt{2}(\sqrt{2v^2 - u^2})$ හා $v_1 v_2 = v^2 - u^2$ බව පෙන්වා එනයිත් මුලු ගමනට ගත වූ මුලු කාලය $\frac{a\sqrt{2(2v^2 - u^2)}}{v^2 - u^2}$ බව පෙන්වන්න.

44) පාදයක් a වූ ABCD සමචතුරස්‍රයේ ශීර්ෂවල A, B, C, D ගස් මුදුන් හතරක් පිහිටා ඇත. සුළඟක් U ප්‍රවේගයෙන් සමචතුරස්‍රයේ පාදයකට සමාන්තරව හමායයි. කුරුල්ලෙකුගේ ප්‍රවේගය නිසල වාතයේදී v වේ. කුරුල්ලාට ABCDA ගමන් මග ගෙවායාමට ගතවන කාලය $\frac{2a}{v^2 - u^2} [v + \sqrt{v^2 - u^2}]$ වන බව පෙන්වන්න.

45) අහස්යානයක් සෘජු මගක් ඔස්සේ A සිට B තෙක්ද ආපසු B සිට A තෙක්ද පියාසර කරයි. නිසල කාලගුණයේදී එහි වේගය u වේ. දෙගමනටම ගතවන කාලය T වේ. එක්තරා දිනක සුළඟේ වේගය AB ට θ කෝණයක් ආනත දිශාවක් ඔස්සේ v ය. A සිට එපිටහට යන ගමනේදීත් A කරා ආපසු එන ගමනේත් අහස් යානය AB ට $\sin^{-1}\left(\frac{v \sin \theta}{u}\right)$ කෝණයකින් ආනත දිශා ඔස්සේ යොමු කළයුතු බව සාධනය කරන්න.

මෙම දෙගමනටම ගතවන කාලය $\frac{TU\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \theta}}{u^2 - v^2}$ බව ද සාධනය කරන්න. අහස්යානයේ සම්පූර්ණ ගමන

ABCD තිරස් සමචතුරස්‍රයක් නම් ද සුළඟේ දිශාව විකර්ණවලින් එකකට සමාන්තර නම් ද ගමන සඳහා ගතවන මුළු කාලය සොයන්න.

46) AB යනු ඒකාකාර ලෙස ගලායන ගඟක මධ්‍යයේ ගංඉවුරුවලට සමාන්තර පිහිටි රේඛාවකි. මිනිසෙකුට A සිට B ට පිහිනීමට $3t$ කාලයක් ගත වේ. ඔහුට B සිට A ට පිහිනායාමට $5t$ කාලයක් ගත වේ. ඔහු පිහිනන්නේ නැතිව ගමන් පාවී ගියේ නම් A සිට B ට යාමට ගතවන කාලය $15t$ බව පෙන්වන්න.

47) $50m$ පළල සමාන්තර ඉවුරු ඇති ගඟක් $4ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගලායයි. ගං ඉවුරු දෙකේ වන ලක්ෂ්‍යයන් දෙකක් A හා B වේ. AB රේඛාව ගං ඉවුරේ ඉහළ දිශාවට 60° ක් ආනත වේ. නිසල ජලයේ $4\sqrt{3}ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පිහිනා යා හැකි ළමයෙක් A වලින් ආරම්භ වී ගං ඉවුරේ ඉහළ දිශාවට θ කෝණයකින් ආනතව පිහිනා යයි. ළමයා A සිට B ට පැමිණේ. θ වල අගය සොයා A සිට B ට පැමිණීමට ගතවන කාලය තත්පර $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ ක් බව පෙන්වන්න.

48) නිශ්චල වාතයේදී ගුවන් යානයක ප්‍රවේගය $2u \text{ km h}^{-1}$ ය. නැගෙනහිර දිශාවට සුළඟ හමන ප්‍රවේගය $u \text{ km h}^{-1}$ ය. මිසයිලයක නිශ්චල වාතයේදී ප්‍රවේගය $3u \text{ km h}^{-1}$ ය. A හි ගුවන් යානා තොටු පොළක් ඇත. A ට උතුරින් $a \text{ km}$ දුරින් B ගුවන් තොටුපළ ඇත. A ට නැගෙනහිරින් $d \text{ km}$ දුරකින් C හි මිසයිල ප්‍රකේෂ කරන මධ්‍යස්ථානයක් ඇත. ගුවන් යානයට A සිට B ට පැමිණීමට ගතවන කාලය $\frac{a}{\sqrt{3}u} S$ බව පෙන්වන්න.

49) සමාන්තර ඉවුරු ඇති ගඟක් Ums^{-1} ප්‍රවේගයෙන් වලින වේ. නිසල ජලයේ ළමයෙකුට $\sqrt{3}ums^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පිහිනිය හැක. එක් ගංඉවුරක P ලක්ෂ්‍යයක සිට ගමන් පහලින් පිහිටි Q ලක්ෂ්‍යයට පිහිනා යාමට ළමයාට අවශ්‍යව ඇත. PQ රේඛාව ගං ඉවුරට 60° ක් ආනත වේ. P සිට Q ට යාමට කුමන දිශාවට යොමුව පිහිනිය යුතුවේද? ගමන් පළල dm නම් P සිට Q ට යාමට තත්පර $\frac{d}{\sqrt{3}u}$ ගතවන බව පෙන්වන්න.

