Fundamentos para Álgebra Lineal

Computación Gráfica

Miguel Barrero P.[1]

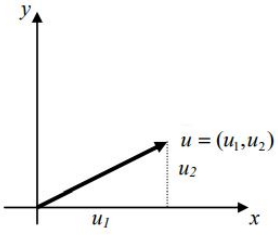
mbarrerop@ucentral.edu.co

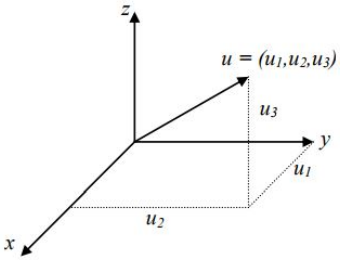
[1] *Universidad Central*

C^{2}UC, Departamento de Ingeniería de Sistemas
February 6, 2020

Agenda

Es un segmento de recta contado a partir de un punto en el espacio, cuya longitud representa a escala una magnitud, una dirección y un sentido que puede ser representado en 2 o 3 dimensiones.





Un espacio vectorial es un conjunto no vacío V de objetos, llamados **vectores** en el que se ha definido dos operaciones: la suma y el producto por un escalar (número real) y que se encuentran sujetos a los siguientes axiomas.

- $u + v = v + u$
- $u + v \in V$
- $(u + v) + w = u + (v + w)$
- Existe un vector nulo $0_v \in V$ tal que $v + 0_v = v$
- Para cada v en V, existe un opuesto $(-v) \in V$ tal que $v + (-v) = 0_v$
- $\alpha v \in V$
- $\alpha(u + v) = \alpha u + \alpha v$
- $(\alpha + \beta)v = \alpha v + \beta v$
- $\alpha(\beta v) = (\alpha\beta)v$
- $1v = v$

Sea V un espacio vectorial y W un subconjunto no vacío de V. W es un **sub espacio** de V:

- si $u, v \in W$, entonces $u + v \in W$
- si $a \in V$ y $u \in W$, entonces $au \in W$

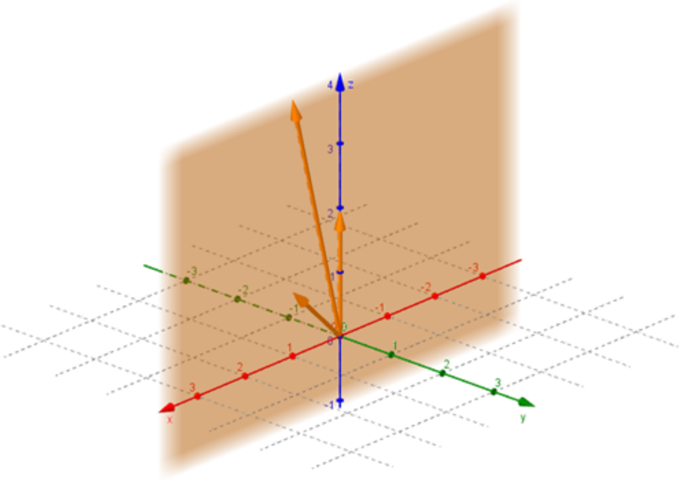
Ejemplo: $W = \left\{(x, y) \in R^2 / x = 0\right\}$

Sean $v_1, v_2, v_3, ...v_r$ de un espacio vectorial V; se dice que w es una combinación lineal de los vectores $v_1, v_2, v_3, ...v_r$ si:

$$w = k_1 v_1 + k_2 v_2 + ...k_r v_r$$

Donde $k_1, k_2, ...k_r$ son escalares.

Ejemplo:
¿El vector $(1, 0, 4)$ sería una combinación lineal de los vectores $(1, 0, 1)$ y $(0, 0, 2)$?


z
x
y

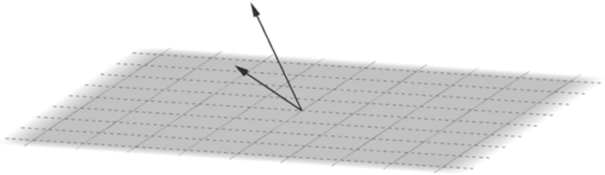
Un conjunto de vectores $\{v_1, v_2, v_3, ...v_r\}$ de un espacio vectorial V es **linealmente dependiente** si y solo si al menos uno de los vectores puede expresarse como una combinación lineal del otro. Si el conjunto $\{v_1, v_2, v_3, ...v_r\}$ es linealmente dependiente admite otras soluciones además de la trivial. Esto quiere decir que al menos uno de los escalares distinto de cero [ISABEL PUSTILNIK, 2017a].

