



Mayo de 2021

## TRANSPORTE

Los **problemas de transporte** se caracterizan por tener:

1. Número finito de orígenes
2. Número finito de destinos
3. Costo asociado a cada unidad que se desplaza desde cada origen a cada destino.

Se emplean comúnmente para **abatir costos en logística, ya sea de suministro de materia prima, o entrega de producto terminado**. De igual forma, en el traslado de personas ha cobrado especial interés porque dado el alto costo de energéticos en la actualidad, el desplazar personas ha reducido los márgenes de ganancia. Otra área que hace uso extensivo de los algoritmos de transporte es la de mensajería, las ventas en internet han cambiado los paradigmas de compra y han requerido que las entregas sean oportunas, no importando el lugar del mundo en que se trate.

Existen muchas variantes respecto a los métodos empleados, aunque no todos llegan a obtener el mínimo en el costo de la distribución. A continuación, se citan algunos de ellos.

1. Método arbitrario
2. Método esquina noroeste
3. Método costo mínimo
4. Método simplex
5. Método salto de piedra (stepping-stone)
6. Método Vogel
7. Método Húngaro
8. Método de los flujos mutuamente preferibles
9. Método de cost preprocessing
10. Método Min-cost-flow to max-flow
11. Etc.

Para efectos del curso se abordarán los primeros 6 métodos.



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



Generalmente estos problemas se representan como a continuación se muestra.

- ✚ La primera columna son los suministros, es decir, los orígenes.
- ✚ La última columna representa la oferta del producto, por cada origen.
- ✚ La primera fila son los destinos de los productos que salen de los orígenes.
- ✚ La última fila es la cantidad requerida para cada punto de destino.

Las demás celdas, representan los costos y las cantidades asignadas (costo/cantidad).

	D1	D2	D3	...	Dn	Oferta
O1						
O2						
O3						
...						
On						
Demanda						

**El número de orígenes no necesariamente tiene que ser igual al número de destinos.**

**Para poder aplicar los métodos antes mencionados, es necesario que la oferta sea igual a la demanda, sino habrá que equilibrar la tabla.**

Resolveremos un mismo ejercicio por los 5 primeros métodos y compararemos los resultados.

Encontrar la distribución de transporte del siguiente problema.

Una empresa que suministra agua potable a una población dispone de 3 pozos de bombeo, y debe atender 3 tanques de distribución, a fin de atender las necesidades de esa población. Cada pozo Po1, Po2 y Po3 bombea al día, 1500, 3500 y 1400 litros al día respectivamente. Los tanques T1, T2 y T3, tienen una capacidad proporcional al área que atienden, siendo su requerimiento diario de 2400, 3000 y 1000 litros.



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



Los costos asociados a cada litro que se desplaza de cada pozo a cada tanque están representados en la siguiente tabla.

Tabla con los costos asociados al bombeo de cada pozo a cada tanque.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10	\$0.15	\$0.30	1500
Po2	\$0.50	\$0.15	\$0.45	3500
Po3	\$0.25	\$0.35	\$0.40	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Recordando que para aplicar cada método la Oferta tiene que ser igual que la Demanda. Comprobando:

$$Oferta = 1500 + 3500 + 1400 = 6400 \text{ litros}$$

$$Demanda = 2400 + 3000 + 1000 = 6400 \text{ litros}$$

$$Oferta = Demanda$$

**No importa el método empleado, la suma de asignaciones de filas y columnas debe corresponder a la oferta y la demanda de cada fila o columna según corresponda.**

### 1. Método arbitrario

Se asigna arbitrariamente la distribución, así:

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/500 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/0 lt	3500
Po3	\$0.25/400 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/1000 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Verificando la asignación,

- Fila Po1:  $1500+0+0=1500$
- Fila Po2:  $500+3000+0=3500$
- Fila Po3:  $400+0+1000=1400$
- Columna T1:  $1500+500+400=2400$
- Columna T2:  $0+3000+0=3000$



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



- Columna T3:  $0+0+1000=1000$

La suma de filas y columnas corresponde a la oferta y demanda respectivamente.