50) A, B හා C වූ කලී CAB සෘජුකෝණී සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වන සේ පිහිටි ලක්ෂ තුනකි. A, C ලක්ෂ V වේගයෙන් ගලන ගඟක එක් ඉවුරක ද B ලක්ෂය A ට හරි කෙලින් ගමන් අනෙක් ඉවුරේ ද පිහිටා ඇත. ජලයට සාපේක්ෂව U ප්‍රවේගයකින් පිහිනිය හැකි මිනිසෙක් t_1 කාලයකදී A වලින් පිටත්ව B ලක්ෂයකට පිහිනා ආපසු පැමිණේ. ඔහුට A වලින් පිටත්ව C ලක්ෂයට පිහිනා නැවත A ට පැමිණීමට t_2 කාලයක් ගත වේ. $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{u^2 - v^2}}{u}$ බව පෙන්වන්න.

51) O ගුවන් තොටුපලක සිට $d \text{ km}$ දුරින් උතුරින් වන A ගුවන් තොටුපලකට යෑමට ගතවන යානයක් පිටත් වේ. සුළඟ බටහිර සිට $ukmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් හමා එයි. $5\sqrt{2}ukmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් නියත වාතයේදී ගුවන් යානය වලින වේ. O සිට A ට වලින වීම සඳහා ගුවන් යානය යොමු කළ යුතු දිශාව සොයා ඒ සඳහා ගතවන කාලය පැය $\frac{d}{7u}$ බව පෙන්වන්න.

(52) සමාන්තර ඉවුරු ඇති ගඟක් $v \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් වලින වේ. නිසල ජලයේ ළමයෙකුට ඒකාකාර $v\sqrt{3} \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පිහිනා යෑමට පුළුවන. එක් ගං ඉවුරක P ලක්ෂ්‍යයක සිට ගඟේ පහළින් පිහිටි Q ට පිහිනා යෑමට ළමයාට අවශ්‍යව ඇත. PQ රේඛාව ගංඉවුරට 60° ක් ආනත වේ. P ට Q ට යෑමට ළමයා කුමන දිශාවකට යොමුවන පිහිනා යා යුතුවේද? ගඟේ පළල $d \text{ km}$ නම්, P සිට Q ට කාලය පැය $\frac{d\sqrt{3}}{3u}$ බව පෙන්වන්න.

(53) ගුවන්යානයක් O ගුවන්තොටුපලක සිට akm දුරින් වන A ගුවන් තොටුපලකට යෑමට පිටත් වේ. නිසල වාතයේ ගුවන් යානයේ ප්‍රවේගය $v \text{ kmh}^{-1}$ වේ. \vec{OA} රේඛාවට 60° ක් ආනත දිශාවට සුළඟ අනවරත $u \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් වලින වේ. O සිට A ට යෑමට ගුවන් යානය යොමු කළ යුතු දිශාව \vec{OA} රේඛාවට $\sin^{-1}\left[\frac{\sqrt{3}u}{2v}\right]$ කෝණයකින් ආනත බව පෙන්වන්න. ඒ සඳහා ගතවූ කාලය $\left[\frac{2a}{\sqrt{4v^2 - 3u^2} + u}h\right]$ බව ද පෙන්වන්න.

(54) A, B හා C නම් ගුවන්තොටුපොල තුනක් පාදයන් a බැගින් වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල පිහිටා ඇත. නිසල දිනක සුළඟ නැතිවිට ගුවන්යානයට උපරිම V ප්‍රවේගයකින් යාත්‍රාකල හැක. A, B දිශාවට u ($< v$) වේගයකින් සුළඟ හමන විට $ABCD$ පථය ඔස්සේ නොනැවතී යෑමට යානය ගන්නා අවම කාලය $\left(\frac{v + \sqrt{4v^2 - 3u^2}}{v^2 - u^2}\right)a$ බව පෙන්වන්න. නිසල දිනයකදී $ABCD$ ඔස්සේ v වේගයෙන් ගමන් කිරීමට ගුවන් යානයට ඉන්ධන ලීටර් N ප්‍රමාණයක් අවශ්‍ය වේ නම් ඉහත කී සුළඟ ඇති දිනක දී අවශ්‍යවන ඉන්ධන ප්‍රමාණය කොපමණද?

(55) A පාපන්දු ක්‍රීඩකයෙක් $u \text{ ms}^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයකින්, උතුරු දිශාවට වන l සරල රේඛාවක් දිගේ, O ලක්ෂ්‍යකින්, $t = 0$ විට ආරම්භ වී බෝලය රැගෙන යයි. l ට 60° ක් ආනතව O සිට a දුරින් වන P ලක්ෂ්‍යයක සිට, B, C ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනෙක් $v \text{ ms}^{-1}$ එකම ප්‍රවේගයෙන් $t = 0$ විට ආරම්භ වී මාර්ග දෙකක දුර ගොස් A හමුවේ නම්, A හමුවන අවස්ථා දෙක අතර කාල අන්තරය $a \frac{\sqrt{4v^2 - 3u^2}}{v^2 - u^2}$ බව පෙන්වන්න.

(56) ගුවන් යානයකට නිශ්චල වාතයේ u නියත වේගයකින් පියාසර කල හැක. සුළඟ රහිත විට ABC සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර මාර්ගයක් යාමට T කාලයක් ගනී. AB තිරස්ව පිහිටන අතර $\frac{u}{3}$ ක ප්‍රවේගයෙන් AB ට ලම්භකව C දෙසින් සුළඟක් හමායයි. AB, BC හා CA දිගේ ගුවන් යානයේ ප්‍රවේග පිළිවෙලින් v_1, v_2 හා v_3 වේ. v_1, v_2 හි v_3 අගයන් සොයන්න.
 $v_2 + v_3 = \frac{\sqrt{35}}{3}u$ බව ද, $v_2 v_3 = \frac{8u^2}{9}$ බව ද පෙන්වන්න. මෙම සුළඟ ඇතිවිට ගමන් මාර්ගය සම්පූර්ණයෙන් ගෙවා යාමට ගතවන කාලය $\left(\frac{\sqrt{8} + \sqrt{35}}{8}\right)T$ බව පෙන්වන්න.

