



abril de 2020

Nombres: \_\_\_\_\_

**Instrucciones: Resuelva según corresponda. Entregue su hoja de respuestas.**

### Ruta Crítica

En la administración de proyectos es necesario conocer el tiempo que tomará la planificación, diseño e implementación de un proyecto a fin de estimar los recursos necesarios para su conclusión, y ver la viabilidad del mismo. Los recursos pueden ser humanos, técnicos y económicos.

Por esta razón, es necesario determinar la ruta crítica, que se define como aquella secuencia de actividades que demandan el mayor tiempo analizando la red de inicio a final.

Existen dos maneras de expresar una topología en la secuencia de las actividades.

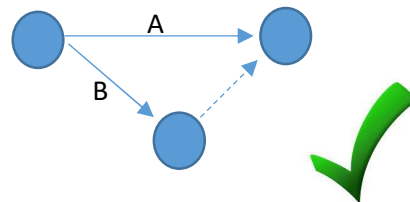
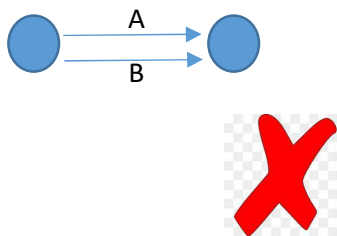
1. Red AOA (Activity On Arc)
2. Red AON (Activity On Node)

El decidir cual emplear depende del origen del texto, Europa o América del Norte; sin embargo, cualquiera de las dos son empleadas actualmente en el ramo productivo en todas las disciplinas.

La equivalencia es la siguiente:

Lo que se debe cuidar al hacer equivalencias entre estas topologías es no tener 2 actividades en un mismo arco entre dos nodos, pues en una analogía equivale a decir que uno tiene 2 pesos simultáneamente, o que uno tiene 2 edades biológicas simultáneamente. Como esto no es posible, hay que emplear un tercer nodo que será para establecer secuencia de actividades, pero no añade tiempo ni costo.

Muchos autores dicen que la red AOA es la forma simplificada de una red AON.





**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**

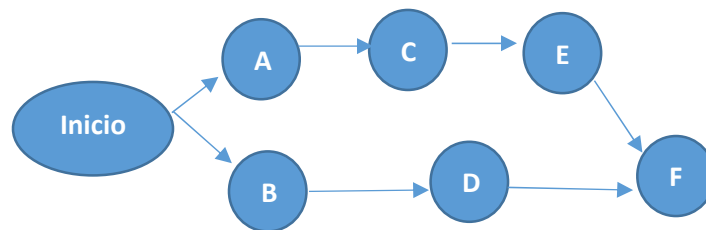


Un equivalente entre redes, se ve en el siguiente ejemplo.

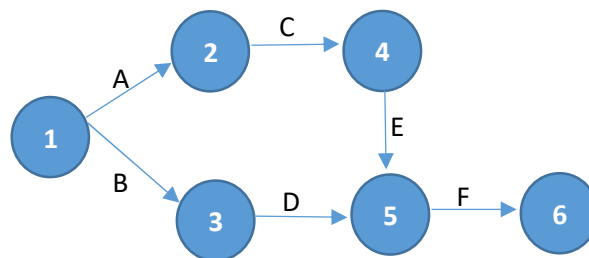
Actividad	Descripción	Tiempo (días)	Antecedente
A	-----	3	--
B	-----	4	--
C	-----	2	A
D	-----	8	B
E	-----	5	C
F	-----	1	D,E

**NOTA:** Cuando se tienen varios inicios o términos en las actividades, se hace uso de un nodo auxiliar, que puede ser de inicio o término, según se requiera.

**Red AON:**



**Red AOA:**



Como se observa, se cumplen la secuencia de actividades en las trayectorias de ambas topologías: ACEF y BDF.