*Costo de la asignación*

$$\begin{aligned} &= 0.10(1500) + 0.15(0) + 0.30(0) + 0.50(500) + 0.15(3000) \\ &+ 0.45(0) + 0.25(400) + 0.35(0) + 0.40(1000) \end{aligned}$$

*Costo de la asignación* = \$1350

## 2. Método esquina noroeste

Se comienza a asignar de la celda superior izquierda en adelante. Así, la primera celda requiere 2400 lt y le podemos asignar 1500 lt.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/	\$0.15/	\$0.45/	3500
Po3	\$0.25/	\$0.35/	\$0.40/	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

La siguiente esquina superior izquierda a atender es Po2-T1.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/900 lt	\$0.15/	\$0.45/	3500
Po3	\$0.25/0 lt	\$0.35/	\$0.40/	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Se ve que se atendió la demanda de T1. La siguiente esquina superior izquierda a atender es Po2-T2.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/900 lt	\$0.15/2600 lt	\$0.45/0 lt	3500
Po3	\$0.25/0 lt	\$0.35/	\$0.40/	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



Se agotó la oferta que nos podía ofrecer Po2. La siguiente esquina superior izquierda a atender es Po3-T2.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/900 lt	\$0.15/2600 lt	\$0.45/0 lt	3500
Po3	\$0.25/0 lt	\$0.35/400 lt	\$0.40/1000 lt	1400
<b>Demanda(Litros)</b>	<b>2400</b>	<b>3000</b>	<b>1000</b>	

Una vez asignadas todas las unidades, se calcula el costo de la asignación.

*Costo de la asignación*

$$= 0.10(1500) + 0.15(0) + 0.30(0) + 0.50(900) + 0.15(2600) \\ + 0.45(0) + 0.25(0) + 0.35(400) + 0.40(1000)$$

*Costo de la asignación = \$1530*

### 3. Método costo mínimo

Se inicia asignando a la celda de menor costo. En caso de existir más de una, se elige cualquiera. Así se van asignando a las demás celdas en orden de costos de menor a mayor.

Se inicia con Po1-T1, porque es la de menor costo.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/	\$0.15/	\$0.45/	3500
Po3	\$0.25/	\$0.35/	\$0.40/	1400
<b>Demanda(Litros)</b>	<b>2400</b>	<b>3000</b>	<b>1000</b>	

Le sigue Po2-T2.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/	\$0.15/3000 lt	\$0.45/	3500
Po3	\$0.25/	\$0.35/0 lt	\$0.40/	1400
<b>Demanda(Litros)</b>	<b>2400</b>	<b>3000</b>	<b>1000</b>	



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES



Continuamos con Po3-T1.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/	3500
Po3	\$0.25/900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Seguimos con Po3-T3.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/500 lt	3500
Po3	\$0.25/900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/500 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

*Costo de la asignación*

$$= 0.10(1500) + 0.15(0) + 0.30(0) + 0.50(0) + 0.15(3000) \\ + 0.45(500) + 0.25(900) + 0.35(0) + 0.40(500)$$

*Costo de la asignación = \$1250*

#### 4. Método simplex

Hay que formular el P.P.L. y resolverlo como tradicionalmente se hace con simplex.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10	\$0.15	\$0.30	1500
Po2	\$0.50	\$0.15	\$0.45	3500
Po3	\$0.25	\$0.35	\$0.40	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



Cómo se tienen que hacer 9 asignaciones, son 9 variables las que hay que considerar en el modelo matemático, es decir, se busca minimizar el costo y se dispone de los costos de la tabla, que son 9.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/a	\$0.15/b	\$0.30/c	1500
Po2	\$0.50/d	\$0.15/e	\$0.45/f	3500
Po3	\$0.25/g	\$0.35/h	\$0.40/i	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Siendo nuestras variables: a,b,c,d,e,f,g,h,i, podemos plantear nuestro P.P.L.

