

Como los fabricantes se seleccionan al azar, cualquiera de estos 10 eventos simples será *igualmente probable*, con probabilidad  $1/10$ . Pero cuántos de estos eventos simples resultan en el evento

$A$ : exactamente dos de los “mejores” tres

Se puede contar  $n_A$ , el número de eventos en  $A$ , en dos pasos porque el evento  $A$  ocurrirá cuando seleccione dos de los “mejores” tres y uno de los dos “no mejores”. Hay

$$C_2^3 = \frac{3!}{2!1!} = 3$$

formas de efectuar la primera etapa y

$$C_1^2 = \frac{2!}{1!1!} = 2$$

formas de efectuar la segunda etapa. Aplicando la Regla  $mn$ , encontramos que hay  $n_A = (3)(2) = 6$  de los 10 eventos sencillos en el evento  $A$  y  $P(A) = n_A/N = 6/10$ .

Existen muchas otras reglas de conteo además de las tres presentadas en esta sección. Si usted está interesado en este tema, consulte uno de los numerosos libros de texto sobre matemáticas combinatorias.

## 4.4

## EJERCICIOS

## TÉCNICAS BÁSICAS

**4.17** Usted tiene *dos* grupos de objetos muy diferentes, 10 en el primer grupo y ocho en el segundo. Si selecciona un objeto de cada grupo, ¿cuántos pares diferentes puede formar?

**4.18** Usted tiene *tres* grupos de objetos muy diferentes, cuatro en el primer grupo, siete en el segundo y tres en el tercero. Si selecciona un objeto de cada grupo, ¿cuántas ternas diferentes puede formar?

**4.19 Permutaciones** Evalúe las siguientes *permutaciones*. (SUGERENCIA: Su calculadora científica puede tener una función que permita calcular permutaciones y combinaciones con gran facilidad.)

a.  $P_3^5$    b.  $P_9^{10}$    c.  $P_6^6$    d.  $P_1^{20}$

**4.20 Combinaciones** Evalúe estas *combinaciones*:

a.  $C_3^5$    b.  $C_9^{10}$    c.  $C_6^6$    d.  $C_1^{20}$

**4.21 Seleccionar personas** ¿En cuántas formas se pueden seleccionar cinco personas de entre un grupo de ocho si el orden de selección es importante?

**4.22 Seleccionar personas, otra vez** ¿En cuántas formas se pueden seleccionar dos personas de entre un grupo de 20 si el orden de selección es importante?

**4.23 Dados** Se tiran tres dados. ¿Cuántos eventos simples hay en el espacio muestral?

**4.24 Monedas** Se tiran al aire cuatro monedas. ¿Cuántos eventos simples hay en el espacio muestral?

**4.25 Un problema de urna, otra vez** Se seleccionan tres pelotas de una caja que contiene 10 de ellas. El orden de selección no es importante. ¿Cuántos eventos simples hay en el espacio muestral?

## APLICACIONES

**4.26 ¿Qué ropa usar?** Usted tiene cuatro pares de jeans, 12 playeras limpias y cuatro pares de zapatos tenis. ¿Cuántas combinaciones de ropa (jeans, playeras y zapatos tenis) puede crear?

**4.27 Itinerarios** Un hombre de negocios en Nueva York está preparando un itinerario para visitar seis ciudades principales. La distancia recorrida, y por tanto

el costo del viaje, dependerá del orden en el que planea su ruta. ¿Cuántos itinerarios diferentes (y costos de viaje) son posibles?

**4.28 Planes de vacaciones** Las vacaciones de su familia consisten en un viaje en avión por el país, rentar un auto y una estancia en un hotel de Boston. Si usted puede escoger de entre cuatro líneas aéreas principales, cinco agencias de renta de autos y tres cadenas hoteleras principales, ¿cuántas opciones hay para lugares en sus vacaciones?

