

Algorithme itératif du DRAPEAU HOLLANDAIS

(E.W.DIJKSTRA)

Introduction.

Face à un algorithme, nous sommes toujours amenés à nous poser ces questions fondamentales :

- S'il y a une solution la trouve-t-il toujours ?
- Est-on sûr qu'il se finira ?
- Comment peut-on le prouver ?

Le problème du Drapeau Tricolore.

Cet algorithme du néerlandais E.W.DIJKSTRA répond au problème suivant :

On remplit aléatoirement toutes les cellules d'un tableau de $[1..n]$ cases avec des boules *bleues*, *blanches* et *rouges*.
On trie ensuite ce tableau afin d'obtenir le drapeau hollandais.

Pour cela on doit :

- utiliser ce seul tableau et le parcourir une seule fois.
- évaluer pour chaque boule, chaque couleur une seule fois au maximum.
- s'efforcer aussi de minimiser le nombre de permutations.

La Démarche.

On choisit 3 indices :

b et r serviront de bornes et indiqueront la position que devra prendre la prochaine boule correspondant à leur couleur.
i pointera la boule en cours d'évaluation.

1	b	i	r	n
----------	----------	----------	----------	----------

V : ●●●●●● ●●●●●●●●●●

On initialise les 3 indices $i := 1$; $b := 1$ et $r := n$

i		r
b		
1		n

V : ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ?

Suivant la couleur dans les cellules du Tableau $V[i]$, on effectue l'un des blocs d'instructions suivants :

- Si $V[i]$ est Blanc alors on augmente i
- Si $V[i]$ est Bleu alors Permuter $V[i]$ et $V[b]$ puis incrémenter b et i
- Si $V[i]$ est Rouge c'est plus compliqué:

Il faut reculer l'indice r tant qu'il pointe sur une case rouge et qu'il ne devient pas plus petit que i .
 tant que $V[r]=\text{Red}$) et ($i < r$) faire $r := r - 1$
 et ensuite Permuter $V[i]$ et $V[r]$ puis reculer r .

C'est terminé lorsque $i > r$, car soit i augmente, soit r diminue.

Tous les cas de fin de l'algorithme :

	i
	b
	r
1	n

V : ●●●●●●●●●●●●●●●●

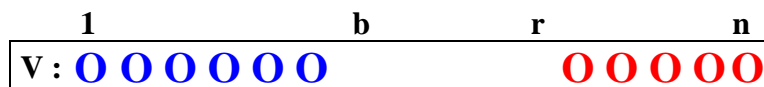
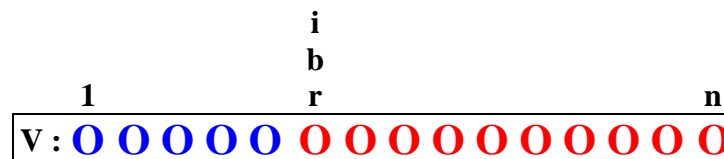
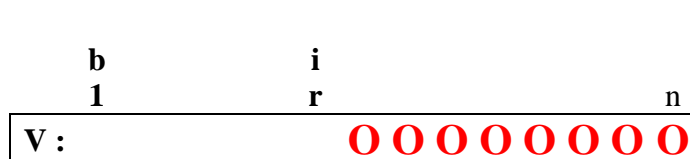
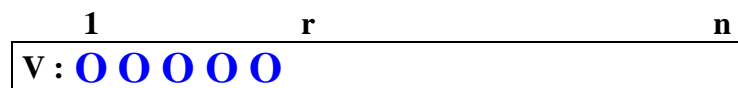
	i
	r
b	n
1	

V :

i
b
r

i
b

i
r



Exemple de fonctionnement.

Nota :

i_x, b_x, r_x , l'indice « x » indique l'état de la variable en sortie de l'itération « x »

Initialisation

$i := 1$

$b := 1$

$r := 9$

	i_0	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_8		
	b_0	b_2	b_4	b_5		r_9	r_7	r_1	r_0
$V[i]$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Aléatoire	Red		Blue	Blue		Red	Red		Blue

	$i \leq r ?$	Branchement	PermutCellule()	Affectation des variables
1	$i_0 \leq r_0 = \text{Vrai}$	Rouge($V[i_0]$) = Vrai	Blue	$r_1 = r_0 - 1$
2	$i_0 \leq r_1 = \text{Vrai}$	Bleu($V[i_0]$) = Vrai	Blue	$b_2 = b_0 + 1 ; i_2 = i_0 + 1$
3	$i_2 \leq r_1 = \text{Vrai}$	Blanc($V[i_2]$) = Vrai	↓	$i_3 = i_2 + 1$

