

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

Московский институт электроники и математики им. А.Н. Тихонова  
Департамент электронной инженерии

Курс: СХЕМОТЕХНИКА ТЕЛЕКОМ УСТРОЙСТВ

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

«АКТИВНЫЙ ФИЛЬТР 2 ПОРЯДКА»

Ефремов Виктор Васильевич  
БИТ-203

Москва  
2022

## Предисловие

Схема фильтра гуглится. Это довольно стандартный фильтр Саллена-Ки ([https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen%E2%80%93Key\\_topology](https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen%E2%80%93Key_topology)). Там же, на вики, есть расчет коэф. усиления, но для схемы без обратной связи.

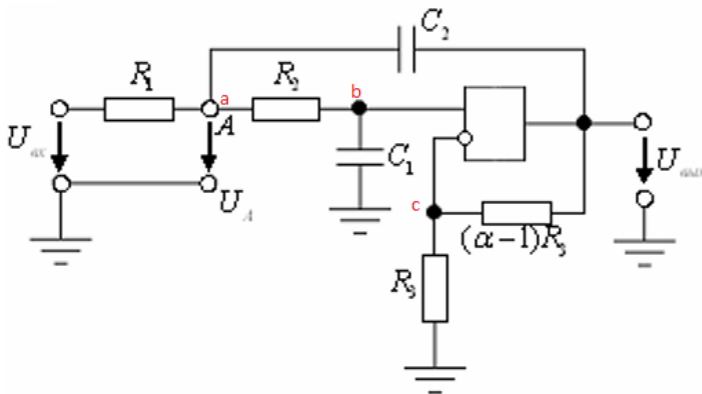
## Задание

Активный фильтр 2-го порядка ФНЧ.

Коэффициент передачи любого фильтра 2-го порядка в общем случае записывается в виде:

$$\dot{K}(\omega) = \frac{d_0 + d_1(j\omega) + d_2(j\omega)^2}{c_0 + c_1(j\omega) + c_2(j\omega)^2} \quad (1)$$

Схема фильтра представлена на рисунке.



$$R_1 = 4,2 \text{ кОм}; R_2 = 6,6 \text{ кОм}; R_3 = 38 \text{ кОм}$$

$$C_1 = 10 \text{ пФ}; C_2 = 15 \text{ пФ}$$

$$\alpha = 2,8$$

### Задание:

1. Найти выражение для комплексного коэффициента передачи  $\dot{K}(\omega)$  фильтра, представленного на схеме. Операционный усилитель считать идеальным.
2. Привести полученное выражение к стандартному виду (1). Для ФНЧ должно получиться  $d_1 = d_2 = 0$ .
3. Найти выражение для вещественного коэффициента передачи  $|\dot{K}(\omega)|$  и определить частоту среза фильтра  $\omega_{cp}$  из условия

$$|\dot{K}(\omega_{cp})| = \frac{K_0}{\sqrt{2}}, \text{ где } K_0 = |\dot{K}(\omega)|_{\omega \rightarrow 0}$$

4. Построить АЧХ.

## Коэф. передачи

Я последовательно нахожу потенциалы точек с, b, а, а затем из законов Кирхгофа коэф. передачи.

Рассмотрим часть цепи идущую через точку с к земле. По закону Кирхгофа для токов

$$\frac{u_{out} - u_c}{(\alpha - 1)R_3} = \frac{u_c}{R_3}$$

$$u_c = \frac{u_{out}}{\alpha}$$

Можно считать, что потенциалы точек b и с равны (т.к. разница между входами должна быть пренебрежимо мала). Нпишем закон Кирхгофа для токов относительно точки b

$$\frac{u_a - u_b}{R_2} = \frac{u_b}{\frac{1}{j\omega C_1}}$$

$$u_a - u_b = u_b j\omega C_1 R_2$$

$$u_a = u_b(1 + j\omega C_1 R_2) = u_c(1 + j\omega C_1 R_2) = \frac{u_{out}(1 + j\omega C_1 R_2)}{\alpha}$$

Напишем теперь аналогичное уравнение относительно точки а и преобразуем

$$\frac{u_{in} - u_a}{R_1} = \frac{u_a - u_{out}}{\frac{1}{j\omega C_2}} + \frac{u_a - u_b}{R_2}$$

$$(u_{in} - u_a)R_2 = (u_a - u_{out})j\omega C_2 R_1 R_2 + (u_a - u_b)R_1$$

$$u_{in}R_2 + u_{out}\left(j\omega C_2 R_1 R_2 + \frac{R_1}{\alpha}\right) = u_a(R_2 + j\omega C_2 R_1 R_2 + R_1)$$

$$u_{in}R_2 + u_{out}\left(j\omega C_2 R_1 R_2 + \frac{R_1}{\alpha}\right) = \frac{u_{out}(1 + j\omega C_1 R_2)}{\alpha}(R_2 + j\omega C_2 R_1 R_2 + R_1)$$

$$u_{in} = \frac{u_{out}}{\alpha} \left( \frac{(1 + j\omega C_1 R_2)(R_2 + j\omega C_2 R_1 R_2 + R_1)}{R_2} - \left( \alpha j\omega C_2 R_1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \right)$$