$$\text{Min } Z = 0.10a + 0.15b + 0.30c + 0.50d + 0.15e + 0.45f + 0.25g + 0.35h + 0.40i$$

s. a.

$$\begin{aligned}a + b + c &\leq 1500 \\d + e + f &\leq 3500 \\g + h + i &\leq 1400 \\a + d + g &\geq 2400 \\b + e + h &\geq 3000 \\c + f + i &\geq 1000 \\a, b, c, d, e, f, g, h, i &\geq 0\end{aligned}$$

Resolviendo el modelo.

$$\begin{aligned}a &= 1500 \\b &= 0 \\c &= 0 \\d &= 0 \\e &= 3000 \\f &= 500 \\g &= 900 \\h &= 0 \\i &= 500\end{aligned}$$

$$Z = 1250$$



## 5. Método salto de piedra

Consiste en aplicar un análisis de sensibilidad a una solución previa para conocer si puede ser susceptible de mejorar.

1. Se debe cumplir que:

$$(Númfilas + Númcolumnas - 1) = (Núm de celdas \neq 0)$$

2. Se deben localizar los ceros, y formar trayectorias cerradas con vértices múltiplos de 90°, y que sean diferentes de cero en la asignación no en el costo, excepto el que se está analizando. (Similares a las figuras de Tetris)
3. Se hace el análisis del costo marginal (referido a 1 unidad), haciendo uso de la figura identificada en el punto anterior.
4. Identificar la trayectoria con menor costo marginal (de los negativos), y hacer las adecuaciones. En caso de no tener costos marginales negativos, significa que no puede haber ahorros sólo incrementos en el costo. Las trayectorias se recorren con signos alternados, para no romper el equilibrio de la tabla.
5. Cuando después de hacer una iteración y haber modificado la asignación no se cumple:

$$(Númfilas + Númcolumnas - 1) = (Núm de celdas \neq 0)$$

Significa que la solución se degeneró, pero es la solución óptima.

Como hay que partir de una solución previa, se puede emplear cualquiera de los tres métodos vistos antes. En este caso, vamos a partir del método arbitrario.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/500 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/0 lt	3500
Po3	\$0.25/400 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/1000 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

*Costo de la asignación*

$$\begin{aligned} &= 0.10(1500) + 0.15(0) + 0.30(0) + 0.50(500) + 0.15(3000) \\ &+ 0.45(0) + 0.25(400) + 0.35(0) + 0.40(1000) \end{aligned}$$





INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES



Costo de la asignación = \$1350

Verificando la igualdad.

$$\begin{aligned}(Númfilas + Númcolumnas - 1) &= (Núm de celdas \neq 0) \\ (3 + 3 - 1) &= (5) \\ (5) &= (5)\end{aligned}$$

Los ceros son:

Po1-T2.  
Po1-T3.  
Po2-T3.  
Po3-T2.

Las trayectorias y los costos marginales son:

Po1-T2.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/500 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/0 lt	3500
Po3	\$0.25/400 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/1000 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Observe que es una trayectoria cerrada, con vértices diferentes de cero y en múltiplos de 90°.

Para el costo marginal CM, se toma primero el vértice analizado (Po1-T2) con signo (+), después su correspondiente par, ya sea fila o columna con signo (-), y así recorreremos la trayectoria hasta llegar al vértice inicial. Para este caso, la trayectoria de los vértices fue: Po1-T2, Po2-T2, Po2-T1 y Po1-T1.

$$CM = 0.15 - 0.15 + 0.50 - 0.10 = \$0.40$$



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES



Po1-T3.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/500 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/0 lt	3500
Po3	\$0.25/400 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/1000 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