(57) ඒකාකාරව ගලායන ගඟක පහළට $u \text{ ms}^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගයෙන් පිහිනා යෑමට මිනිසෙකුට පුළුවන. ගඟ ඉහළට මිනිසා පිහිනා යන උපරිම ප්‍රවේගය $v \text{ ms}^{-1}$ වේ. ($u > v$) නිසල ජලයේ මිනිසා පිහිනා යන උපරිම ප්‍රවේගය $\frac{u+v}{2}$ බව පෙන්වන්න.
 ගඟේ පළල $d \text{ m}$ නම් ගඟ හරහා පිහිනා යෑමට අවම කාලය තත්පර $\frac{2d}{v+u}$ බව පෙන්වන්න. අවම කාලයේ දී ගඟ හරහා පිනා යෑමේදී ගඟ පහළට වලින වූ දුර $\frac{d(u-v)}{v-u} \text{ m}$ බව පෙන්වන්න.

(58) $2u \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් මෝටර් රථයක් l සරල රේඛාවක් දිගේ වලින වේ. $t = 0$ මොහොතේ මෝටර් රථයේ පිහිටුම වන A හි සිට l රේඛාව මත dm දුරක් ඉදිරියෙන් වන B ලක්ෂ්‍යයක සිට hm දුරින් AB ට ලම්භ දිශාවේ C ලක්ෂ්‍යයක ළමයෙක් සිටී. ළමයාගේ උපරිම වේගය $u \text{ ms}^{-1}$ වේ. $AB \perp BC$ වේ. මෝටර් රථයට හැකිතාක් ඇතිත් වීම සඳහා ළමයා වලින විය යුතු දිශාව සොයා, මෝටර් රථය හා ළමයා අතර කෙටිම දුර ද සොයා ඒනයිත් $d > h\sqrt{3}$ නම්, අනතුරක් නොවන බව පෙන්වන්න.

59 නිශ්චල වාතයෙහි V ප්‍රවේගයක් ඇති ගුවන් යානයක් u ප්‍රවේගයෙන් හමන සුළඟක දිශාවට θ කෝණයකින් ආනත වූ තිරස් මාර්ගයක් ඔස්සේ ගමන් කරයි. නියමුවා යානය හැරවිය යුතු දිශාව ගමන් කරන දිශාවට α කෝණයකින් ආනතව ඇතිනම් $V \sin \alpha = u \sin \theta$ බව පෙන්වන්න. ගුවන්යානය ගමන් කළ යුතු ස්ථානයට දුර a නම් ද යාම් ඊම් සඳහා ගන්නා කාලයන් t_1 හා t_2 නම් ද,

(i) $a(t_1 + t_2) = 2vt_1t_2 \cos \alpha$ (ii) $a(t_1 - t_2) = 2ut_1t_2 \cos \theta$ (iii) $a^2 = t_1t_2(v^2 - u^2)$ බව පෙන්වන්න.

60 රූවල් බෝට්ටුවකට නිසල මුහුදේ ගමන් කළ හැක්කේ එහි අවර ඇණිය (දික්) අතට පමණි. සතක ඒකාකාර සුළඟක් මුහුද හරහා හමා යයි. සුළඟ හමන විටද මුහුද නිසලව පවතී. අවර - ඇණිය දිශාවට θ කෝණයක් සාදන v වේගයකින් බෝට්ටුවට සාපේක්ෂව සුළඟක් හමායයි. බෝට්ටුව $kv \cos \theta$ වේගයෙන් චලිත වේ. (k - නියතයකි) මුහුදට සාපේක්ෂව සුළගේ ප්‍රවේගය u නම් $u = v\sqrt{(k^2 + 2k)\cos^2 \theta + 1}$ බව පෙන්වන්න. V නියත අගයක් නම් u හි උපරිම හා අවම අගයන් අපෝහනය කරන්න.

61 A සහ B අංශු දෙකක්, පිළිවෙලින් $ui + vj$ සහ $\alpha i + \beta j$ නියත ප්‍රවේග සහිතව Oxy තලයේ චලනය වෙයි. A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගය සොයන්න. කාලය $t = 0$ වන විට A අංශුව O මූලයේ ද, B අංශුව $10j$ පිහිටුම් දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යයේ ද ඇත. පසුව අංශු එකිනෙක ගැටෙයි.

- (i) $\alpha = u$ බව පෙන්වන්න.
(ii) $t = 2$ වන විට ගැටීම් සිදුවෙයි නම් $\beta - v + 5 = 0$ බව පෙන්වන්න.

62 මුහුදේ ගමන් කරන A හා B බෝට්ටු දෙකක ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $\sqrt{3}u$ හා u වේ. A නැගෙනහිරට චලිත වන අතර B බෝට්ටුව නැගෙනහිරින් 30° දකුණු දිශාවට යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක A ට d දුරක් උතුරින් B පිහිටයි. බෝට්ටු දෙක අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර සොයා, එය ඇතිවන කාලය $\frac{d}{2u}$ වන බව පෙන්වන්න.

63 A නැවක ප්‍රවේගය $10(2i + 3j)$ වේ. A නැවේ නිරීක්ෂකයෙකු විසින් B යාත්‍රාවක් $4(-12i - 5j)$ ප්‍රවේගයෙන් චලිතවනු දකී. B යාත්‍රාවේ නිරීක්ෂකයෙකු සුළඟ $4(i - 3j)$ ප්‍රවේගයෙන් හමන බව දකී. සුළගේ ප්‍රවේගය සොයන්න. එහි විශාලත්වය $2\sqrt{145} \text{ kmh}^{-1}$ බව පෙන්වා එහි දිශාව ලබාගන්න. මෙහි i, j පිළිවෙලින් නැගෙනහිර හා උතුරු දිශාවල ඒකක දෛශික වේ. ඒකකය kmh^{-1} වේ.
 A නැවේ සහ B යාත්‍රාවේ ආරම්භක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $i + j$ සහ $10i + j$ නම් ඒවා අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර $\frac{45}{13} \text{ km}$ බව පෙන්වන්න.