**4.29 Un juego de cartas** Tres estudiantes están jugando a las cartas. Deciden escoger al primero en jugar al seleccionar cada uno de ellos una tarjeta de entre el mazo de 52 cartas y ver la de mayor valor y palo. Ordenan los palos de menor a mayor: tréboles, diamantes, corazones y espadas.

- Si la carta se devuelve al mazo después de que cada estudiante escoja, ¿cuántas configuraciones son posibles de entre las tres selecciones?
- ¿Cuántas configuraciones hay en las que cada estudiante escoge una carta diferente?
- ¿Cuál es la probabilidad de que los tres estudiantes escojan exactamente la misma carta?
- ¿Cuál es la probabilidad de que los tres estudiantes escojan cartas diferentes?

**4.30 Comida en el restaurant Gerard's** Un restaurant francés en Riverside, California, ofrece un menú especial de verano en el que, por un costo fijo por comida, se puede escoger una de dos ensaladas, una de dos entradas y uno de dos postres. ¿Cuántas comidas diferentes hay?

**4.31 Jugador de póquer** Se seleccionan cinco cartas de entre un mazo de 52 cartas para una mano de póquer.

- ¿Cuántos eventos simples hay en el espacio muestral?
- Una *escalera real* es una mano que contiene el A, K, Q, J y 10, todas del mismo palo. ¿Cuántas formas hay para obtener una escalera real?
- ¿Cuál es la probabilidad de recibir una escalera real?

**4.32 Póquer II** Consulte el ejercicio 4.31. Usted tiene una mano de póquer con cuatro de una clase.

- ¿Cuántas manos de póquer posibles puede recibir?
- ¿En cuántas formas puede recibir cuatro cartas del mismo valor de cara y además una carta de las otras 48 cartas?
- ¿Cuál es la probabilidad de recibir cuatro de una clase?

**4.33 Encuesta en un hospital** Se va a efectuar un estudio en un hospital para determinar las actitudes de las enfermeras hacia diversos procedimientos administrativos. Si se selecciona una muestra de 10 enfermeras de entre un total de 90, ¿cuántas muestras diferentes se pueden seleccionar? (SUGERENCIA: ¿El orden es importante para determinar la conformación de la muestra a seleccionar para el estudio?)

**4.34 Problemas de tránsito** Se han de seleccionar dos miembros de un concejo municipal, de entre un total de cinco, para formar un subcomité para estudiar los problemas de tránsito de la ciudad.

- ¿Cuántos subcomités diferentes son posibles?
- Si todos los posibles miembros del concejo tienen igual probabilidad de ser seleccionados, ¿cuál es la probabilidad de que sean seleccionados Smith y Jones?

**4.35 La WNBA** El baloncesto profesional es ahora una realidad para jugadoras de baloncesto en Estados Unidos. Hay dos conferencias en la WNBA, cada una con siete equipos, como se muestra en la tabla siguiente.

Conferencia del Oeste	Conferencia del Este
Houston Comets	Indiana Fever
Minnesota Lynx	New York Liberty
Phoenix Mercury	Washington Mystics
Sacramento Monarchs	Detroit Shock
Los Angeles Sparks	Charlotte Sting
Seattle Storm	Connecticut Sun
San Antonio Silver Stars	Chicago Sky

Dos equipos, uno de cada conferencia, se seleccionan al azar para jugar un partido de exhibición.

- ¿Cuántos pares de equipos se pueden escoger?
- ¿Cuál es la probabilidad de que los dos equipos sean el de Los Ángeles y el de Nueva York?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo de la Conferencia del Oeste sea de California?

**4.36 Carrera de 100 metros, otra vez** Consulte el ejercicio 4.14, en el que John, Bill, Ed y Dave corren un sprint de 100 metros. Suponga que todos los corredores están igualmente calificados, de modo que cualquier orden de terminación es igualmente probable. Use la Regla *mn* o permutaciones para contestar estas preguntas:

- ¿Cuántos órdenes de terminación son posibles?
- ¿Cuál es la probabilidad de que Dave gane el sprint?
- ¿Cuál es la probabilidad de que Dave gane y John obtenga el segundo lugar?
- ¿Cuál es la probabilidad de que Ed termine en último lugar?