La trayectoria de los vértices fue: Po1-T3, Po3-T3, Po3-T1 y Po1-T1.

$$CM = 0.30 - 0.40 + 0.25 - 0.10 = \$0.05$$

Po2-T3.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/500 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/0 lt	3500
Po3	\$0.25/400 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/1000 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

La trayectoria de los vértices fue: Po2-T3, Po3-T3, Po3-T1 y Po2-T1.

$$CM = 0.45 - 0.40 + 0.25 - 0.50 = -\$0.20$$

Po3-T2.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/500 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/0 lt	3500
Po3	\$0.25/400 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/1000 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

La trayectoria de los vértices fue: Po3-T2, Po3-T1, Po2-T1 y Po2-T2.

$$CM = 0.35 - 0.25 + 0.50 - 0.15 = \$0.45$$

Comparando las trayectorias:

Po1-T2: CM=\$0.40

Po1-T3: CM=\$0.25

Po2-T3: CM=-\$0.20



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



Po3-T2:  $CM = \$0.45$

Existe un único valor negativo, entonces optimizaremos respecto a ese valor. Para reordenar la asignación es necesario evaluar los vértices de la menor a la mayor asignación, excepto el cero obviamente.

Po2-T3.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/500 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/0 lt	3500
Po3	\$0.25/400 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/1000 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

La trayectoria de los vértices fue: Po2-T3, Po3-T3, Po3-T1 y Po2-T1.

Como podemos observar las asignaciones son: 0, 1000, 400 y 500.

Descartando el cero, seguiría 400.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1				1500
Po2	\$0.50/500 lt		\$0.45/0 lt	3500
Po3	\$0.25/400 lt		\$0.40/1000 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Evaluando 400 en la trayectoria.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1				1500
Po2	\$0.50/100 lt		\$0.45/400 lt	3500
Po3	\$0.25/800 lt		\$0.40/600 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Como los valores obtenidos son (+), se puede seguir asignando unidades hasta que los valores obtenidos no sean (-).

Evaluando 500 en la trayectoria.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1				1500
Po2	\$0.50/0 lt		\$0.45/500 lt	3500



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



Po3	\$0.25/900 lt		\$0.40/500 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Como los valores obtenidos son (+), se puede seguir asignando unidades hasta que los valores obtenidos no sean (-).

Evaluando 1000 en la trayectoria.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1				1500
Po2	\$0.50/-500 lt		\$0.45/1000 lt	3500
Po3	\$0.25/1400 lt		\$0.40/0 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Como existe un valor (-) en la asignación (-500), ya no se considera esta evaluación, eligiendo la de la iteración anterior que es de 500.

No puede haber unidades (-), porque no se cumple la no negatividad.

Como ya se reasignó con 500 unidades, sólo se copian las demás de la tabla, pues no tuvieron modificaciones, y se puede comprobar que siguen coincidiendo la suma de asignaciones como fila y columna en la demanda y oferta respectivamente.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/500 lt	3500
Po3	\$0.25/900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/500 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

*Costo de la asignación*

$$= 0.10(1500) + 0.15(0) + 0.30(0) + 0.50(0) + 0.15(3000) \\ + 0.45(500) + 0.25(900) + 0.35(0) + 0.40(500)$$

*Costo de la asignación = \$1250*

Es equivalente a restar el ahorro de la iteración anterior.

$$\text{Costo de la asignación} - CM * \text{Unidades asignadas} = \$1350 - 0.20(500)$$



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES



Costo de la asignación = \$1250

Nuevamente hay que volver a iterar hasta que no existan CM negativos.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/500 lt	3500
Po3	\$0.25/900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/500 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Verificando que se cumpla la igualdad.

$$\begin{aligned}(Númfilas + Númcolumnas - 1) &= (Núm de celdas \neq 0) \\ (3 + 3 - 1) &= (5) \\ (5) &= (5)\end{aligned}$$

Localizando los ceros de nuestra distribución, recordar es de la asignación no del costo.