64 බටහිර - නැගෙනහිර හා උතුර - දකුණ දෙසට ඇති සෘජු මාර්ග දෙකක් O මංසන්ධියකදී හමුවේ. A මෝටර් රථයක් $100\sqrt{3} \text{ m}$ දුරකින් O ට බටහිරින් ඇති විට B රථයක් 100 m දුරින් O ට දකුණින් පිහිටා ඇත. මේ මොහොතේ A හා B හි ප්‍රවේග පිළිවෙලින් 30 ms^{-1} හා $30\sqrt{3} \text{ ms}^{-1}$ වන අතර ඒවා O වෙතට යොමුව චලිත වේ. A ට සාපේක්ෂව B ගේ පෙත සොයන්න. A හා B අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර සොයා, එය ඇති වීමට ගතවන කාලය ආරම්භයේ සිට $\frac{5}{\sqrt{3}} \text{ s}$ බව පෙන්වන්න.

65 A සහ B අංශු දෙකක ආරම්භක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $i + 2j$ සහ $ai + 2j$ වේ. A සහ B හි නියත ප්‍රවේග දෛශික පිළිවෙලින් $2i + j$ සහ $i - 3j$ වේ.
 A ට සාපේක්ෂව B ගේ ප්‍රවේග දෛශිකය සොයන්න.
 A සහ B අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර ඒකක $\frac{2\sqrt{17}}{17}$ නම් a සඳහා පිළිගත හැකි අගය $\frac{3}{2}$ බව පෙන්වන්න.

66 AB හා CD සෘජු දුම්රිය මාර්ග දෙකක් O හිදී ඡේදනය වේ. මෙහි $\hat{C}OD = \theta$ වේ. A O ඔස්සේ O දෙසට දිග l වූ දුම්රියක් u ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. O වල සිට d_1 දුරකින් දුම්රිය එක්රීම පිහිටන විට මෝටර් රථයට O වල සිට ඇති දුර d_2 කි. මෝටර් රථය නොනවත්වා ගමන් කරයි. $\frac{l+d_1}{d_2} \geq \frac{u}{v} \geq \frac{d_1}{d_2}$ නම් මෝටර් රථයේ දුම්රිය ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

67) සරළ දූම්රිය මාර්ගයක් හා මහා මාර්ගයක් θ ආනත මංසන්ධියකදී එකිනෙක වේදනය වේ. දූම්රියක් u ප්‍රවේගයෙන්ද, මෝටර් රථයක් v ප්‍රවේගයෙන් ද මංසන්ධිය දෙසට වලින වේ. ආරම්භයේදී දූම්රියට හා මෝටර් රථයට මංසන්ධියේ සිට ඇති දුර පිළිවෙලින් a හා b වේ. දූම්රිය හා මෝටර් රථය අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර $\frac{(av - bu) \sin \theta}{\sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \theta}}$ බව පෙන්වන්න. (මෙහි $av > bu$ වේ.) දූම්රියේ හා මෝටර් රථයේ ගැටීමක් සිදුවන්නේ නම් $\frac{a}{b} = \frac{u}{v}$ වන බව අපෝහණය කරන්න.

68) A නැවක් u ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරයි. A ට a දුරක් බටහිරින් පිහිටි B නැවක් $V(<u)$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරින් θ නැගෙනහිරට වූ දිශාවට ගමන් කරයි. නැව් දෙක අතර ඇති වන කෙටිතම දුර $\frac{a(u - v \cos \theta)}{\sqrt{u^2 + v^2 - 2uv \cos \theta}}$ බව පෙන්වන්න. මෙම කෙටිතම දුර ඇති විමට ආරම්භයේ සිට ගතවන කාලය කොපමණද?

69) P හා Q නම් කුඩා විදුරු බෝල දෙකක් පිළිවෙලින් $3\hat{i} - \hat{j}$ සහ $a\hat{i} - 3\hat{j}$ ප්‍රවේග සහිතව Oxy තලයේ චලනය වෙමින් පවතී. මෙහි a යනු නියතයක්ද \hat{i}, \hat{j} යනු පිළිවෙලින් \vec{OX} සහ \vec{OY} අක්ෂ ඔස්සේ පිහිටන ඒකක දෛශිකද වේ. $t = 0$ වේලාවේදී $A \equiv (-3, -2)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි P පිහිටන අතර $B \equiv (2, 8)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි Q පිහිටයි. මෙම චලිතයේදී විදුරු බෝල දෙක අතර ඇතිවන කෙටිම දුර සොයා $a = 2$ නම් Q සමග P ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

70) එක්තරා මොහොතක Q නම් මෝටර් රථයකට සාපේක්ෂව P රථයක් උතුරු දිශාවේ $13m$ දුරින් පිහිටා ඇත. Q රථය $13ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට වලින වේ. P රථයේ ප්‍රවේග $5ms^{-1}$ වේ. Q ට හැකිතාක් ලගින් වලින විමට P රථය කුමන දිශාවකට වලින විය යුතුද? P හා Q රථ දෙක අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර කොපමණද? මෙම කෙටිතම දුර ඇතිවීමට ආරම්භයේ සිට කොපමණ කාලයක් ගතවේද?