$$u_{in} = \frac{u_{out}}{\alpha} \left( 1 + j\omega C_1 R_2 + j\omega C_2 R_1 + (j\omega)^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + \frac{R_1}{R_2} + j\omega C_1 R_1 - \alpha j\omega C_2 R_1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$$

$$u_{in} = \frac{u_{out}}{\alpha} (1 + j\omega(C_1(R_1 + R_2) + (1 - \alpha)C_2 R_1) + (j\omega)^2 C_1 C_2 R_1 R_2)$$

$$K(\omega) = \frac{u_{out}}{u_{in}} = \frac{\alpha}{1 + j\omega(C_1(R_1 + R_2) + (1 - \alpha)C_2 R_1) + (j\omega)^2 C_1 C_2 R_1 R_2}$$

Формула уже в нужном виде. Сверху только константа, действительно ФНЧ.

Подставим числа из условия, получим

$$K(\omega) = \frac{2.8}{1 - 5.4 * 10^{-9} * j\omega - 4.158 * 10^{-15} * \omega^2}$$

## Веществ. коэф. передачи и частота среза

Вещественный коэффициент передачи – это просто модуль комплексного коэф-а. Найдем его (чисто в числах, для простоты)

$$|K(\omega)| = \frac{2.8}{\sqrt{(1 - 4.158 * 10^{-15} * \omega^2)^2 + (-5.4 * 10^{-9} * \omega)^2}}$$
$$= \frac{2.8}{\sqrt{1 - 8.316 * 10^{-15} * \omega^2 + 17.288964 * 10^{-30} * \omega^4 + 29.16 * 10^{-18} * \omega^2}}$$
$$K_0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} |K(\omega)| = \frac{2.8}{1} = 2.8$$

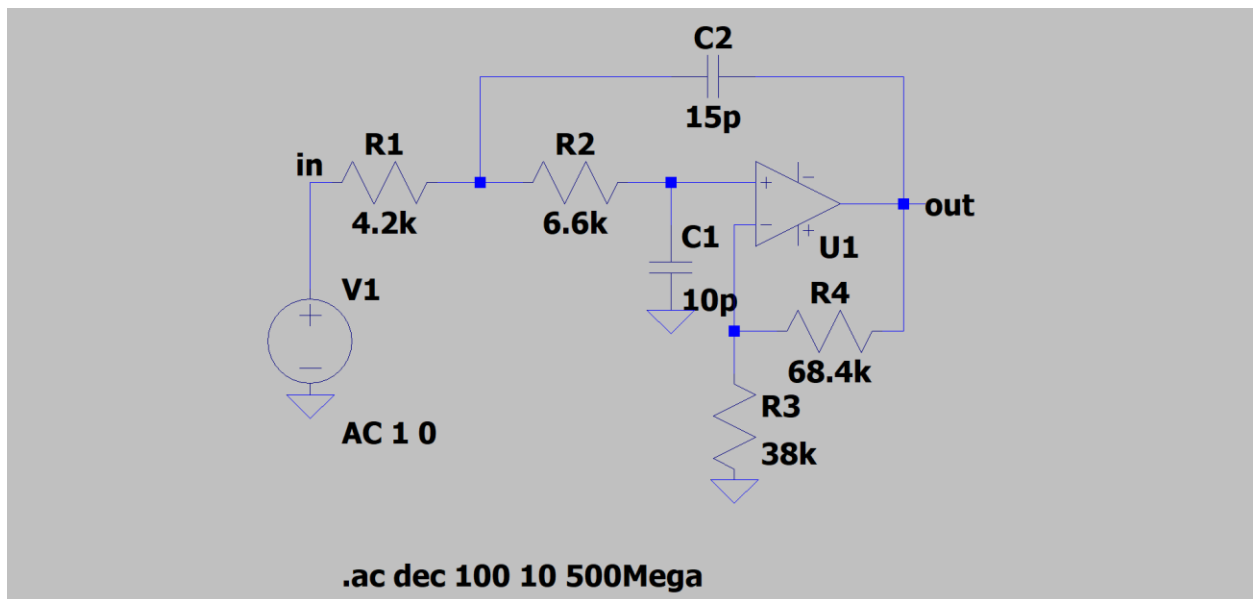
Частота среза – это такая омега, что подкоренное выражение из знаменателя равно 2. Решая уравнение, находим

