

compra entre estas marcas es independiente, ¿cuál es la probabilidad de que entre 25 personas seleccionadas al azar, no más de diez tengan preferencia por la marca A?

- 4.10. Supóngase que un examen contiene 15 preguntas del tipo falso o verdadero. El examen se aprueba contestando correctamente por lo menos nueve preguntas. Si se lanza una moneda para decidir el valor de verdad de cada pregunta, ¿cuál es la probabilidad de aprobar el examen?
- 4.11. Un vendedor de seguros sabe que la oportunidad de vender una póliza es mayor mientras más contactos realice con clientes potenciales. Si la probabilidad de que una persona compre una póliza de seguro después de la visita, es constante e igual a 0.25, y si el conjunto de visitas constituye un conjunto independiente de ensayos, ¿cuántos compradores potenciales debe visitar el vendedor para que la probabilidad de vender por lo menos una póliza sea de 0.80?
- 4.12. El gerente de un restaurante que sólo da servicio mediante reservación sabe, por experiencia, que el 15% de las personas que reservan una mesa no asistirán. Si el restaurante acepta 25 reservaciones pero sólo dispone de 20 mesas, ¿cual es la probabilidad de que a todas las personas que asistir al restaurante se les asigne una mesa?
- 4.13. Mediante la probabilidad de Poisson, demostrar la siguiente fórmula de recursión:

$$p(x + 1; \lambda) = \frac{\lambda}{(x + 1)} p(x; \lambda).$$

- 4.14. Sea  $X$  una variable aleatoria de Poisson con parámetro  $\lambda = 2$ . Emplear la fórmula del problema anterior para determinar las probabilidades puntuales de  $X = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  y 8, y hágase una gráfica de la función de probabilidad.
- 4.15. Para un volumen fijo, el número de células sanguíneas rojas es una variable aleatoria que se presenta con una frecuencia constante. Si el número promedio para un volumen dado es de nueve células para personas normales, determinar la probabilidad de que el número de células rojas para una persona se encuentra dentro de una desviación estándar del valor promedio y a dos desviaciones estándar del promedio.
- 4.16. El número de clientes que llega a un banco es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio es de 120 por hora, ¿cuál es la probabilidad de que en un minuto lleguen por lo menos tres clientes? ¿Puede esperarse que la frecuencia de llegada de los clientes al banco sea constante en un día cualquiera?
- 4.17. Supóngase que en un cruce transitado ocurren de manera aleatoria e independiente dos accidentes por semana. Determinar la probabilidad de que ocurra un accidente en una semana y de que ocurran tres, en la semana siguiente.
- 4.18. Sea  $X$  una variable aleatoria binomial. Para  $n = 20$ , calcular las probabilidades puntuales binomiales y compararlas con las correspondientes probabilidades de Poisson para  $p = 0.5, 0.3, 0.1$  y 0.01.
- 4.19. Una compañía compra cantidades muy grandes de componentes electrónicos. La decisión para aceptar o rechazar un lote de componentes se toma con base en una muestra aleatoria de 100 unidades. Si el lote se rechaza al encontrar tres o más unidades defectuosas en la muestra, ¿cuál es la probabilidad de rechazar un lote si éste contiene un 1% de componentes defectuosos? ¿Cuál es la probabilidad de rechazar un lote que contenga un 8% de unidades defectuosas?

- 4.20. El número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de operación es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio de éstas es ocho:
- ¿Cuál es la probabilidad de que falle un componente en 25 horas?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que fallen no más de dos componentes en 50 horas?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que fallen por lo menos diez en 125 horas?
- 4.21. Mediante estudios recientes se ha determinado que la probabilidad de morir por causa de cierta vacuna contra la gripe es de 0.00002. Si se administra la vacuna a 100 mil personas y se supone que éstas constituyen un conjunto independiente de ensayos, ¿cuál es la probabilidad de que mueran no más de dos personas a causa de la vacuna?
- 4.22. Un fabricante asegura a una compañía que el porcentaje de unidades defectuosas es de sólo dos. La compañía revisa 50 unidades seleccionadas aleatoriamente y encuentra cinco defectuosas. ¿Qué tan probable es este resultado si el porcentaje de unidades defectuosas es el que el fabricante asegura?
- 4.23. El número de accidentes graves en una planta industrial es de diez por año, de manera tal que el gerente instituye un plan que considera efectivo para reducir el número de accidentes en la planta. Un año después de ponerlo en marcha, sólo han ocurrido cuatro accidentes. ¿Qué probabilidad hay de cuatro o menos accidentes por año, si la frecuencia promedio aún es diez? Después de lo anterior, ¿puede concluirse que, luego de un año, el número de accidentes promedio ha disminuido?
- 4.24. El Departamento de Protección del Ambiente ha adquirido 40 instrumentos de precisión para medir la contaminación del aire en distintas localidades. Se seleccionan aleatoriamente ocho instrumentos y se someten a una prueba para encontrar defectos. Si cuatro de los 40 instrumentos se encuentran defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que la muestra contenga no más de un instrumento defectuoso?
- 4.25. Se sospecha que por causa de un error humano se han incluido en un embarque de 50 unidades, dos (o más) defectuosas. El fabricante admite el error y envía al cliente sólo 48 unidades. Antes de recibir el embarque, el cliente selecciona aleatoriamente cinco unidades y encuentra una defectuosa. ¿Debe reclamar una indemnización al fabricante?
- 4.26. Los jurados para una corte federal de distrito se seleccionan de manera aleatoria entre la lista de votantes del distrito. En un determinado mes se selecciona una lista de 25 candidatos. Ésta contiene los nombres de 20 hombres y cinco mujeres.
- Si la lista de votantes se encuentra igualmente dividida por sexo, ¿cuál es la probabilidad de tener una lista que contenga a 20 hombres y cinco mujeres?
  - Supóngase que de esta lista se elige un jurado de doce personas, de las cuales sólo una es mujer. ¿Cuál es la probabilidad de este hecho, si los miembros del jurado se seleccionan de manera aleatoria?
  - Si el lector fuera el abogado de la defensa, ¿qué podría argumentar mediante el empleo de las respuestas de las partes *a* y *b*?
- 4.27. Una compañía recibe un lote de 1 000 unidades. Para aceptarlo se seleccionan diez unidades de manera aleatoria, y se inspeccionan. Si ninguna se encuentra defectuosa, el lote se acepta; de otro modo, se rechaza. Si el lote contiene un 5% de unidades defectuosas:
- Determinar la probabilidad de aceptarlo mediante el empleo de la distribución hipergeométrica.

