

ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования

Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"

Московский институт электроники и математики им. А.Н. Тихонова

Департамент электронной инженерии

Дисциплина: "Электромагнитные поля и волны в современных  
телекоммуникациях"

ДОМАШНЯЯ РАБОТА

на тему:

Волноводы прямоугольного поперечного сечения. Граничные условия.  
критическая длина волны в волноводах, длина волны в волноводах. Примеры  
решения задач.

Выполнил студент группы  
БИТ-203

\_\_\_\_\_/Ефремов В.В./

Преподаватель:

д.т.н., проф. Нефедов В. Н.

Москва 2023

# Содержание

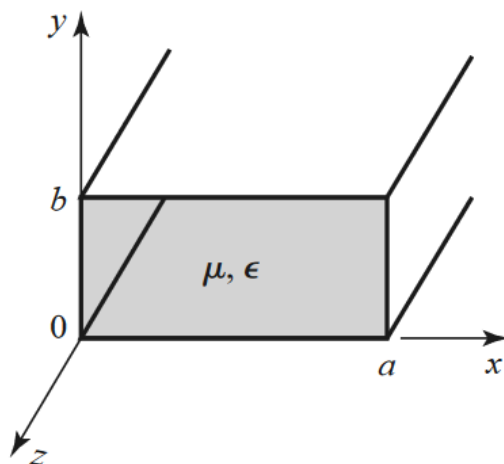
|     |                                   |   |
|-----|-----------------------------------|---|
| 1   | Предисловие                       | 2 |
| 2   | Теория                            | 2 |
| 2.1 | Граничные условия . . . . .       | 3 |
| 2.2 | Критическая длина волны . . . . . | 3 |
| 3   | Примеры задач                     | 4 |
| 4   | Литература                        | 4 |

## 1 Предисловие

Эта работа относительно короткая из-за того, что я плохо планировал и писал в последний момент. Также я затрудняюсь найти хороших задач на тему работы, поэтому взял только одну (да и ту не сильно содержательную).

## 2 Теория

Рассматривая волновод, часто предполагают что это бесконечный цилиндр, т.е. имеет одинаковую форму сечения на всем протяжении. Также удобно выбрать систему координат так, чтобы ось  $Oz$  была направлена вдоль волновода. Для прямоугольных волноводов ось  $Ox$  направляют вдоль большей стороны,  $Oy$  - вдоль меньшей. Будем придерживаться тех же соглашений.



Также часто отдельно выделяют три вида полей, т.к. они заметно проще для рассмотрения.

ТЕМ (transverse electromagnetic wave) -  $E_z = 0, H_z = 0$ , т.е. оба вектора и электрического, и магнитного полей лежат целиком в плоскости перпендикулярной оси волновода.

ТЕ - только  $E_z = 0$ .

ТМ - только  $H_z = 0$ .

## 2.1 Граничные условия

Граничные условия, вообще говоря, не зависят от формы волновода. Требуется лишь чтобы тангенциальная/касательная составляющая электрического поля  $E$  и нормальная составляющая магнитного поля  $B$  были равны нулю на границе волновода.

## 2.2 Критическая длина волны

Волноводы имеют, так называемую, критическую частоту (cut-off frequency). Волна частоты ниже критической не распространяется в волноводе. Более точно - она экспоненциально затухает.

Если говорить о том почему так получается, то нужно обратиться к уравнениям. Если положить, что поля меняются по синусоидальному закону, то из уравнений Максвелла получится уравнение Гемгольца

$$\nabla^2 \vec{L} + k^2 \vec{L} = 0$$

Где,  $\vec{L}$  либо электрическая, либо магнитная составляющие поля.

Это уравнение решается известным методом разделения переменных (положим что  $L(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ , т.е. что неизвестная функция разлагается в произведение компонент, каждая из которых зависит только от одной координаты; после такой замены уравнение распадется на три отдельных уравнения на функции одной переменной, которые легко решаются).

Сами решения не так важны, важно соотношение на один из параметров решения

$$\beta = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$\beta$  - фазовая постоянная, часть постоянной распространения -  $\gamma = \alpha + j\beta$ .

При малых  $k$ , выражение под корнем становится отрицательным,  $\beta$  мнимым, и в  $\gamma$  появляется действительная часть, постоянная ослабления, которая и указывает на то, что волна экспоненциально затухает.

Аккуратное выражение для критической частоты

$$f_{c_{mn}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (2.1)$$

Здесь  $m, n$  - это некоторые целые, неотрицательные числа. Их можно считать параметрами, т.к. в волноводе может распространяться целое семейство волн.

### 3 Примеры задач

**Задача 1.** [1, р. 116, Example 3.1] Рассмотрим отрезок медного волновода заполненного тефлоном с размерами 1.07 см на 0.43 см. Найдите критическую частоту для волны  $TE_{11}$ .

Диэлектрическая проницаемость тефлона  $\varepsilon = 2.08$ , магнитную проницаемость меди будем считать равной единице. Подставляя числа в уравнение 2.1, получаем

$$f_{c11} = \frac{299792458}{2\pi\sqrt{1 \cdot 2.08}} \sqrt{\left(\frac{\pi}{0.0107}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{0.0043}\right)^2} \approx 26.05 \text{ ГГц} \quad (3.1)$$

□

### 4 Литература

[1] David M Pozar. *Microwave engineering; 3rd ed.* Wiley, Hoboken, NJ, 2005.