El **método de la ruta crítica** (Critical Path Method, CPM), consiste en identificar la trayectoria de mayor tiempo, así para este ejemplo:

$$ACEF = 3 + 2 + 5 + 1 = 11 \text{ días}$$

$$BDF = 4 + 8 + 1 = 13 \text{ días, Ruta crítica por tener el mayor tiempo.}$$

Eso significa que el tiempo estimado para la conclusión de este proyecto es de 13 días.



Otra forma más de poder obtener la ruta crítica es haciendo uso de **PERT** (Program Evaluation and Review Technique), con la diferencia que esta técnica ofrece mayores datos para la toma de decisiones. Se clasifica en 3 categorías:

1. PERT Tiempo
2. PERT Costo
3. PERT Probabilístico

### PERT Tiempo

Existe de 1, 3 y 4 tiempos. El de 1 tiempo, es como el explicado anteriormente en ruta crítica, el de 3 tiempos es el análisis de la red de inicio a final y el de 4 tiempos es aquel que la analiza de inicio a final y final a inicio. Para que sea más fácil se explica el de 4 tiempos.

Cada actividad tendrá la siguiente casilla.

TIMP	Tiempo de la actividad	TTMP
TIML		TTML

**TIMP:** Tiempo de Inicio Más Próximo

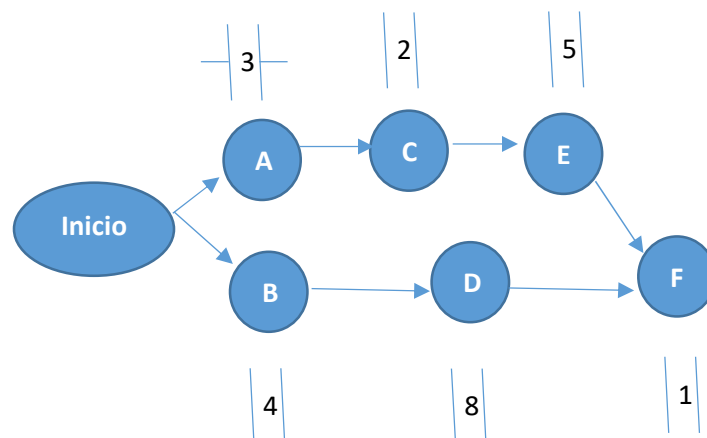
**TIML:** Tiempo de Inicio Más Lejano

**TTMP:** Tiempo de Término Más Próximo

**TTML:** Tiempo de Término Más Lejano

Empleando el ejercicio antes descrito, y usando la topología AON.

Red AON:

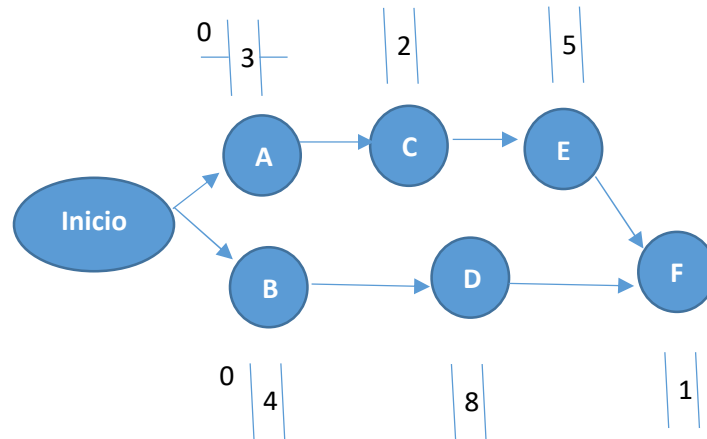




INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES

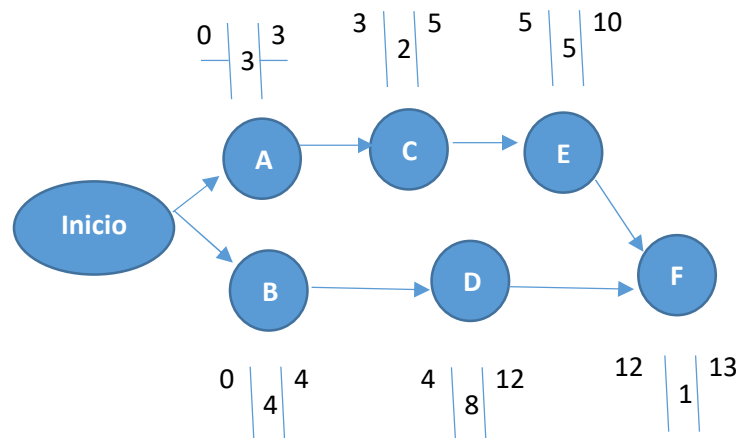


Los TIMP para las actividades A y B son 0 (cero), porque son las primeras actividades del proyecto.

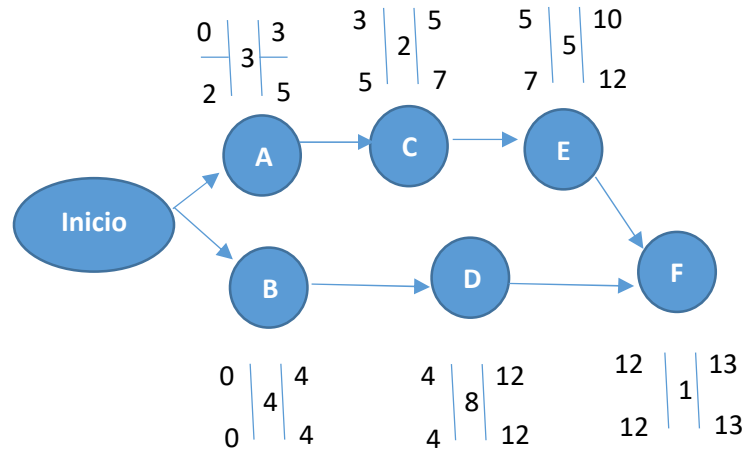


Se suma el Timp al tiempo de la actividad y se coloca en TTMP. Cuando se tenga más de un tiempo de Timp a una actividad como F, se pone el de mayor valor.

El Timp de la siguiente actividad es el TTMP de la actividad previa.



Ahora se copia de la última actividad, el TTMP en TTML, y se analiza la red de final a inicio. Sólo que ahora en vez de sumar se restará. En caso de que de una actividad se deriven 2 o más, se tomará el tiempo menor (lo contrario a analizar la red de inicio a final, donde se toma el mayor tiempo).



Cómo se observa el TTMP=TTML en la última actividad, que equivale a 13, lo que quiere decir, que el proyecto se concluirá en 13 días (mismo resultado obtenido anteriormente).

Con los valores determinados, se puede calcular la **holgura** que se define como el tiempo que una actividad puede demorarse, sin afectar el tiempo de conclusión del proyecto.

$$\text{Holgura} = \text{TTML} - \text{TTMP} = \text{TIML} - \text{TIMP}$$

En caso de que no se cumplan las dos desigualdades anteriormente citadas, significa que se analizó mal la red.

Para nuestro ejemplo, lo holgura sería:

Actividad	Holgura (días)
A	2
B	0
C	2
D	0
E	2
F	0

Las actividades que tienen holgura 0 (cero), corresponden a la ruta crítica BDF=13 días.

Las actividades con holgura diferente de cero ACE, pueden disponer de ese tiempo para retrasarse sin afectar la terminación del proyecto, analizándolas de manera individual, es decir, que de las tres actividades ACE, cualquiera se puede retrasar hasta 2 días, pero una



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



en específico, no dos ni tres al mismo tiempo. Dicho de otra manera, esa trayectoria, como máximo se puede retrasar hasta 2 días.

### PERT Costo

Nos sirve para calcular el costo de nuestro proyecto. Retomando nuestro ejemplo anterior y considerando los siguientes costos, y sabiendo que la ruta crítica es BDF=13 días.