Los ceros son:

Po1-T2.  
Po1-T3.  
Po2-T1.  
Po3-T2.

Las trayectorias y los costos marginales son:

Po1-T2.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/500 lt	3500
Po3	\$0.25/900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/500 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

La trayectoria de los vértices fue: Po1-T2, Po2-T2, Po2-T3, Po3-T3, Po3-T1 y Po1-T1.

$$CM = 0.15 - 0.15 + 0.45 - 0.40 + 0.25 - 0.10 = \$0.20$$



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



Po1-T3.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/500 lt	3500
Po3	\$0.25/900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/500 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

La trayectoria de los vértices fue: Po1-T3, Po3-T3, Po3-T1 y Po1-T1.

$$CM = 0.30 - 0.40 + 0.25 - 0.10 = \$0.05$$

Po2-T1.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/500 lt	3500
Po3	\$0.25/900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/500 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

La trayectoria de los vértices fue: Po2-T1, Po2-T3, Po3-T3 y Po3-T1.

$$CM = 0.50 - 0.45 + 0.40 - 0.25 = \$0.20$$

Po3-T2.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/500 lt	3500
Po3	\$0.25/900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/500 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

La trayectoria de los vértices fue: Po3-T2, Po2-T2, Po2-T3 y Po3-T3.

$$CM = 0.35 - 0.15 + 0.45 - 0.40 = \$0.25$$

Comparando las trayectorias:

Po1-T2: CM=\$0.20

Po1-T3: CM=\$0.05

Po2-T1: CM=\$0.20

Po3-T2: CM=\$0.25



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



Se puede ver que todos los CM son (+), lo que significa que no puede mejorar, y el mínimo de la distribución es:

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/500 lt	3500
Po3	\$0.25/900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/500 lt	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

*Costo de la asignación*

$$= 0.10(1500) + 0.15(0) + 0.30(0) + 0.50(0) + 0.15(3000) \\ + 0.45(500) + 0.25(900) + 0.35(0) + 0.40(500)$$

*Costo de la asignación* = \$1250

## 6. Método Vogel

Este método es una versión mejorada del método del costo mínimo que, por lo general, pero no siempre, produce mejores soluciones iniciales.

*Paso 1.* Para cada fila (columna) determine una medida de penalización restando el elemento de costo unitario mínimo en la fila (columna) del siguiente elemento de costo mínimo en la misma fila (columna).

*Paso 2.* Identifique la fila o columna con la penalización máxima, que rompa los empates arbitrariamente. Asigne lo más posible a la variable con el costo unitario mínimo en la fila o columna seleccionada. Ajuste la oferta y la demanda, y tache la fila o columna satisfecha. Si una fila y una columna se satisfacen al mismo tiempo, sólo se tacha una de las dos, y a la fila restante (columna) se le asigna una oferta (demanda) cero.

*Paso 3.* (a) Si exactamente una fila o columna con oferta o demanda cero permanece sin tachar, dejar de iterar.

(b) Si una fila (columna) con oferta (demanda) positiva permanece sin tachar, determine las variables básicas en la fila (columna) mediante el método del costo mínimo. Dejar de iterar.

(c) Si todas las filas y columnas no tachadas tienen oferta y demanda cero (restantes), determine las variables básicas cero por el método del costo mínimo. Dejar de iterar.

(d) De lo contrario, vaya al paso 1.



