

学校代码：10270

分类号：O24

学号：123000678

上海师范大学

# 硕士学位论文

这是一个很长的这是一个很长的这是一个  
一个很长的毕业论文题目

院           系：           学院名称

专           业：           专业名称

研 究 方 向：           专业方向名称

研究生姓名：           某某某

指 导 教 师：           某某某 教授

完 成 日 期：           2020 年 6 月 4 日

## 论文独创性声明

本论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。论文中除了特别加以标注和致谢的地方外，不包含其他人或机构已经发表或撰写过的研究成果。其他同志对本研究的启发和所做的贡献均已在论文中做了明确的声明并表示了谢意。

作者签名：

日 期：

## 论文使用授权声明

本人完全了解上海师范大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其它手段保存论文。保密的论文在解密后遵守此规定。

作者签名：

导师签名：

日 期：

日 期：

在正文中添加空行可以实现换行功能

[illegible][illegible]

**关键词:** 关键词 1; 关键词 2; 关键词 3

## Abstract

This is abstract. This is abstract. This is abstract. This is abstract. This is abstract. This is abstract. This is abstract. This is abstract. This is abstract. This is abstract. This is abstract.

The quick brown fox jumps over the lazy dog. The quick brown fox jumps over the lazy dog. The quick brown fox jumps over the lazy dog. The quick brown fox jumps over the lazy dog. The quick brown fox jumps over the lazy dog.

The quick brown fox jumps over the lazy dog. The quick brown fox jumps over the lazy dog. The quick brown fox jumps over the lazy dog. The quick brown fox jumps over the lazy dog. The quick brown fox jumps over the lazy dog.

**Key Words:** Keyword 1, Keyword 2, Keyword 3

## 目 录

摘要	I
Abstract	II
目录	III
第一章 引言	1
1.1 研究背景	1
1.2 数学公式	1
1.3 结构安排	2
第二章 微分方程的数值方法	3
2.1 有限差分方法	3
2.1.1 数值格式	3
2.1.2 矩阵形式	3
第三章 定理环境	5
3.1 定理示例	5
第四章 表格环境	6
4.1 表的使用	6
4.2 表格示例	6
第五章 插图环境	8
5.1 图的使用	8
5.2 插图示例	8
第六章 列表的使用	9
6.1 计数列表	9
6.2 不计数列表	9
参考文献	10
攻读硕士学位期间的研究成果	11
致谢	12



$$\begin{cases} -\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{du}{dx} = \pi^2 \sin(\pi x) + \pi \cos(\pi x), & x \in [0, 1], \\ u(0) = 0, & u(1) = 0. \end{cases} \quad (1.3)$$

### 1.3 结构安排

本文接下来的写作安排如下：

第二章, 介绍了微分方程的数值方法中差分方法的示例。

第三章, 介绍了定理环境, 给出了定理、命题、引理、推论、证明以及注的环境示例。

第四章, 介绍了表格环境, 给出了三线表的介绍和自定义表格环境 `generaltab` 的使用, 也给出了其他表格插入示例。

第五章, 首先介绍可以插入各种格式的图片, 然后给出了自定义插图环境 `generalfig` 和并排插图实例。

第六章, 给出了计数列表和不计数列表的示例。

## 第二章 微分方程的数值方法

本章我们考虑具有以下微分方程:

$$\begin{aligned} Lu &= -\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{du}{dx} + qu = f, \quad a < x < b, \\ u(a) &= \alpha, \quad u(b) = \beta. \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中  $q, f$  为  $[a, b]$  上的连续函数,  $q \geq 0$ ;  $\alpha, \beta$  为给定常数。这是最简单的椭圆方程第一边值问题。

另一个公式环境:

$$\begin{aligned} Lu &= -\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{du}{dx} + qu = f, \quad a < x < b, \\ u(a) &= \alpha, \quad u(b) = \beta. \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$u(a) = \alpha, \quad u(b) = \beta. \quad (2.3)$$

问题 (2.1) 存在唯一解 (参考文献 [3], 也是示例).