71) බටහිර - නැගෙනහිර හා උතුර - දකුණු දිශාවලට වන මාර්ග දෙකක් O හන්දියකදී හමුවේ. O හි සිට A රථයක් $100\sqrt{3}m$ දුරින් බටහිර දිශාවේදී B රථයක් $100m$ දුරින් දකුණු දිශාවේ ද ඇත. A හා B හි ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $25ms^{-1}$ හා $25\sqrt{3}ms^{-1}$ වේ. A හා B, O වෙතට වලින වේ.
(i) A ට සාපේක්ෂව B ගේ පථය සොයන්න.
(ii) A හා B අතර කෙටිතම දුර සොයා එය ඇති වන විට කාලය සොයන්න.

72) A නම් නැවක් $2u$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරට වලින වේ. $t = 0$ මොහොතේ දී A ට නැගෙනහිරින් d දුරින් තවත් B නැවක් $\sqrt{2}u$ ප්‍රවේගයෙන් 315° දිශාංශයක් ඇතිව වලින වේ.
(i) A ට සාපේක්ෂව B හි පෙත ලකුණු කරන්න.
(ii) නැව් දෙක අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර කොතෙක්ද?

73) A සහ B අංශු දෙකක ආරම්භක පිහිටුම් දෛශික $3\hat{i} + \hat{j}$ සහ $\hat{i} + 4\hat{j}$ වේ. A සහ B හි නියත ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $-\hat{i} + 5\hat{j}$ සහ $3\hat{i} + 2\hat{j}$ වේ.
A ට සාපේක්ෂව B ගේ පථයේ සමීකරණය සොයා A සහ B අතර ඇතිවන කෙටිම දුර ඒකක $\frac{6}{5}$ බවත් එය ඇතිවන විට ගත වී ඇති කාලය ඒකක $\frac{17}{25}$ බවත් පෙන්වන්න.

74) බටහිරින් 30° ක් දකුණු දිශාවට $30ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් වලින වන සේ, පිතිකරුවක් බෝලයට පහර දෙයි. පිතිකරුගේ සමුද්දේශ රාමුවේ පන්දු රකින්නෙක් $25m$ දුරින් දකුණින් 30° ක් බටහිර දිශාවේ ඇත. $20ms^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගයෙන් ද්‍රවශෝෂ බෝලය අල්ලා ගත හැකි මාර්ග දෙකක් ඇති බව පෙන්වා බෝලය අල්ලා ගැනීමට අනුරූප කාලයන් $\frac{1}{4}(3\sqrt{3} - \sqrt{7})s$ හා $\frac{1}{4}(3\sqrt{3} + \sqrt{7})s$ බව පෙන්වන්න.

75) සරළ මාර්ගයක $2ukmh^{-1}$ වේගයෙන් චලිතය වන A නැව එක්තරා මොහොතකදී $ukmh^{-1}$ වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට චලිතය වන B නැවට akm දකුණු දෙසින් පිහිටයි. පැයකට පසුව A, B ට ඊසාන දෙසින් පිහිටයි. සාපේක්ෂ ප්‍රවේග මූලධර්මය භාවිතයෙන් A ගේ චලිත දිශාව උතුරෙන් $\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{(3u - a)(u + a)}{4u^2} \right)$ ක් නැගෙනහිරට බව පෙන්වන්න.