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES



Iniciando con los datos que se disponen.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)
Po1	\$0.10	\$0.15	\$0.30	1500
Po2	\$0.50	\$0.15	\$0.45	3500
Po3	\$0.25	\$0.35	\$0.40	1400
Demanda(Litros)	2400	3000	1000	

Se identifica el menor costo de fila columna

Se obtienen las diferencias de los costos menores por fila y columna.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)	
Po1	\$0.10	\$0.15	\$0.30	1500	\$0.15-\$0.10=\$0.05
Po2	\$0.50	\$0.15	\$0.45	3500	\$0.45-\$0.15=\$0.30
Po3	\$0.25	\$0.35	\$0.40	1400	\$0.35-\$0.25=\$0.10
Demanda(Litros)	2400	3000	1000		
	\$0.25-\$0.10=\$0.15	\$0.15-\$0.15=\$0.00	\$0.40-\$0.30=\$0.10		

Se identifica la mayor penalización de fila y columna (\$0.05,\$0.30,\$0.10,\$0.15,\$0.15,\$0.10), en este caso es; **\$0.30**.

Como se trata de una fila, se analiza esta y se selecciona la de menor costo unitario (\$0.50,\$0.15,\$0.45), en nuestro caso es \$0.15, y se hace la mayor asignación posible.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)	Penaliz. 1
Po1	\$0.10	\$0.15/0 It	\$0.30	1500	\$0.15-\$0.10=\$0.05
Po2	\$0.50	\$0.15/3000 It	\$0.45	3500	\$0.45-\$0.15=\$0.30
Po3	\$0.25	\$0.35/0 It	\$0.40	1400	\$0.35-\$0.25=\$0.10
Demanda(Litros)	2400	3000	1000		
Penaliz. 1	\$0.25-\$0.10=\$0.15	\$0.15-\$0.15=\$0.00	\$0.40-\$0.30=\$0.10		





INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES



Nuevamente, se calculan las penalizaciones de los costos menores.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)	Penaliz. 1	Penaliz. 2
Po1	\$0.10	\$0.15/0 lt	\$0.30	1500	\$0.15- \$0.10=\$0.05	\$0.30- \$0.10=\$0.20
Po2	\$0.50	\$0.15/3000 lt	\$0.45	3500	\$0.45- \$0.15=\$0.30	\$0.50- \$0.45=\$0.05
Po3	\$0.25	\$0.35/0 lt	\$0.40	1400	\$0.35- \$0.25=\$0.10	\$0.40- \$0.25=\$0.15
Demanda(Litros)	2400	3000	1000			
Penaliz. 1	\$0.25- 0.10=\$0.15	\$0.15- \$0.15=\$0.00	\$0.40- \$0.30=\$0.10			
Penaliz. 2	\$0.25- 0.10=\$0.15	-----	\$0.40- \$0.30=\$0.10			

Nuevamente, se identifica la mayor penalización de fila y columna (\$0.20,\$0.05,\$0.15,\$0.15,\$0.10), en este caso es; **\$0.20**.

Como se trata de una fila, se analiza esta y se selecciona la de menor costo unitario (\$0.10,\$0.30), en nuestro caso es \$0.10, y se hace la mayor asignación posible.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)	Penaliz. 1	Penaliz. 2
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500	\$0.15- \$0.10=\$0.05	\$0.30- \$0.10=\$0.20
Po2	\$0.50	\$0.15/3000 lt	\$0.45	3500	\$0.45- \$0.15=\$0.30	\$0.50- \$0.45=\$0.05
Po3	\$0.25	\$0.35/0 lt	\$0.40	1400	\$0.35- \$0.25=\$0.10	\$0.40- \$0.25=\$0.15
Demanda(Litros)	2400	3000	1000			
Penaliz. 1	\$0.25- 0.10=\$0.15	\$0.15- \$0.15=\$0.00	\$0.40- \$0.30=\$0.10			
Penaliz. 2	\$0.25- 0.10=\$0.15	-----	\$0.40- \$0.30=\$0.10			