### 2.1 有限差分方法

#### 2.1.1 数值格式

将区间  $[a, b]$  分成  $N$  等分, 分点为

$$x_i = a + ih \quad i = 0, 1, \dots, N,$$

$h = (b - a)/N$ 。于是我们得到区间  $I = [a, b]$  的一个网格剖分。 $x_i$  称为网格的节点,  $h$  称为步长。

数值格式:

$$L_h u_i = -\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} + \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{h} + q_i u_i = f_i, \quad 1 \leq j \leq N-1.$$

其中  $q_i = q(x_i)$ ,  $f_i = f(x_i)$ 。

以上差分方程对于  $i = 1, 2, \dots, N-1$  都成立, 加上边值条件  $u_0 = \alpha, u_N = \beta$ , 就得到关于  $u_i$  的差分格式:

$$L_h u_i = -\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} + \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} + q_i u_i = f_i, \quad i = 1, 2, \dots, N-1,$$

$$u_0 = \alpha, \quad u_N = \beta.$$

它的解  $u_i$  是  $u(x)$  在  $x = x_i$  处的差分解。

#### 2.1.2 矩阵形式

先定义向量  $\mathbf{u}$ :

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_{N-1})^T.$$



差分格式可以写为矩阵形式：

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{f}.$$

其中矩阵  $\mathbf{A}$ 、向量  $\mathbf{f}$  的定义如下，注意向量  $\mathbf{f}$  的首尾元素已包含了  $x = a$  和  $x = b$  处的边界条件。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{2}{h^2} + q_1 & \frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & & & \\ -\frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & \frac{2}{h^2} + q_2 & \frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -\frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & \frac{2}{h^2} + q_{N-2} & \frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} \\ & & & & -\frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & \frac{2}{h^2} + q_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

## 第三章 定理环境

### 3.1 定理示例

引理 3.1 (Lemma). 这是一个引理。

定理 3.1 (Theorem). 这是一个定理。

证明. 这是证明环境。 □

命题 3.1 (Proposition). 这是一个命题。

这是一个方程：

$$Lu = -\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{du}{dx} + qu = f. \quad (3.1)$$

这是一个引理：

引理 3.2. 假设单步法具有  $p$  阶精度，且增量函数  $\varphi(x_n, u_n, h)$  关于  $u$  满足 Lipschitz 条件

$$|\varphi(x, u, h) - \varphi(x, \bar{u}, h)| \leq L_\varphi |u - \bar{u}|. \quad (3.2)$$

定理 3.2. 假设单步法具有  $p$  阶精度，且增量函数  $\varphi(x_n, u_n, h)$  关于  $u$  满足 Lipschitz 条件

$$|\varphi(x, u, h) - \varphi(x, \bar{u}, h)| \leq L_\varphi |u - \bar{u}|. \quad (3.3)$$

证明. 关于方程 (3.1)，证明上面这个定理。 □

定理 3.3. 假设单步法具有  $p$  阶精度，且增量函数  $\varphi(x_n, u_n, h)$  关于  $u$  满足 Lipschitz 条件

$$|\varphi(x, u, h) - \varphi(x, \bar{u}, h)| \leq L_\varphi |u - \bar{u}|. \quad (3.4)$$

推论 3.1. 假设单步法具有  $p$  阶精度，且增量函数  $\varphi(x_n, u_n, h)$  关于  $u$  满足 Lipschitz 条件

$$|\varphi(x, u, h) - \varphi(x, \bar{u}, h)| \leq L_\varphi |u - \bar{u}|. \quad (3.5)$$

证明. 由定理 3.2 和公式 3.2 可以马上推出本定理结论。 □

注 3.1. 这是一个 *remark*。

例子 3.1. 这是一个例子。

## 第四章 表格环境

### 4.1 表的使用

作为论文，推荐使用三线表进行排版。所谓三线表，即在标题前有横线，标题后有横线，表格最后还有横线，其他地方无线。当然这不是死规定，也可以根据需要在合适的地方加线。

本文定义了新的可变长度左中右（LCR）格式，LCR 三个格式会根据表格宽度的设定自行控制宽度，且其宽度相等，方便设置和页面相同宽度的表格。但该功能需要使用 tabularx 做表。

### 4.2 表格示例

可以使用自定义表格环境 `generaltab`.