**4.37 ¿Sesgo en el género?** El siguiente caso ocurrió en Gainesville, Florida. El Consejo de Relaciones Humanas formado por ocho miembros consideró la queja de una mujer que alegaba discriminación, con base en su género, por parte de una compañía local de encuestas. El consejo, compuesto de cinco mujeres y tres hombres, votó 5-3 a favor de la demandante, con las cinco mujeres votando por ella y los tres hombres en contra. El abogado representante de la compañía apeló la decisión del consejo alegando sesgo de género de parte de los miembros del consejo. Si el voto a favor de la demandante fue 5-3 y los miembros del consejo no estuvieran sesgados por el género, ¿cuál es la probabilidad de que el voto se divida en líneas de género (cinco mujeres a favor y tres hombres en contra)?

**4.38 Estudio apresurado** Una estudiante se prepara para un examen al estudiar una lista de 10 problemas; ella puede resolver seis de ellos. Para el examen, el profesor selecciona cinco preguntas al azar de la lista de 10. ¿Cuál es la probabilidad de que la estudiante pueda resolver los cinco problemas en el examen?

**4.39 Negocio de monos** A un mono se le dan 12 bloques: tres en forma de cuadrados, tres como rectángulos, tres como triángulos y igual número como círculos. Si saca tres de cada clase en orden, es decir, tres triángulos, luego la misma cantidad cuadrados y así sucesivamente, ¿sospecharía usted que el mono asocia figuras que tengan forma idéntica? Calcule la probabilidad de este evento.

## 4.5

## RELACIONES DE EVENTO Y REGLAS DE PROBABILIDAD

Hay veces en que el evento de interés se puede formar como una combinación de algunos otros eventos. Sean  $A$  y  $B$  dos eventos definidos en el espacio muestral  $S$ . Aquí hay tres relaciones importantes entre eventos.

**Definición** La **unión** de los eventos  $A$  y  $B$ , denotada por  $A \cup B$ , es el evento en que ocurren  $A$  o  $B$  o ambos.

**Definición** La **intersección** de eventos  $A$  y  $B$ , denotada por  $A \cap B$ , es el evento en que ocurren  $A$  y  $B$ .<sup>†</sup>

**Definición** El **complemento** de un evento  $A$ , denotado por  $A^c$ , es el evento en que  $A$  no ocurre.

Las figuras 4.8, 4.9 y 4.10 muestran representaciones del diagrama de Venn de  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  y  $A^c$ , respectivamente. Cualquier evento simple en el área sombreada es un posible resultado que aparece en el evento apropiado. Una forma de hallar las probabilidades de la unión, la intersección o el complemento es sumar las probabilidades de todos los eventos simples asociados.

<sup>†</sup> Algunos autores usan la notación  $AB$ .

- de servicio (cualitativa)    **b.** la población de respuestas para todos los soldados en el Ejército e Infantería de Marina; población en un momento fijo en el tiempo    **c.** gráficas de barra pareadas; gráficas de barras en columna
- 3.27 a.** .882 (.886 usando la salida impresa Minitab)  
**b.**  $x$  = semanas en exhibición,  $y$  = ingreso bruto a la fecha    **c.** .148;  $-.642$
- 3.29 a.** no    **b.**  $r = -.039$ ; sí    **c.** El conglomerado grande en la esquina inferior izquierda no muestra relación aparente; 7 a 10 estados forman un conglomerado con tendencia lineal negativa  
**d.** reglamentos ambientales locales; población por milla cuadrada; región geográfica
- 3.31 a.** óxido de aluminio (cuantitativas), sitio (cualitativas)    **b.** niveles más altos de óxido de aluminio en Ashley Rails e Isly Thorns
- 3.33 a.** año (cuantitativas), número de redes de hogar (cuantitativas), tipo de red (cualitativa)  
**c.** Las redes inalámbricas aumentarán y las conectadas disminuirán.
- 3.35 a.** fuerte relación lineal positiva  
**b.** .946    **c.**  $b \approx 1$     **d.**  $y = 12.221 + .815x$
- 3.37 b.** fuerte relación lineal negativa
- 3.39 b.** débil relación lineal negativa    **c.** sí; Juneau, Alaska    **d.** relación negativa más fuerte
- 3.43 a.** .635
- 3.45 a.** 0.5    **b.** aumenta    **c.** 2.0; el cruce con el eje  $y$     **d.** 3.25; 4