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES



Calculando las penalizaciones.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)	Penaliz. 1	Penaliz. 2	Penaliz. 3
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500	\$0.15- \$0.10=\$0.05	\$0.30- \$0.10=\$0.20	-----
Po2	\$0.50	\$0.15/3000 lt	\$0.45	3500	\$0.45- \$0.15=\$0.30	\$0.50- \$0.45=\$0.05	\$0.50- \$0.45=\$0.05
Po3	\$0.25	\$0.35/0 lt	\$0.40	1400	\$0.35- \$0.25=\$0.10	\$0.40- \$0.25=\$0.15	\$0.40- \$0.25=\$0.15
Demanda (Litros)	2400	3000	1000				
Penaliz. 1	\$0.25- 0.10=\$0.15	\$0.15- \$0.15=\$0.00	\$0.40- \$0.30=\$0.10				
Penaliz. 2	\$0.25- 0.10=\$0.15	-----	\$0.40- \$0.30=\$0.10				
Penaliz. 3	\$0.50- \$0.25=\$0.25	-----	=\$0.45- \$0.40=\$0.05				

Se identifica la mayor penalización de fila y columna (\$0.05,\$0.15,\$0.25,\$0.05), en este caso es; **\$0.25**.

Como se trata de una columna, se analiza esta y se selecciona la de menor costo unitario (\$0.25,\$0.50), en nuestro caso es \$0.25, y se hace la mayor asignación posible.

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)	Penaliz. 1	Penaliz. 2	Penaliz. 3
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500	\$0.15- \$0.10=\$0.05	\$0.30- \$0.10=\$0.20	-----
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45	3500	\$0.45- \$0.15=\$0.30	\$0.50- \$0.45=\$0.05	\$0.50- \$0.45=\$0.05
Po3	\$0.25/ 900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40	1400	\$0.35- \$0.25=\$0.10	\$0.40- \$0.25=\$0.15	\$0.40- \$0.25=\$0.15
Demanda (Litros)	2400	3000	1000				
Penaliz. 1	\$0.25- 0.10=\$0.15	\$0.15- \$0.15=\$0.00	\$0.40- \$0.30=\$0.10				
Penaliz. 2	\$0.25- 0.10=\$0.15	-----	\$0.40- \$0.30=\$0.10				
Penaliz. 3	\$0.50- \$0.25=\$0.25	-----	=\$0.45- \$0.40=\$0.05				

Cómo sólo quedan dos casillas por asignar (\$0.45 y \$0.40), se hace por criterio de menor costo, en este caso se inicia por la celda de \$0.40



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



A fin de asignar todas las unidades, se continúa con la siguiente celda que es la de \$0.45

	T1	T2	T3	Oferta (Litros)	Penaliz. 1	Penaliz. 2	Penaliz. 3
Po1	\$0.10/1500 lt	\$0.15/0 lt	\$0.30/0 lt	1500	\$0.15-\$0.10=\$0.05	\$0.30-\$0.10=\$0.20	-----
Po2	\$0.50/0 lt	\$0.15/3000 lt	\$0.45/500 lt	3500	\$0.45-\$0.15=\$0.30	\$0.50-\$0.45=\$0.05	\$0.50-\$0.45=\$0.05
Po3	\$0.25/900 lt	\$0.35/0 lt	\$0.40/500 lt	1400	\$0.35-\$0.25=\$0.10	\$0.40-\$0.25=\$0.15	\$0.40-\$0.25=\$0.15
Demanda (Litros)	2400	3000	1000				
Penaliz. 1	\$0.25-\$0.10=\$0.15	\$0.15-\$0.15=\$0.00	\$0.40-\$0.30=\$0.10				
Penaliz. 2	\$0.25-\$0.10=\$0.15	-----	\$0.40-\$0.30=\$0.10				
Penaliz. 3	\$0.50-\$0.25=\$0.25	-----	=\$0.45-\$0.40=\$0.05				

Calculando el costo de la asignación,

*Costo de la asignación*

$$= 0.10(1500) + 0.15(0) + 0.30(0) + 0.50(0) + 0.15(3000) \\ + 0.45(500) + 0.25(900) + 0.35(0) + 0.40(500)$$

*Costo de la asignación* = \$1250

Comparando los resultados de los 6 métodos.

