Problemi di Visciglia (Analisi 3)

Bruno Bucciotti

16 agosto 2018

Sommario

Talvolta i problemi di Visciglia della vecchi analisi 3 si possono fare in modi alternativi, che riducono anche la probabilità di fare errori di conto. Purtroppo non sono affatto sistematici, sono più "trucchetti da olimpiadi", quindi non vi esimono dall'imparare i metodi contosi. Together al pianoforte

Ex 2 del 9 gennaio 2017

Invece di fare millemila moltiplicatori di lagrange dico che f è massima per x^2, y^2, z^2 minimi, e dunque il punto di massimo è $(0,0,0)$ (dentro A); il massimo è dunque 3. Ora fisso x, y, z qualsiasi e considero $a = \dfrac{1}{1+x^2}$, $b = \dfrac{1}{1+2y^2}$, $c = \dfrac{1}{1+3z^2}$; per la disuguaglianza fra media armonica e aritmetica ho che

$$\left(\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}{3}\right)^{-1} \leq \frac{a+b+c}{3}$$

da cui

$$i) \quad f \geq \frac{9}{3+x^2+2y^2+3z^2}$$

imponendo il vincolo di restare in A ho che, dentro A, $f \geq \frac{9}{4}$ dove l'uguaglianza si ha solo se $a = b = c$ (così c'è uguaglianza in (i)) e se $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$. Imponendo queste tre cose si trova $x^2 = \frac{1}{3}$, $y^2 = \frac{1}{6}$, $z^2 = \frac{1}{9}$. Questo è il punto(i) di minimo in cui f vale proprio $\frac{9}{4}$. La soluzione nel pdf ha una svista all'inizio di pagina 8 e conclude erroneamente che il minimo sia $\frac{1}{2}$.