表 4.1 某校学生升高体重样本

序号	年龄	身高	体重
1	14	156	42
2	16	158	45
3	14	162	48
4	15	163	50
平均	15	159.75	46.25

当然你也可以引用表格，就像这样：表 4.1

使用通用的表格环境 `table`.

表 4.2 某校学生升高体重样本

序号	年龄	身高	体重
1	14	156	42
2	16	158	45
3	14	162	48
4	15	163	50
平均	15	159.75	46.25

引用表格：表 4.2

基于 tabular 设置一些格式：上下表格线加粗

表 4.3 数值误差与收敛速率

degree	step-size $h$	$L^2$ -errors	order	$H^1$ -errors	order	$L^\infty$ -errors	order
1	1/128	4.57 E-07	2.00	2.27 E-04	1.00	9.45 E-07	1.99
	1/256	1.14 E-07	2.00	1.13 E-04	1.00	2.37 E-07	2.00
	1/512	2.85 E-08	2.00	5.67 E-05	1.00	5.92 E-08	2.00
2	1/128	1.79 E-10	3.00	1.49 E-07	2.00	3.61 E-10	3.00
	1/256	2.24 E-11	3.00	3.71 E-08	2.00	4.52 E-11	3.00
	1/512	2.80 E-12	3.00	9.28 E-09	2.00	5.65 E-12	3.00
3	1/32	2.04 E-11	4.00	6.20 E-09	3.00	4.00 E-11	3.97
	1/64	1.28 E-12	4.00	7.76 E-10	3.00	2.52 E-12	3.99
	1/128	7.98 E-14	4.00	9.69 E-11	3.00	1.59 E-13	4.00

基于 tabular 设置一些格式：左右表格双线

表 4.4 数值误差与收敛速率

N	A	B	C	D	E	F
2	9.20E-05	9.90E-05	1.00E-06	8.00E-06	1.50E-05	6.70E-05
4	9.80E-05	8.00E-05	7.00E-06	1.40E-05	1.60E-05	7.30E-05
6	4.00E-06	8.10E-05	8.80E-05	2.00E-05	2.20E-05	5.40E-05
8	8.50E-05	8.70E-05	1.90E-05	2.10E-05	3.00E-06	6.00E-05
10	8.60E-05	9.30E-05	2.50E-05	2.00E-06	9.00E-06	6.10E-05
12	1.70E-05	2.40E-05	7.60E-05	8.30E-05	9.00E-05	4.20E-05
14	2.30E-05	5.00E-06	8.20E-05	8.90E-05	9.10E-05	4.80E-05
16	7.90E-05	6.00E-06	1.30E-05	9.50E-05	9.70E-05	2.90E-05
18	1.00E-05	1.20E-05	9.40E-05	9.60E-05	7.80E-05	3.50E-05
20	1.10E-05	1.80E-05	0.0001	7.70E-05	8.40E-05	3.60E-05

## 第五章 插图环境

### 5.1 图的使用

XeLaTeX 环境下可以使用 EPS、PDF、PNG、JPEG、BMP 格式的图片，当然也可以用绘图包直接在  $\text{\LaTeX}$  中绘制图形，推荐使用宏包 tikz。图的环境是 figure，但 figure 环境使用复杂且不自带标题，因此本模板定义了一个通用版本的 generalfig，该环境会将 figure 内的图片居中并设置标签与引用名，同时会让图片位置设置为所有可行位置 (htbp，即此处、页顶、页底、独立一页)，此选项可以作为可选参数设置。