- b) Aproximar la respuesta de la parte *a* mediante el empleo de la distribución binomial.  
 c) Aproximar la respuesta de la parte *b* mediante el empleo de la distribución de Poisson.

- 4.28. En el ejercicio anterior, ¿cómo cambiarían las respuestas de las partes *a*, *b* y *c* si el tamaño del lote fuera de 40 unidades?
- 4.29. Considérese las funciones de probabilidad binomial y binomial negativa dadas por las expresiones 4.1 y 4.34, respectivamente. Demostrar que:

$$p_{NB}(x; k, p) = \frac{k}{x+k} p_B(k; x+k, p).$$

- 4.30. Sea  $X$  una variable aleatoria binomial negativa con parámetros  $k = 3$  y  $p = 0.4$ . Emplee el resultado del problema anterior para calcular las probabilidades puntuales para los siguientes valores de  $X$ : 0, 1, 2, 3, 4 y 5.
- 4.31. Greenwood y Yule\* dieron a conocer el número de accidentes ocurridos entre 414 operadores de maquinaria, en un periodo de tres meses consecutivos. En la tabla 4.10 la primera columna indica el número de accidentes sufridos por un mismo operador, y la segunda indica la frecuencia relativa para aquellos que habían sufrido la cantidad de accidentes indicada en el lapso de tres meses.

TABLA 4.10

$x$	Frecuencia relativa
0	0.715
1	0.179
2	0.063
3	0.019
4	0.010
5	0.010
6	0.002
7	0.000
8	0.002

Con el procedimiento del ejemplo 4.10, comparar las frecuencias relativas observadas con las correspondientes probabilidades si el número de accidentes es una variable aleatoria binomial negativa.

- 4.32. Un contador recientemente graduado pretende realizar el examen CPA. Si el número de veces que se hace el examen constituye un conjunto de eventos independientes con una probabilidad de aprobar igual a 0.6, ¿cuál es la probabilidad de que no se necesiten más de cuatro intentos para aprobar el examen? ¿Son válidas las suposiciones de independencia y probabilidad constante?

\* Encuesta acerca de la distribución representativa de la frecuencia de múltiples eventos, con especial referencia a la ocurrencia de múltiples ataques de enfermedades o accidentes repetidos, J. of the Royal Statistical Soc. **83** (1920), 255.

3.17. a) Media = 800, Mediana = 554.52; b) 878.89 c) 1757.78; d) 0.3679

3.19. a)  $(1 - 4t)^{-2}$  b)  $E(X) = 8$ ,  $Var(X) = 32$

## Capítulo 4

4.5. a) 0.6562, 0.9346; b) 0.5696, 0.9391

4.7.  $P(X = 4) = 0.0049$ ,  $P(X \geq 4) = 0.0055$ ; existe una inclinación a concluir que la afirmación es incorrecta

4.9. 0.2122

4.11. Seis o más

4.15. 0.7601, 0.9718

4.17. 0.0488

4.19. 0.0803, 0.9862

4.21. 0.6767

4.23. 0.0293, sí

4.25. 0.1837, no

4.27. a) 0.5973; b) 5987; c) 0.6065

4.31.

$x$	Frecuencia relativa	Probabilidad teórica
0	0.715	0.7201
1	0.179	0.1689
2	0.063	0.0630
3	0.019	0.0263
4	0.010	0.0116
5	0.010	0.0053
6	0.002	0.0025
7	0.000	0.0012
8	0.002	0.0006

4.33. a) 0.0189; b) 0.0180; la ocurrencia es poco probable

## Capítulo 5

5.3. a) 0.4649; b) 0.2204; c) 0.0228; d) 0.8643

5.5. a) 1.775; b) 18.225; c) 21.65; d) -1.65; e) 0.2; f) 19.8

5.7. 1018

5.9. 0.00069

5.11. 0.000008; la ocurrencia es muy poco probable

5.13. \$228 000

5.15. a) 0.0256; b)  $\approx 0$ ; c)  $\approx 0$

5.17. Sí, la probabilidad de ocurrencia es virtualmente cero.

5.19. a) 0.5774; b) no

5.21. a) = 4, b = 16