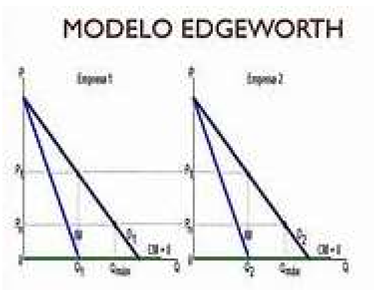
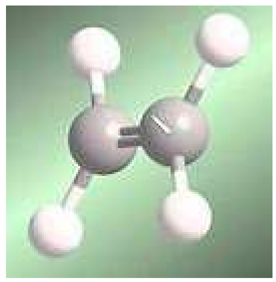
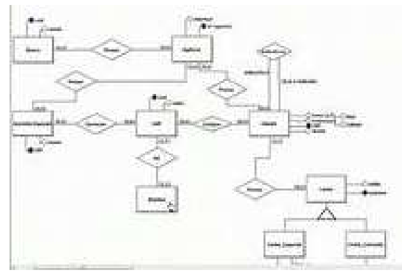
INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES

Definiciones

Modelo: Abstracción simplificada de la realidad.







Tipos de modelos: Gráficos, icónicos, matemáticos, probabilísticos, etc. Depende del área del conocimiento y de lo que se analice. Puede ser tan simple o complejo como se desee.

P.L.: Programación lineal.

P.P.L.: Problema de Programación lineal. Generalmente los P.P.L. buscan maximizar las ganancias y minimizar las pérdidas.

Sistema lineal: Grado 1 (potencia de todas las variables), cumple con las propiedades de adición, proporcionalidad, divisibilidad, etc.

s.a.: Sujeto a.

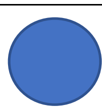
Z: Generalmente se denomina a la función objetivo (F.O.) con esta letra, puede ser mayúscula o minúscula.

Restricción: Es una inecuación que determina el área factible de un sistema lineal.

Área factible o convexa: Son las posibles soluciones que tiene un sistema lineal o no lineal. Está delimitada por las restricciones del sistema.

Área convexa: Es aquella formada por las restricciones de un sistema. Se identifica porque eligiendo un punto al azar sobre su perímetro se puede alcanzar cualquier otro punto del mismo en línea recta de la misma, sin salir del área factible.

Ejemplos:

			
Área convexa ✓	Área no convexa ✗	Área convexa ✓	Área no convexa ✗

Si el área no es convexa, el P.P.L. no tendrá solución.

Existen muchos métodos para determinar el área de las restricciones. Casi siempre estará asociada a 2 planos, ya que en 3, resulta más complejo. Para n planos todavía no existen formas de representación de la 4ª dimensión en adelante.

Para poder encontrarla es necesario graficar cada restricción, y ver el semiplano que representa. Una vez que se identificó el semiplano de cada una, se traslapan todos los semiplanos correspondientes a cada restricción. Ese traslape determina el área convexa, siempre y cuando se cumpla con la definición.

Forma general de un sistema lineal.

$$Z = a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{lcc}
b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \cdots + b_{1n}x_n & < & c_1 \\
b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \cdots + b_{2n}x_n & > & c_2 \\
 & \leq & \\
 & \geq & \\
b_{m1}x_1 + b_{m2}x_2 + \cdots + b_{mn}x_n & = & c_m
\end{array}$$

Puede existir cualquier tipo de desigualdad para cada restricción. $a_n$representa los coeficientes de las variables en la F.O., b_{mn}son los coeficientes de las variables en las restricciones, y c_m son constantes. Cualquiera de estos coeficientes puede adoptar el valor de cero.

No negatividad: Para que tenga sentido la interpretación de nuestro modelo matemático y trabajando con sistemas lineales en nuestro contexto real es necesario que incluya restricciones de no negatividad, es decir, asegurar que todas las variables del modelo sean positivas o cero.

$$x_n \geq 0$$

Así, aseguramos una interpretación correcta de nuestro resultado. Por ejemplo si estamos optimizando espacio, con la no negatividad aseguramos que en realidad exista dicho espacio, es decir, que no obtengamos en valor negativo, pues carecería de sentido disponer de -5 m^3, por citar una cifra.

El hecho de hallar el área que representan las restricciones, no implica que sea una región factible o convexa. Ejemplo:

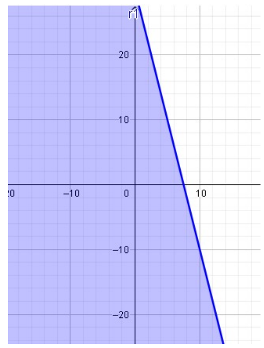
$$r1: 4x + y \leq 30$$

$$r2: 6x + 8y \geq 45$$

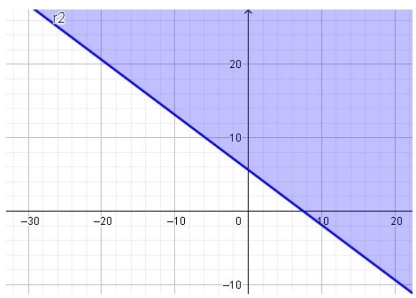
$$r3: x \geq 0$$

La gráfica del semiplano de cada restricción sería:

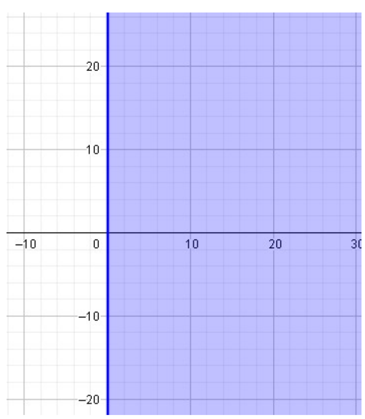
r1:



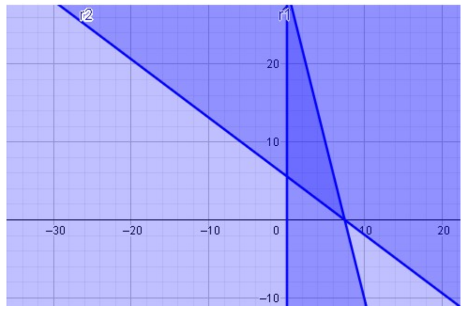
r2:



r3:



El área se encuentra traslapando todos los semiplanos.



Se observa que se forma un triángulo (área más obscura determinada por el traslape de los semiplanos).

NOTA: No necesariamente se pueden encontrar regiones acotadas.

EJERCICIO:

En equipo (3 integrantes), identifique el **área** de los siguientes conjuntos de restricciones de manera gráfica y a mano alzada. Entregue su hoja de respuestas.

1. a) $2x + 3y \leq 25$
   b) $3x + 3y \geq 14$
   c) $x + y \geq 1$

2. a) $x - 2y \leq 25$
   b) $2x + y \geq 10$
   c) $x + y = 5$
   d) $y \geq -1$

3. a) $x + 5y \leq 35$
   b) $2x + y \geq -5$
   c) $4x + 9y \geq 65$
   d) $x \geq 0$

4. a) $x + y \leq 15$
   b) $x - y \geq 10$
   c) $2x + 5y \geq 35$
   d) $x \geq 0$
   e) $y \geq 0$

5. a) $-3x + 4y \leq 40$
   b)$-x - y \geq 30$
   c) $8x + 7y \leq 56$
   d) $x \geq 2$
   e) $y \leq 20$