

**Министерство образования и науки Российской Федерации Российский
государственный университет нефти и газа (национальный
исследовательский университет) имени И.М. Губкина Кафедра
Автоматизированных систем управления**

Отчет по лабораторной работе №3

«Методы и модели оптимизации в автоматизированном управлении НГО»

Двойственная ЗЛП

Выполнил:

Студент группы АС-21-05

Алешко А.А.

Проверила:

Старший преподаватель Степанкина О.А.

2024 г.

Вариант 1

Задание:

$$\begin{aligned}f(x_1, x_2) &= -x_1 - 4x_2 \\x_1 &\leq 2, \quad x_1 + 2x_2 \geq 2, \\x_2 &\leq 2, \quad x_1 + x_2 \leq 3, \\x_1, x_2 &\geq 0.\end{aligned}$$

4. Двойственная ЗЛП

1. Для задачи линейного программирования из предыдущих работ сформулировать двойственную задачу.
2. Решить исходную и двойственную задачи средствами Matlab и Excel.
3. Показать, что, имея решение одной задачи, можно перейти к решению другой задачи

1. Двойственная ЗЛП

Расширенная матрица A:

| | | |
|----|----|---|
| 1 | 0 | 2 |
| 0 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 3 |
| -1 | -4 | |

Транспонированная матрица A^T:

| | | | | |
|---|---|---|---|----|
| 1 | 0 | 1 | 1 | -1 |
| 0 | 1 | 2 | 1 | -4 |
| 2 | 2 | 2 | 3 | |

Преобразование к двойственной задаче:

| | | |
|--------------------------------|-------------------|--|
| $x_1 \geq 0$ | \leftrightarrow | $y_1 + y_3 + y_4 \geq -1$ |
| $x_2 \geq 0$ | \leftrightarrow | $y_2 + 2y_3 + y_4 \geq -4$ |
| $-x_1 - 4x_2 \rightarrow \max$ | \leftrightarrow | $2y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 3y_4 \rightarrow \min$ |
| $x_1 \leq 2$ | \leftrightarrow | $y_1 \geq 0$ |
| $x_2 \leq 2$ | \leftrightarrow | $y_2 \geq 0$ |
| $x_1 + 2x_2 \geq 2$ | \leftrightarrow | $y_3 \leq 0$ |
| $x_1 + x_2 \leq 3$ | \leftrightarrow | $y_4 \geq 0$ |

2. Решение двойственной ЗЛП

```
from scipy.optimize import linprog as lp
```

```
obj_f = [2,2,2,3]
```

```
left_ineq = [[-1,0,-1,-1],
             [0,-1,-2,-1]]
```

```
right_ineq = [1,
              4]
```

```
bounds = [(0,float("inf")),
          (0,float("inf")),
          (float("-inf"),0),
          (0,float("inf"))]
```

```
lp(c=obj_f, A_ub = left_ineq, b_ub=right_ineq, bounds=bounds)
```

```
message: Optimization terminated successfully. (HiGHS Status 7: Optimal)
```

```
success: True
```

```
status: 0
```

```
fun: -2.0
```

```
x: [ 0.000e+00  0.000e+00 -1.000e+00  0.000e+00]
```

```
nit: 2
```

```
lower: residual: [ 0.000e+00  0.000e+00      inf  0.000e+00]
```

```
marginals: [ 0.000e+00  2.000e+00  0.000e+00  1.000e+00]
```

```
upper: residual: [      inf      inf  1.000e+00      inf]
```

```
marginals: [ 0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00  0.000e+00]
```

```
eqlin: residual: []
```

```
marginals: []
```

```
ineqlin: residual: [ 0.000e+00  2.000e+00]
```

```
marginals: [-2.000e+00 -0.000e+00]
```

```
mip_node_count: 0
```

```
mip_dual_bound: 0.0
```

```
mip_gap: 0.0
```

3. Переход между решениями задач

Решение исходной задачи:

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 0$$
$$f_{\max}(x) = -3 \cdot 2 - 4 \cdot 0 = -2$$

Решение для двойственной задачи:

$$F_{\min} = -2, Y = \{0, 0, -1, 0\}$$

Применив теорему двойственности

$$x_1 = 2 = 2$$
$$x_2 = 0 < 2$$
$$x_1 + 2x_2 = 2 = 2$$
$$x_1 + x_2 = 2 < 3$$

т.к строгое неравен.
 $\Rightarrow y_2, y_4 = 0$

т.к $x_1 \neq 0 \Rightarrow$ первая строка двойственной задачи является равенством

$$y_1 + y_3 + y_4 = -1 \Rightarrow y_1 + y_3 = -1$$

т.к мы минимизируем $\varphi(y)$, то $y_1 = 0$

$$\Rightarrow y_3 = -1$$
$$\Rightarrow y_1, y_2, y_4 = 0; y_3 = -1$$