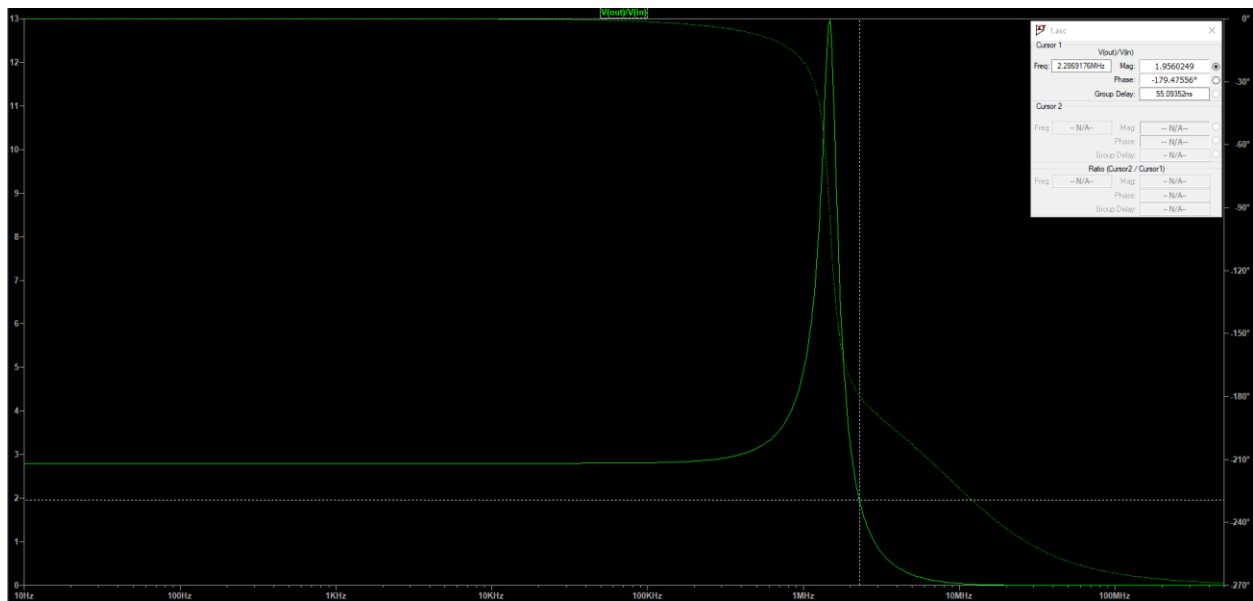
$$\omega_{co} = 24 \text{ МГц}$$

Это циклическая частота, если разделить на  $2\pi$ , то получится 3.83 МГц (нужно чтобы сравнить с симуляцией спайса, т.к. там частоты обычные, без  $2\pi$ ).

## АЧХ

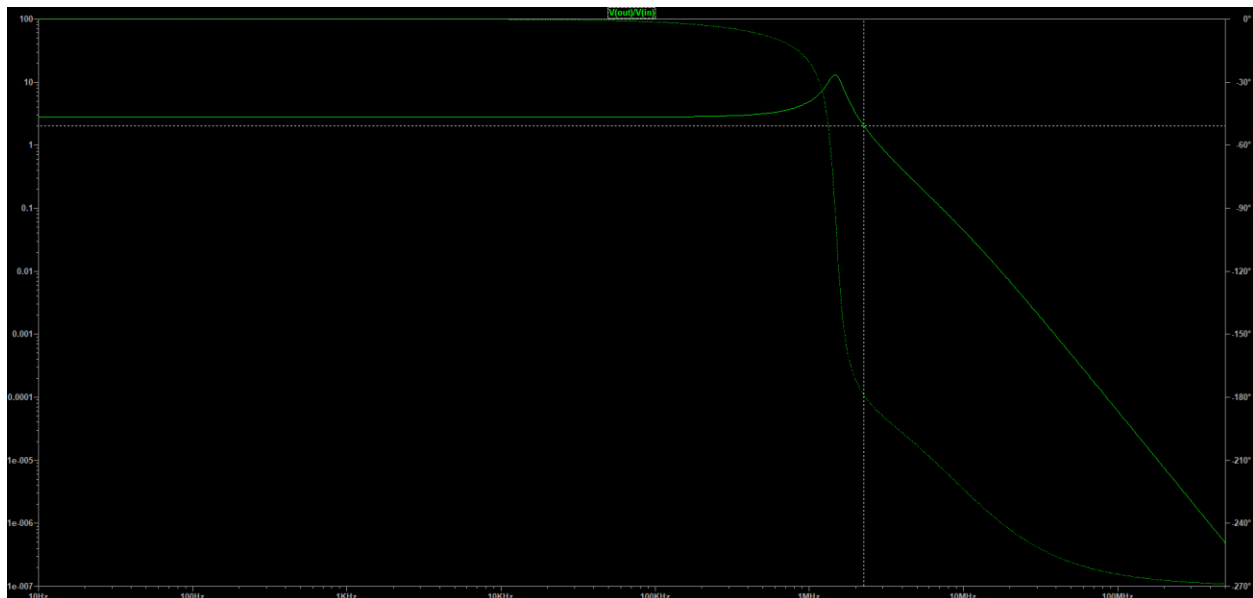
Можно просто построить график функции  $K(\omega)$ , но давайте соберем схему в LTSpice и построим АЧХ там.





Горизонтальная шкала логарифмическая, вертикальная – линейная.

Можно видеть, что частота среза получилась 2.28 МГц. Она сильно отличается от посчитанной руками (3.83 МГц). Я затрудняюсь сказать почему.



Тот же график, но с лог-шкалами по обеим осям. Делать линейную шкалу по горизонтали нет смысла, т.к. пик прижимается к левому краю и на графике становится ничего не видно.