- 76) P හා Q නම් නැව් දෙකක් 10km දුරින් පිහිටයි. Q ට නැගෙනහිරින් ඇති P නැව් උතුරට 20kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් වලින වේ. P ට පෙනෙන පරිදි Q හි ප්‍රවේගය නැගෙනහිරින් 60° ක් දකුණු දෙසට වේ. Q හි සැබෑ ප්‍රවේගය දකුණින් 60° ක් නැගෙනහිරට වේ.
- Q හි ප්‍රවේගය කොපමණද?
 - P ට සාපේක්ෂව Q හි ප්‍රවේගය කොපමණද?
 - නැව් දෙක අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර කොපමණද?
 - P නැවේ ඇති රේඩාර් වල පරාශය 12Km නම් Q නැව් P හි රේඩාර් තිරයේ දිස්වන කාලය කොපමණද?
- 77) මුහුදේ ඇති P හා Q නැව් දෙකක් 20km දුරින් පිහිටයි. P ට නැගෙනහිර දිශාවේ Q පිහිටා ඇත. P නැව් දකුණු දිශාවට $10\sqrt{3}\text{kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් වලිනවන අතර Q නැව් 20kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් දකුණින් 30° න් බටහිර දිශාවට ගමන් කරයි. පැය 2ක් ගත වූ පසු නැව් දෙක එකිනෙක ගැටෙන බව පෙන්වන්න.
- 78) සෘජු මාර්ග දෙකක් O නම් මංසන්ධියකදී එකිනෙකට ලම්භකව හමුවේ. A හා B රථ දෙකක් O සිට $2a$ හා $2\sqrt{3}a$ දුරින් $t = 0$ විට පිහිටයි. A හා B රථ දෙක O දෙසට වලින වේ. A හි ප්‍රවේගය U වේ. මෙම රථ දෙක O හිදී එකිනෙක ගැටෙනම් B හි ප්‍රවේගය $\sqrt{3}u$ වන බව සාපේක්ෂ ප්‍රවේග මූලධර්ම මගින් පෙන්වන්න.
- 79) P හා Q නම් නැව් දෙකක් 60km දුරින් පිහිටා ඇත්තේ P ට සාපේක්ෂව නැගෙනහිරින් 30° ක් උතුරු දිශාවට වන ලෙසිනි. P නැව් 30kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දිශාවට වලින වේ. P නැව් හමුවීම සඳහා Q නැව් වලිනය අරඹයි. Q හි ඒකාකාර ප්‍රවේගයද 30kmh^{-1} වේ. Q පැදවිය යුත්තේ කුමන දිශාවකද? නැව් දෙක පැය 2ක් ගත වූ පසු එකිනෙක හමුවන බව පෙන්වන්න.
- 80) A නැව් උතුරු දෙසට 20kmh^{-1} නියත වේගයෙන් වලින වේ. B නැව්කට 30kmh^{-1} උපරිම වේගයක් ලබාගත හැක. A ට 5km දුරක් නැගෙනහිරින් වූ පිහිටුමකට B නැව් හැකි ඉක්මනින් වලින විය යුතුව පවතී. B වලිනය අරඹන විටදී A ට 5km දුරින් දකුණින් 30° ක් බටහිර දෙසින් B පැවතුනි. B වලින විය යුතු දිශාව සොයන්න. අදාල පිහිටුම දක්වා වලින වීමට B ට ගතවන කාලය සොයන්න. වලිනය අතරතුරේදී නැව් දෙක අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර $\frac{5}{2}\text{km}$ බව පෙන්වන්න.
- 81) පිතිකරුවෙක් W කඩුල්ලේ ද පන්දු රකින්නෙක් පිටියේ F ලක්ෂ්‍යයේදී සිටී. පිතිකරුවා පහරදුන් පන්දුවක් \vec{WF} සමඟ α කෝණයක් සාදන තිරස් දිශාවකට ගමන් කරන්නේ, පන්දු රකින්නාට ද්‍රව්‍යන්තව හැකි වේගය මෙන් $1\frac{1}{2}$ ක වේගයකිනි. පන්දුව හැකි ඉක්මනින් රැකගැනීම සඳහා පන්දු රකින්නා එක වරම තම ඉහලම වේගයෙන් ද්‍රව්‍යන්තව පටන් ගත හොත් ඔහු දිවිය යුතු දිශාව සොයන්න. පන්දුව පොලවට සමාන්තරව නියත ප්‍රවේගයෙන් තිරස් ලෙස ගමන් කරන්නේ යැයි උපකල්පනය කරන්න. පන්දු රකින්නා එසේ කිරීමේදී මීටර් s දුරක් දිවගියේ නම්, $\alpha < \sin^{-1}\left[\frac{2}{3}\right]$ විට $|\vec{WF}| = \text{මීටර් } \frac{s}{2}\left[\sqrt{4 - 9\sin^2\alpha} + 3\cos\alpha\right]$ බව පෙන්වන්න.
- 82) A නැව්කට 10km දුරින් දකුණු දිශාවේ B නම් නැව්කක් ඇත. A නැව් $25\sqrt{3}\text{kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයේ නැගෙනහිරට වලිනවන අතර B නැව් නැගෙනහිරින් 30° ක් උතුරු දිශාවට 25kmh^{-1} වේගයෙන් වලින වේ.
- A ට සාපේක්ෂව B හි පෙන සොයන්න.
 - නැව් දෙක අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර $5\sqrt{3}\text{km}$ බව පෙන්වන්න.
 - A නැවෙහි ඇති කුඩක්කුවල ප්‍රහාරක පරාශය 9km නම් B නැව් අනතුරේ පවතින කාලය පැය $\frac{\sqrt{24}}{25}$ බව පෙන්වන්න.
- 83) P නම් පොලිස් රථයකට නැගෙනහිරින් d දුරින් A නම් හොර බඩු රථයක් ඇත. A රථය $2u$ ප්‍රවේගයෙන් බටහිරින් 60° උතුරු බලා ධාවනය කරයි. මෙය දුටු U ප්‍රවේගයක් සහිත P රථය U ප්‍රවේගයෙන් A රථය ලුහුබඳි. P හි වේඩිතැබීමේ පරාශය $\frac{3d}{4}$ නම්, A අනතුරේ පවතින උපරිම කාලය $\frac{d}{2u}\sqrt{\frac{5}{3}}$ බව පෙන්වන්න.
- P හි වේඩිතැබීමේ පරාශය $\frac{d}{2}$ නම්, A අනතුරේ නොමැති බව පෙන්වන්න.

- 84) ගුවන්යානයකට ඉන්දන ගබඩා කරගත හැක්කේ පැය T කාලයක් සඳහා ප්‍රමාණවත් වන ලෙසය. නිසල කාලගුණයක් ඇති විට එහි වේගය u වේ. සුලඟක් උතුරේ සිට දකුණට $ku(K < 1) \text{ Kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් හමායන විට, උතුරින් θ° නැගෙනහිර දිශාවට ගුවන්යානයේ ක්‍රියාත්විත පරාශය R නම්, $R = \frac{Tu(1-K^2)}{2\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}$ බව පෙන්වන්න.

R උපරිම වන්නේ θ හි කවර අගයකදී ද? මෙම උපරිම අගය ලබාගැනීමට ගුවන්යානය හැරවිය යුතු දිශා (යාමට හා ඒමට) කුමක් විය යුතුද?

- 85) සෘජු ගමන් මගක $ukmh^{-1}$ වේගයෙන් ගමන් කරන නැවක් හමුවීම සඳහා බෝට්ටුවක් නැව් තොටකින් පිටත්ව යයි. තොටේ සිට නැවේ ගමන් මගට කිට්ටුම දුර akm වේ. තොටට කිට්ටුම තැනට ඒමට පෙර තොටේ සිට bkm දුරින් නැව ඇති මොහොතේ බෝට්ටුව තොටින් පිටත් වේ. $vkmh^{-1} \left[u > v > \frac{au}{b} \right]$ ප්‍රවේගයකින් බෝට්ටුවට ගමන් කළ

හැකි නම්, පැය $\frac{2\sqrt{b^2v^2 - a^2u^2}}{u^2 - v^2}$ කාලයක් තුළ නැව ගමන් කරන්නේ බෝට්ටුවට එය හමුවීමට හැකි මාර්ග කොටසේ බව ඔප්පු කරන්න.