## Capítulo 4

- 4.1 a.** {1, 2, 3, 4, 5, 6}    **c.** 1/6  
**e.**  $P(A) = 1/6$ ;  $P(B) = 1/2$ ;  $P(C) = 2/3$ ;  
 $P(D) = 1/6$ ;  $P(E) = 1/2$ ;  $P(F) = 0$
- 4.3**  $P(E_1) = .45$ ;  $P(E_2) = .15$ ;  $P(E_i) = .05$  para  $i = 3, 4, \dots, 10$
- 4.5 a.** {NDQ, NDH, NQH, DQH}    **b.** 3/4  
**c.** 3/4
- 4.9 a.** .58    **b.** .14    **c.** .46
- 4.11 a.** seleccionar al azar tres personas y registrar sus géneros    **b.** {FFF, FMM, MFM, MMF, MFF, FMF, FFM, MMM}  
**c.** 1/8    **d.** 3/8    **e.** 1/8
- 4.13 a.** ordenar  $A, B, C$   
**b.** {ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA}  
**d.** 1/3, 1/3
- 4.15 a.** .467    **b.** .513    **c.** .533

- 4.17** 80
- 4.19 a.** 60    **b.** 3,628,800  
**c.** 720    **d.** 20
- 4.21** 6720
- 4.23** 216
- 4.25** 120
- 4.27** 720
- 4.29 a.** 140,608    **b.** 132,600    **c.** .00037  
**d.** .943
- 4.31 a.** 2,598,960    **b.** 4    **c.** .000001539
- 4.33**  $5.720645 \times (10^{12})$
- 4.35 a.** 49    **b.** 1/49    **c.** 2/7
- 4.37** 1/56
- 4.39**  $\frac{4!(3!)^4}{12!}$

## 4.41

$P(A)$	$P(B)$	Condiciones para eventos $A$ y $B$	$P(A \cap B)$	$P(A \cup B)$	$P(A B)$
.3	.4	Mutuamente excluyentes	0	.7	0
.3	.4	Independientes	.12	.58	.3
.1	.5	Independientes	.05	.55	.1
.2	.5	Mutuamente excluyentes	0	.7	0

- 4.43 a.** 3/5    **b.** 4/5
- 4.45 a.** 1    **b.** 1/5    **c.** 1/5
- 4.47 a.** 1    **b.** 1    **c.** 1/3    **d.** 0    **e.** 1/3  
**f.** 0    **g.** 0    **h.** 1    **i.** 5/6
- 4.49 a.** .08    **b.** .52
- 4.51 a.** .3    **b.** no    **c.** sí
- 4.53 a.** no, porque  $P(A \cap B) \neq 0$   
**b.** no, porque  $P(A) \neq P(A|B)$
- 4.55 a.** .14    **b.** .56    **c.** .30
- 4.59 a.**  $P(A) = .9918$ ;  $P(B) = .0082$   
**b.**  $P(A) = .9836$ ;  $P(B) = .0164$
- 4.61** .05
- 4.63 a.** .99    **b.** .01
- 4.65 a.** 154/256    **b.** 155/256    **c.** 88/256  
**d.** 88/154    **e.** 44/67    **f.** 23/35  
**g.** 12/101    **h.** 189/256
- 4.67 a.** .64    **b.** .4982    **c.** .011236
- 4.69 a.** .23    **b.** .6087; .3913
- 4.71** .38
- 4.73** .012
- 4.75 a.** .6585    **b.** .3415    **c.** izquierda