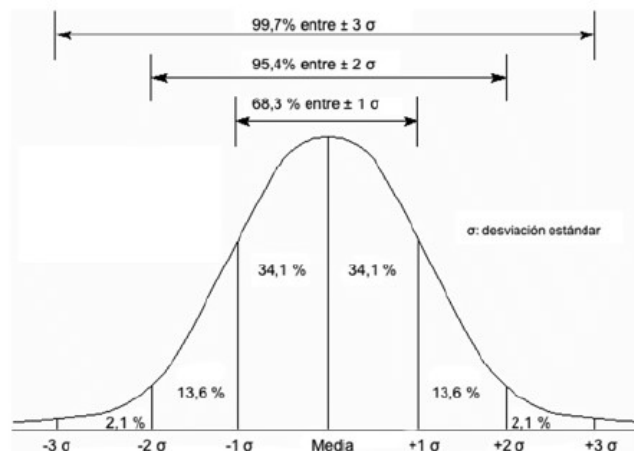
Actividad	Descripción	Tiempo (días)	Antecedente	Costo (\$)
A	-----	3	--	1500
B	-----	4	--	2000
C	-----	2	A	500
D	-----	8	B	850
E	-----	5	C	3000
F	-----	1	D,E	700

El **costo del proyecto es la suma de todas las actividades**, incluida la ruta crítica, así:

$$\text{Costo} = 1500 + 2000 + 500 + 850 + 3000 + 700 = \$7050.00$$

### PERT Probabilístico

Es una aproximación de una distribución  $\beta$  a una N.



Para nuestro caso:

$$t_e = \frac{a + 4m + b}{6}$$



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES



$$\sigma_e = \frac{b - a}{6}$$

Donde:

$t_e$  = Tiempo esperado de la actividad

$a$  = Menor tiempo que una actividad puede tomar

$m$  = Tiempo más probable en que se realiza una actividad

$b$  = Mayor tiempo que una actividad puede tomar

$\sigma_e$  = Desviación estándar de la actividad

Para el proyecto:

$$T_E = \sum t_e \text{ de la ruta crítica}$$

$$\sigma_E = \sum \sigma_e \text{ de la ruta crítica}$$

Donde:

$T_E$  = Tiempo esperado del proyecto

$\sigma_E$  = Desviación estándar del proyecto

De nueva cuenta, empleando nuestro ejercicio con los datos adicionales de a y b.

Actividad	Descripción	a (días)	m (días)	b (días)	Antecedora	Costo (\$)
A	-----	1	3	3	--	1500
B	-----	2	4	5	--	2000
C	-----	2	2	6	A	500
D	-----	4	8	10	B	850
E	-----	4	5	6	C	3000
F	-----	1	1	4	D,E	700



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



Calculando  $T_E$  y  $\sigma_E$ .

Actividad	a (días)	m (días)	b (días)	$t_e$	$\sigma_e$
A	1	3	3	2.67	0.33
B	2	4	5	3.83	0.50
C	2	2	6	2.67	0.67
D	4	8	10	7.67	1.00
E	4	5	6	5.00	0.33
F	1	1	4	1.50	0.50

La ruta crítica ya había sido identificada BDF=13 días:

$$T_E = \sum t_e \text{ de la ruta crítica} = 3.83 + 7.67 + 1.50 = 13.00$$

$$\sigma_E = \sum \sigma_e \text{ de la ruta crítica} = 0.50 + 1.00 + 0.50 = 2.00$$

Si asociamos la F.D.P de  $N(0,1)$  para terminar un proyecto deberíamos estar en  $3\sigma$ , porque es el área bajo la curva que equivale a un 99.7%, que prácticamente podríamos considerar como 100%.