- 86) අහස් යානයකට නිසල වායුගෝලයෙහි $u \text{ km/h}$ නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කළ හැකිය. $v(< u) \text{ km/h}$ නියත වේගයකින් නිරිත දෙසින් හමන සුළඟක් ඇති දිනක මෙම යානය A ගුවන් තොටුපලක සිට ඊට $a \text{ km}$ ඇතිත් පිහිටි B ගුවන් තොටුපල වෙත ගොස් නොනවත්වා ආපසු A තොටුපලට පැමිණේ. A ට නැගෙනහිර දෙසින් B පිහිටා ඇත. A සිට B දක්වා යානය ගමන් කරන ප්‍රවේගය $u_1 \text{ km/h}$ වන අතර B සිට A දක්වා ආපසු පැමිණෙන්නේ $u_2 \text{ km/h}$ ප්‍රවේගයකිනි.

(i) $u_1 - u_2 = v\sqrt{2}$ හා $u_1u_2 = u^2 - v^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) මුළු ගමනට ගත වන සම්පූර්ණ කාලය $\frac{a\sqrt{4u^2 - 2v^2}}{u^2 - v^2}h$ බව පෙන්වන්න.

- 87) සමාන්තර ඉවුරු ඇති පළල a වන සෘජු ගඟක් ඒකාකාර වේගයකින් ගලයි. P, Q යනු එකම ඉවුරක් මත ගත ගලන දිශාවට පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. මෙහි $PQ = a$ වේ. පිහිනුම් කරුවෙකුට Q දක්වා ද Q සිට P දක්වා ද පිහිනීම සඳහා ගතවන කාල පිළිවෙලින් T_1 සහ T_2 වේ නම්, ගත ගලන වේගය $\frac{(T_2 - T_1)}{2T_1T_2}a$ බව පෙන්වන්න.

පිහිනුම්කරුට P ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඊට හරි කෙලින් අනෙක් ඉවුරෙහි වූ L ලක්ෂ්‍යයට පිහිනීම සඳහා ගත වන කාලය $\sqrt{T_1T_2}$ බව ද පෙන්වන්න.

- 88) A හා B වූ කලී තත්පරයට මීටර 12ක නියත ප්‍රවේගයෙන් ගලා බසින, සමාන්තර ඉවුරු ඇති පළල මීටර 64ක් වූ ගඟක ඉවුරු දෙකෙහි වූ ප්‍රතිමුඛ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. නිශ්චල ජලයේ තත්ත්පරයට මීටර 8ක නියත වේගයකින් ගමන් කරන මෝටර් බෝට්ටුවක් AB ට λ කෝණයක් ආනත දිශාවක් ඔස්සේ ගත ඉහළට A ලක්ෂ්‍යයේ සිට ගමන් අරඹයි. ඉවුරට සාපේක්ෂව මෝටර් බෝට්ටුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

මෝටර් බෝට්ටුවෙ අනෙක් ඉවුරේ වූ C ලක්ෂ්‍යයකදී එගොඩ ලඟා වූ ක්ෂණයෙන්ම බෝට්ටුව තුළ ගමන් ගත් බල්ලෙකු ඉවුරට පැන ඉවුර දිගේ තත්ත්පරයට මීටර 2ක නියත ප්‍රවේගයෙන් B දක්වා දුව යයි. බෝට්ටුව තුළ ගමන්ගත් බල්ලාට A සිට B දක්වා පැමිණීමට ගත වූ සම්පූර්ණ කාලය තත්පර T නම්, $T = 8 [7 \sec \lambda - 4 \tan \lambda]$ බව ඔප්පු කරන්න.

මෝටර් බෝට්ටුව AB ට $\sin^{-1}\left(\frac{4}{7}\right)$ ක කෝණයක් ආනත දිශාව ඔස්සේ ගත ඉහළට ගමන් කරයි නම්, අවම කාලයකදී බෝට්ටුව තුළ ගමන් ගත් බල්ලා B වලට පැමිණීමට හැකි බව පෙන්වන්න.

- 89) P නම් අහස්යානයක් u නියත වේගයකින් නැගෙනහිර දිශාවට ගමන් කරයි. එක්තරා මොහොතකදී P යානයට $\frac{R}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 + 1}$ දුරක් දකුණින්, එම තිරස් මට්ටමේ ම Q නම් ප්‍රහාරක යානාවක් උතුරු දිශාවට $\lambda u > 1$ නියත වේගයකින් ගමන් කරයි. Q යානාවේ සම්බන්ධ කොට ඇති මිසයිලයක උපරිම පරාසය R වේ. Q ට සාපේක්ෂව P හි ප්‍රවේගය ද ඒවා අතර P යානයට පළමු මිසයිල ප්‍රහාරය එල්ල කිරීමට ප්‍රථම ව, Q යානය $\frac{R}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} \left[\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1} \right]$ දුරක් තම ගමන් මාර්ගයෙහි ගමන් කළ යුතු බව පෙන්වන්න.

90 සමාන්තර ඉවුරු ඇති ගඟක් $v \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. නිසල ජලයේ ළමයෙකුට ඒකාකාර $v\sqrt{3}$ ප්‍රවේගයෙන් පිහිනා යෑමට පුළුවන. එක් ගං ඉවුරක P ලක්ෂ්‍යයක සිට ගඟේ පහළින් පිහිටි Q ට පිහිනා යෑමට ළමයාට අවශ්‍යව ඇත. PQ රේඛාව ගං ඉවුරට 60° ක් ආනත වේ. P සිට Q ට යෑමට කුමන දිශාවකට යොමුව පිහිනා යා යුතුවේද? ගඟේ පහළ $d \text{ km}$ නම්, P සිට Q ට කාලය පැය $\frac{d\sqrt{3}}{3u}$ බව පෙන්වන්න.