Ejemplo: ¿Es el conjunto $\{(1,0,0),(0,1,0),(1,1,1)\}$ linealmente independiente(LI) o linealmente dependiente (LD)?

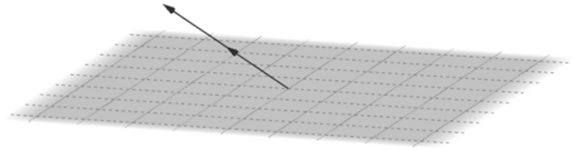
¿Es el conjunto $\{(1,1),(1,-1),(2,0)\}$ linealmente independiente(LI) o linealmente dependiente (LD)?

Consideremos que los vectores de las siguientes imágenes están colocados en el origen de coordenadas. Si se tienen dos vectores v_1 y v_2 son LD si y solo si uno de ellos es un múltiplo escalar del otro [ISABEL PUSTILNIK, 2017b].

Entonces se puede afirmar que dos vectores en R^2 y R^3 son LD si y sólo si están sobre la misma recta que pasa por el origen (vectores paralelos).

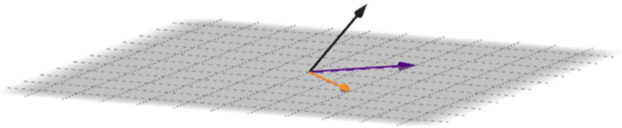


Dos vectores LI en $\mathbb{R}^3$

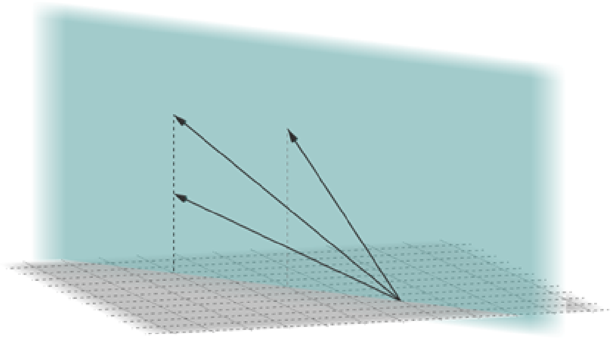


Dos vectores LD en $\mathbb{R}^3$

En R^3, tres vectores v_1, v_2, v_3 son LD si y sólo si están ubicados en el mismo plano.



Tres vectores LI en $\mathbb{R}^3$



Tres vectores LD en $\mathbb{R}^3$

Sea $\{v_1, v_2, v_3, ...v_r\}$ un conjunto de vectores de un espacio vectorial V; si todo vector de V puede expresarse como una combinación lineal de $v_1, v_2, ..., v_r$ entonces se dice que $\{v_1, v_2, v_3, ...v_r\}$ es un **conjunto generador de** V o que también $v_1, v_2, ..., v_r$ generan V.

Una base es un conjunto B del espacio vectorial V si se cumplen las siguientes condiciones:

- Todos los elementos de B pertenecen al espacio vectorial V.
- Los elementos de B forman un sistema linealmente independiente.
- Todo elemento de V se puede escribir como combinación lineal de los elementos de la base B (es decir, B es un sistema generador de V).

Referencias I

ISABEL PUSTILNIK, FEDERICO GÓMEZ. Universidad Tecnológica Nacional, F. R. B. A. (2017a). Conjunto generador.li y ld. base. dimensión. https://aga.frba.utn.edu.ar/conjunto-generador-li-y-ld-base-dimension/.

ISABEL PUSTILNIK, FEDERICO GÓMEZ. Universidad Tecnológica Nacional, F. R. B. A. (2017b). Espacios vectoriales. https://aga.frba.utn.edu.ar/conjunto-generador-li-y-ld-base-dimension/.