

Prova I

Processamento digital de sinais

Irisson do Nascimento de Lima
Universidade Federal de Santa Catarina
Engenharia Aeroespacial
Joinville, SC
irisson.lima@grad.ufsc.br

Jose Rian Viana Vasconcelos
Universidade Federal de Santa Catarina
Engenharia Aeroespacial
Joinville, SC
vasconcelosrian321@gmail.com

Widmark Kauê Silva Cardoso
Universidade Federal de Santa Catarina
Engenharia Aeroespacial
Joinville, SC
widmarkkaue.s.c@gmail.com

I. INTRODUÇÃO

Este trabalho busca desenvolver um controlador digital para a disciplina de Processamento Digital de Sinais, a fim de avaliar a primeira etapa da matéria.

II. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA EM Z

A partir do método de sintonia de Ziegler-Nichols, podemos observar a resposta da nossa variável de processo a uma perturbação degrau. Assim, como a curva apresenta comportamento superamortecido a aplicação do método é, aparentemente, viável.

TABLE I
INPUTS

Parâmetro	valor
T_D	2
T_1	13.5
K	35

$$G(s) = \frac{35e^{-2s}}{1 + 13.5s} \quad (1)$$

Desta planta, pode-se obter a resposta em malha aberta do sistema contínuo a partir (figura 1).

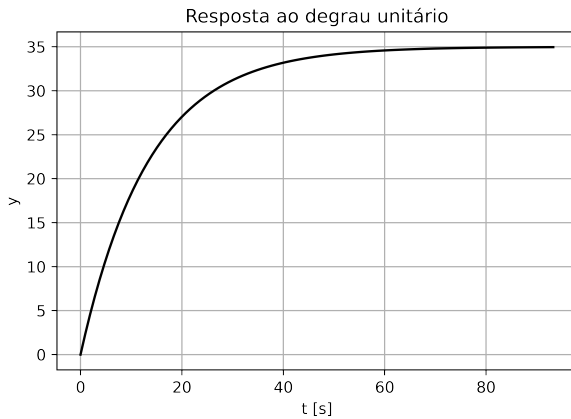


Fig. 1. Resposta ao degrau para malha aberta(Fonte: Autores.)

Dessa forma, desconsiderando o atraso de tempo e, considerando o amostrador retentor de ordem zero (ZOH) podemos obter a resposta da planta no plano Z.

$$ZOH(s) = \frac{1 - e^{-T_s s}}{s} \quad (2)$$

$$G(z) = Z \left\{ \frac{35(1 - e^{-T_s s})}{s(13.5s + 1)} \right\} = \frac{35(1 - e^{-T_s/13.5})}{z - e^{-T_s/13.5}} \quad (3)$$

III. DEFINIÇÃO DO TEMPO DE AMOSTRAGEM

Assim, para definir o valor do tempo de amostragem é necessário garantir a estabilidade do sistema. Para isso, temos que os polos em malha fechada dessa planta deve estar contido no círculo unitário. Ou seja, sendo $G_{mf}(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)}$ temos que $|z| < 1$.

$$1 + G(z) = 35(1 - e^{-T_s/13.5}) + z - e^{-T_s/13.5} = 0 \quad (4)$$

$$\left| 36e^{-T_s/13.5} - 35 \right| < 1 \quad (5)$$

Então, $0 < T_s < 0.772$.

A partir desse resultado podemos perceber o comportamento da planta em malha fechada para diferentes valores de T_s (figura 2).

Podemos perceber o comportamento da planta para diferentes tempos de amostragem. Para tal, percebe-se que, esse sistema em malha fechada com controlador unitário apresenta comportamento variado, de acordo com a seleção do tempo de amostragem.

No primeiro gráfico é observado que o sistema se comporta de forma desestabilizante, ou seja, ao passar um degrau unitário o sistema multiplica seu sinal a cada passo de tempo, instabilizando-o.

O segundo gráfico, a resposta apresenta comportamento não amortecido, ou seja, oscila em duas vezes o valor unitário, sem que exista convergência para valores próximos o de interesse. Esse comportamento também é indesejado, pois, estar a margem da estabilidade pode incumbir em divergência dependendo do comportamento do sinal de entrada, além de não convergir para valores referenciáveis.