Método	Arbitrario	Esquina Noroeste	Costo mínimo	Simplex	Salto de piedra	Vogel
Resultado obtenido	\$1350	\$1530	\$1250	\$1250	\$1250	\$1250



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES**



Se pueden concluir lo siguiente:

Método	Arbitrario	Esquina Noroeste	Costo mínimo	Simplex	Salto de piedra	Vogel
<b>Ventajas</b>	Asignación muy rápida. No implica un alto nivel de complejidad su resolución.	Asignación muy rápida. No implica un alto nivel de complejidad su resolución.	Asignación muy rápida. No implica un alto nivel de complejidad su resolución. La mayoría de las veces llega al valor óptimo.	Llega al valor óptimo.	Llega al valor óptimo en pocas iteraciones. Parte de una solución inicial, se recomienda que sea de la solución de costo mínimo.	Puede llegar a la solución óptima con pocas iteraciones, y no requiere de cálculos complejos.
<b>Desventajas</b>	La mayoría de las veces no llega al valor óptimo.	La mayoría de las veces no llega al valor óptimo.	No siempre llega al valor óptimo.	Hay que plantear el modelo de P.L. Requiere resolver por simplex un problema complejo.	Debe considerarse la habilidad para realizar los grafos, en caso contrario, resulta compleja su resolución. Se llega al óptimo.	No siempre llega al valor óptimo.

Una vez que se han comparado, veremos la forma de resolver problemas cuando:

1. La oferta es mayor que la demanda.
2. La demanda es mayor que la oferta.



### Oferta > Demanda

En estos casos hay que modificar la tabla, a fin de añadir una columna más con la cantidad necesaria para equilibrar la tabla. Los costos de cada celda tendrán un valor de 0 (cero), es decir, serán asignaciones que no se trasladarán, por eso suponen un costo de transporte nulo.

Ejemplo: Resolver la siguiente tabla de transporte.

	D1	D2	D3	Oferta (piezas)
O1	\$10/	\$65/	\$46/	150
O2	\$50/	\$4/	\$78/	1000
Demanda(piezas)	500	75	250	

Recordando que para aplicar cualquier método la Oferta tiene que ser igual que la demanda. Comprobando:

$$\text{Oferta} = 150 + 1000 = 1150 \text{ piezas}$$

$$\text{Demanda} = 500 + 75 + 250 = 825 \text{ piezas}$$

$$\text{Oferta} > \text{Demanda}$$

Para poder resolver hay que balancearla. Atendiendo el procedimiento. Se añade una columna. Vea que el costo es cero para la columna D4.

	D1	D2	D3	D4	Oferta (piezas)
O1	\$10/	\$65/	\$46/	\$0 /	150
O2	\$50/	\$4/	\$78/	\$0/	1000
Demanda (piezas)	500	75	250	325	

Comprobando:

$$\text{Oferta} = 150 + 1000 = 1150 \text{ piezas}$$

$$\text{Demanda} = 500 + 75 + 250 + 325 = 1150 \text{ piezas}$$

$$\text{Oferta} = \text{Demanda}$$



---

Como ya está balanceada, se puede resolver por cualquiera de los métodos antes vistos.

### **Demanda > Oferta**

Este caso se da cuando el producto presenta escasez y no se puede atender a todos los destinos y cubrir su demanda. Si el objetivo es reducir los costos, hay que emplear la asignación por el método de costo mínimo, quedando algunas casillas con desabasto.

Sin embargo, lo más frecuente que suele ocurrir con esta situación en países como el nuestro es un conflicto de intereses sobre la optimización del costo, porque lo más probable es que se atenderá en primera instancia a los clientes que mayor fidelidad o ganancias representen para la organización, y posteriormente quedarán aquellos que no representen tantos ingresos a la compañía, o tanta importancia para la misma, cuando en realidad, todos los clientes son importantes para una organización.