МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО "Тульский государственный университет"

Институт прикладной математики и компьютерных наук

Кафедра "Вычислительная техника"

Направление: 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Численные методы

Курсовая работа

Форма обучения: очная

Промежуточная аттестация

Хохряков Даниил Андреевич

Гр. 220681

Вариант №5

2) В чем отличие методов решения дифференциальных уравнений, которые вы использовали? В каких случаях, какой из них применять выгоднее?

Метод Эйлера — простейший численный метод решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Впервые описан Леонардом Эйлером в 1768 году в работе «Интегральное исчисление». Метод Эйлера является явным, одношаговым методом первого порядка точности. Он основан на аппроксимации интегральной кривой кусочно-линейной функцией, так называемой ломаной Эйлера.

Метод Адамса – конечноразностный многошаговый метод численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В отличие от метода Эйлера использует для вычисления очередного значения искомого решения не одно, а несколько значений, которые уже вычислены в предыдущих точках.

Преимущества методов Адамса перед методом Эйлера заключаются в меньшей трудоемкости вычислений на один шаг. Основные недостатки — нестандартное начало счета, невозможность (без усложнения формул) в процессе счета изменить, начиная с какой-то точки, шаг с которым ведутся вычисления. Последнее обстоятельство существенно в тех случаях, когда решение и его производные на некоторых участках меняются быстро, а на других изменяются медленно.

Схема Эйлера, если такого рода обстоятельства выясняются в процессе счета, может, например, по заданной подпрограмме автоматически уменьшить шаг или увеличить шаг на гладких участках, чтобы не производить лишней работы.

По-видимому, наиболее рационально использование обоих методов — Эйлера и Адамса с автоматическим переходом с одного из них на другой в процессе счета. При этом начинать счет надо по схеме Эйлера. В программе должен быть предусмотрен автоматический выбор шага, при котором расчет ведется с нужной точностью. При этом программа выбора шага должна предусматривать некоторый «консерватизм при выборе шага: диктовать изменение шага только в случае.

Но если необходимо выбирать, то лучше выбрать метод Адамса, потому что скорость выполнения на заданном интервале у этого метода выше, чем у Эйлера. И точность вычислений выше у метода Адамса.

3) В чем состоит принцип решения диф.уравнения методом Адамса?

Пусть для задачи Коши найдены каким-либо способом (например, методом Эйлера или Рунге-Кутта) три последовательных значения искомой функции

$$\begin{aligned} y_1 &= y(x_1) = y(x_0 + h), \\ y_2 &= y(x_2) = y(x_0 + 2h), \\ y_3 &= y(x_3) = y(x_0 + 3h). \end{aligned}$$

Вычислим величины,

$$q_0 = hy_0' = hf(x_0, y_0) \quad q_1 = hy_1' = hf(x_1, y_1)$$

$$q_2 = hy_2' = hf(x_2, y_2) \quad q_3 = hy_3' = hf(x_3, y_3)$$

Метод Адамса позволяет найти решение задачи - функцию - в виде таблицы функций. Продолжение полученной таблицы из четырех точек осуществляется по экстраполяционной формуле Адамса:

$$y_{k+1} = y_k + q_k + \frac{1}{2}\Delta q_{k-1} + \frac{5}{12}\Delta^2 q_{k-2} + \frac{3}{8}\Delta^3 q_{k-3}, k = 3,4,\ldots$$

Затем уточнение проводится по интерполяционной формуле Адамса:

$$y_{k+1} = y_k + q_k + \frac{1}{2}\Delta q_{k-1} - \frac{1}{12}\Delta^2 q_{k-2} - \frac{1}{24}\Delta^3 q_{k-3}, \ k = 3,4,\ldots$$

Метод Адамса легко распространяется на системы дифференциальных уравнений. Погрешность метода Адамса имеет тот же порядок, что и метод Рунге-Кутта.

4) Найти частное решение дифференциального уравнения $\boldsymbol{y' = x^2 + 4y}$, соответствующее начальному условию $\boldsymbol{y(0) = 1}$, методом Эйлера на отрезке $\boldsymbol{[0, 1]}$ с шагом $\boldsymbol{h = 0,1}$. Построить таблицу и график приближённого решения.

4. $y' = x^2 + 4y$; $y(0) = 1$ Харьков Д., 220681

$[0, 1]$; $h = 0,1$

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
y	1	1,4	1,967	2,749	3,858	5,417	7,609	10,689	15,014	21,084	29,599
$f(x,y)$	4	5,67	7,884	11,086	15,592	21,918	30,796	43,246	60,696	85,146	
$hf(x,y)$	0,4	0,567	0,788	1,109	1,559	2,192	3,08	4,325	6,07	8,515	

$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$