Todas las actividades son dinámicas respecto al tiempo, ejemplo, cuando comemos, no lo hacemos siempre en el mismo tiempo, porque lo podemos hacer demasiado rápido (a), o con sobremesa(b) y disfrutar del postre; sin embargo, tenemos un tiempo promedio (m)

El tiempo del proyecto, incluyendo los tiempos a y b, para su conclusión al 100% considerando imprevistos de retrasos (b) y agilidad en las actividades (a), es:

$$T_{\text{proyecto}} = T_E + 3\sigma_E = 13.00 + 3(2.00) = 19 \text{ días}$$

Es un valor muy apegado a la realidad con el cual se puede trabajar.

De igual forma el conocer  $T_E$  y  $\sigma_E$  nos ayuda a estimar la probabilidad de terminar el proyecto. Por ejemplo, se desea conocer:

- La probabilidad de terminarlo en 10 días.
- La probabilidad de terminarlo en 13 días.
- La probabilidad de terminarlo en 15 días.
- La probabilidad de terminarlo en 20 días

$$P\left(\frac{T - T_E}{\sigma_E}\right)$$

El valor obtenido de la expresión anterior, se busca en las tablas de la F.D.P. Normal(0,1).





Resolviendo:

- a. La probabilidad de terminarlo en 10 días.

$$P\left(\frac{T - T_E}{\sigma_E}\right) = P\left(\frac{10 - 13}{2}\right) = P\left(\frac{-3}{2}\right) = P(-1.5)$$

Evaluando en Excel con la función =DISTR.NORM.ESTAND(-1.5)

$$P(-1.5) = 0.067 = 6.7\% \text{ de probabilidad de concluir el proyecto.}$$

- b. La probabilidad de terminarlo en 13 días.

$$P\left(\frac{T - T_E}{\sigma_E}\right) = P\left(\frac{13 - 13}{2}\right) = P\left(\frac{0}{2}\right) = P(0)$$

Evaluando en Excel con la función =DISTR.NORM.ESTAND(0)

$$P(0) = 0.50 = 50\% \text{ de probabilidad de concluir el proyecto.}$$

- c. La probabilidad de terminarlo en 15 días.

$$P\left(\frac{T - T_E}{\sigma_E}\right) = P\left(\frac{15 - 13}{2}\right) = P\left(\frac{2}{2}\right) = P(1)$$

Evaluando en Excel con la función =DISTR.NORM.ESTAND(1)

$$P(1) = 0.841 = 84.1\% \text{ de probabilidad de concluir el proyecto.}$$

- d. La probabilidad de terminarlo en 20 días

$$P\left(\frac{T - T_E}{\sigma_E}\right) = P\left(\frac{20 - 13}{2}\right) = P\left(\frac{7}{2}\right) = P(3.5)$$

Evaluando en Excel con la función =DISTR.NORM.ESTAND(3.5)

$$P(3.5) = 1.00 = 100\% \text{ de probabilidad de concluir el proyecto.}$$



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



**Conteste con base a la información anterior.**

1. En el protocolo para desarrollar su trabajo terminal, se le solicita elaborar su cronograma, con base al siguiente ejemplo.

Actividad	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY
Análisis y diseño del sistema										
Evaluación de TT I.										
Generación del código.										
Pruebas.										
Reingeniería.										
Generación del Manual de Usuario y la Página web.										
Generación el Reporte Técnico.										
Presentar los resultados en congresos.										
Evaluación de TT II.										

2. Considerando su experiencia como Ingeniero en Sistemas Computacionales, establezca el tiempo en días para cada una de las **actividades** anteriormente descritas (**al menos 10**). Elija su tema de trabajo terminal como referencia. Si no lo tiene aún, defina un tema que le gustaría desarrollar adecuando las actividades (al menos 10).
3. Establezca los tiempos para calcular el tiempo esperado utilizando PERT probabilístico (a,m y b)
4. ¿Cuál es la probabilidad de terminarlo en 90 días?
5. ¿Cuál es la probabilidad de terminarlo en 180 días?
6. ¿Cuál es la probabilidad de terminarlo en 360 días?