### 5.2 插图示例

使用自定义环境 generalfig

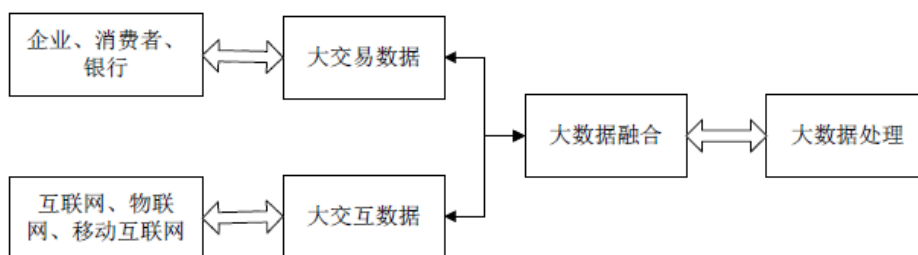


图 5.1 大数据信息处理框架

引用该图片例如：图 5.1。请注意 generalfig 第一个参数是标题，第二个参数是引用。使用 minipage 排版并排插图。

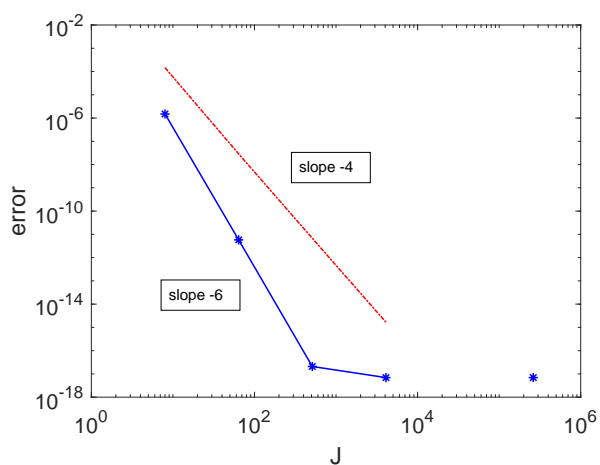


图 5.2 A 方法的  $L^\infty$  误差.

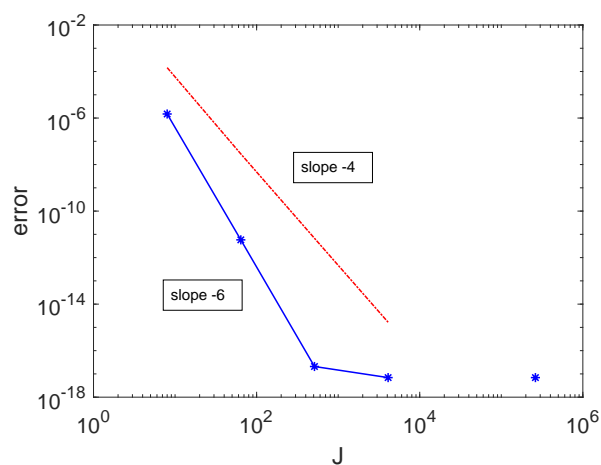


图 5.3 B 方法的  $L^\infty$  误差.

引用图片：图 5.2 与 图 5.3

## 第六章 列表的使用

### 6.1 计数列表

这是一个计数的列表

1. 第一项
  - (a) 第一项中的第一项
  - (b) 第一项中的第二项
2. 第二项
3. 第三项

### 6.2 不计数列表

这是一个不计数的列表

- 第一项
  - 第一项中的第一项
  - 第一项中的第二项
- 第二项
- 第三项

## 参考文献

- [1] R. A. Adams. *Sobolev Spaces*, volume 65. Springer Berlin Heidelberg, Academic Press, 1975.
- [2] J. Shen. Efficient spectral-Galerkin method I. Direct solvers of second- and fourth-order equations using Legendre polynomials. *SIAM J. Sci. Comput.*, 15(6):1489–1505, 1994.
- [3] E. Tadmor. A review of numerical methods for nonlinear partial differential equations. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 49(4):507–554, 2012.
- [4] L. N. Trefethen and J. A. C. Weideman. The exponentially convergent trapezoidal rule. *SIAM Rev.*, 56(3):385–458, 2014.

## 攻读硕士学位期间的研究成果

- [1] **Author1** and Author2, *The name of the published article 1*, **Name of Journal**, 01 (2020), 1001-1008.
- [2] **Author1**, Author2 and Author3, *The name of the published article 2*, submitted to Journal of XXX.



[illegible]

12