91 උතුරට නියත වේගයෙන් ගමන් කරන බයිසිකල්කරුවෙකුට දකුණින් α කෝණයක් බටහිරට වූ දිශාවක සිට සුළඟක් හමනු දැනේ. බයිසිකල්කරු එම වේගයෙන් ම නැගෙනහිර වූ දිශාවක ගමන් කරන විට බටහිරින් β කෝණයක් දකුණට වූ දිශාවක සිට සුළඟ හමනු දැනේ. නියත වශයෙන්ම සුළඟ හමන්නේ දකුණින් θ කෝණයක් බටහිර දිශාවක සිට නම්, $\tan \theta = \frac{(1 + \tan \beta) \tan \alpha}{(1 + \tan \alpha) \tan \beta}$ බව පෙන්වන්න.

92 A, B හා C නම් ගුවන්තොටුපොළ තුනක් පාදයන් a බැගින් වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල පිහිටා ඇත. නිසල දිනක සුළඟ නැතිවීමට ගුවන්යානයට උපරිම V ප්‍රවේගයකින් යාත්‍රාකල හැක. A, B දිශාවට u ($< v$) වේගයකින් සුළඟ හමන විට ABCD පථය ඔස්සේ නොනැවතී යෑමට යානය ගන්නා අවම කාලය $\left(\frac{v + \sqrt{4v^2 - 3u^2}}{v^2 - u^2} \right) a$ බව පෙන්වන්න. නිසල දිනයකදී ABCD ඔස්සේ v වේගයෙන් ගමන් කිරීමට ගුවන් යානයට ඉන්ධන ලීටර් N ප්‍රමාණයක් අවශ්‍ය වේ නම් ඉහත කී සුළඟ ඇති දිනක දී අවශ්‍යවන ඉන්ධන ප්‍රමාණය කොපමණද?

93 වාතයට සාපේක්ෂව v වේගයකින් යාත්‍රා කරන ගුවන් යානයක් සමපාද ත්‍රිකෝණයක ආකාරය ගත් ධ්වනි පථයක් සලකුණු කරයි. නිසල වාතයෙහි ඒ සඳහා ගතවන කාලය T වේ. ත්‍රිකෝණයේ එක් පාදයකට සමාන්තරව u වේගයකින් සුළඟ හමන විට මෙම වාරිකාවට ගතවන කාලය $T \left[\frac{\sqrt{4 - 3\mu^2} + 1}{3(1 - \mu^2)} \right]$ බව පෙන්වන්න. $\mu = \frac{u}{v}$ වේ.

94 තිරස් සමතල බිමක A නම් රථයකට a නැගෙනහිරින් B නම් තවත් රථයක් ඇත. A රථය උතුරු දිශාවට $2u$ ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරන විට B රථය වයඹ දෙසට u ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරයි.
(i) A ට සාපේක්ෂව B ගේ ප්‍රවේගය සොයා, එහි පෙත දක්වන්න.
(ii) A හා B අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර $\left(\frac{2\sqrt{2} - 1}{\sqrt{10 - 4\sqrt{2}}} \right) a$ බව පෙන්වන්න.

95 එක්තරා මොහොතක Q නම් මෝටර් රථයකට සාපේක්ෂව P රථයක් උතුරු දිශාවේ 13m දුරින් පිහිටා ඇත. Q රථය 13ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට චලිත වේ. P රථයේ ප්‍රවේග 5ms^{-1} වේ. Q ට හැකිතාක් ලගින් චලිත වීමට P රථය කුමන දිශාවකට චලිත විය යුතුද? P හා Q රථ දෙක අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර කොපමණද? මෙම කෙටිතම දුර ඇතිවීමට ආරම්භයේ සිට කොපමණ කාලයක් ගතවේද?

96 P හා Q නම් නැව් දෙකක් 10km දුරින් පිහිටයි. Q ට නැගෙනහිරින් ඇති P නැව් උතුරට 20kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. P ට පෙනෙන පරිදි Q හි ප්‍රවේගය නැගෙනහිරින් 60° ක් දකුණු දෙසට වේ. Q හි සැබෑ ප්‍රවේගය දකුණින් 60° ක් නැගෙනහිරට වේ.
(i) Q හි ප්‍රවේගය කොපමණද?
(ii) P ට සාපේක්ෂව Q හි ප්‍රවේගය කොපමණද?
(iii) නැව් දෙක අතර ඇතිවන කෙටිතම දුර කොපමණද?
(iv) P නැවේ ඇති රේඩාර් වල පරාශය 12Km නම් Q නැව් P හි රේඩාර් තිරයේ දිස්වන කාලය කොපමණද?

97 මෝටර් බෝට්ටුවකට නිසල ජලයේ $v \text{ km/h}$ ක නියත වේගයෙන් ගමන් කළ හැක. උතුරින් θ කෝණයක් බටහිරින් පිහිටි දිශාවක සිට ඒකාකාර ප්‍රවණිඩ දිය වැලක් 6km/h ක නියත වේගයෙන් X වරාය හරහා ගමන් කරන දිනයක බෝට්ටුවට X වරායේ සිට Y බෝයාවක් දෙසට ගමන් කරයි. Y පිහිටා ඇත්තේ X ට උතුරින් 30° ක් නැගෙනහිර දිශාවක් ඔස්සේ 5 km දුරක් ඇතිනි. X සිට Y දක්වා ගමනට පැයක් ගත වේ නම්, $\sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta = \frac{(v^2 - 61)}{30}$ බව පෙන්වන්න.
Y සිට X දක්වා ආපසු ගමනට බෝට්ටුව ගන්නා කාලය පැය $1/2$ ක් වේ නම්, v සහ θ සොයන්න.