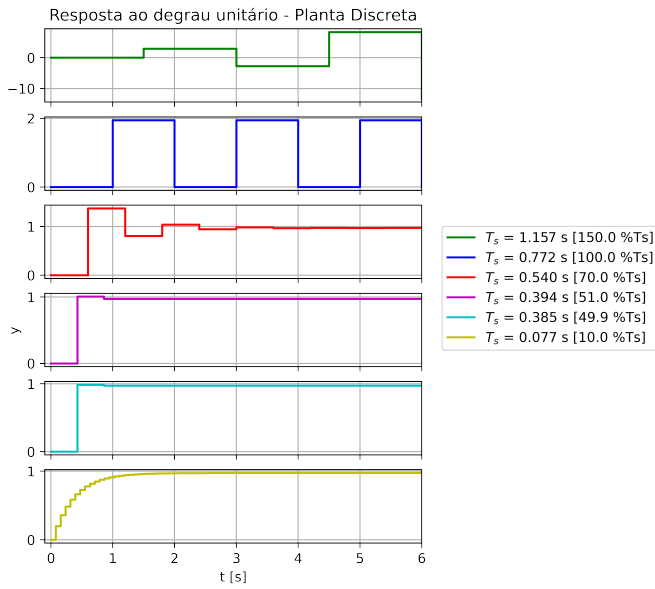


Fig. 2. Resposta ao degrau para diferentes configurações de amostragem(Fonte: Autores.)

O terceiro gráfico, é apresentado uma resposta subamortecida, se comportando como um sistema de segunda ordem em malha fechada, isso não é esperado pois, a depender da intensidade da sobre-passagem, o sistema pode ser danificado. Porém, isso nem sempre é de extrema importância, como no gráfico quatro, sendo pouco significativa a intensidade.

Para os gráficos quatro e cinco podemos enxergar o teorema da amostragem na prática, que se resume a dizer que $\omega_s/2 > \omega_{max}$, ou seja, $T_s \leq T_{s,max}$. Ou seja, apesar de que uma amostragem menor que 0.772 s ser suficiente para amostrar o sinal de forma estabilizante, valores menores que 0.386 s são capazes de representarem bem o comportamento da planta em malha aberta.

Por fim, para o gráfico seis, percebemos que apesar de ser superamortecido o tempo de acomodação do sistema é razoavelmente maior que os outros. Isso se deve ao comportamento dos polos dentro do círculo unitário, assim, para ambos os cinco primeiros casos, a componente real está contida na parte negativa do gráfico. Enquanto isso, para o último caso, o polo se encontra na parte positiva (tabela II).

TABLE II
PARÂMETROS DE ESTABILIDADE

T_s	Polo
$T_s = 1.517$	$-1.958 + 0j$
$T_s = 0.772$	$-1.000 + 0j$
$T_s = 0.540$	$-0.412 + 0j$
$T_s = 0.394$	$-0.034 + 0j$
$T_s = 0.385$	$-0.012 + 0j$
$T_s = 0.077$	$+0.795 + 0j$

IV. LUGAR DAS RAÍZES DO SISTEMA

Outra forma de visualizar a estabilidade do sistema é através do diagrama de lugar das raízes. A partir disso, podemos avaliar características como estabilidade e comportamento da função (figura 5).

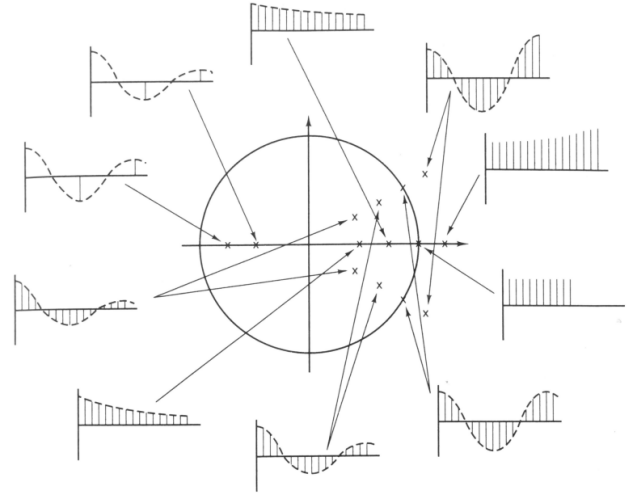


Fig. 3. Comportamento em torno do círculo unitário [1] (Fonte: Phillips and Nagle.)

Assim, a partir disso, para a planta em malha fechada com controlador unitário temos:

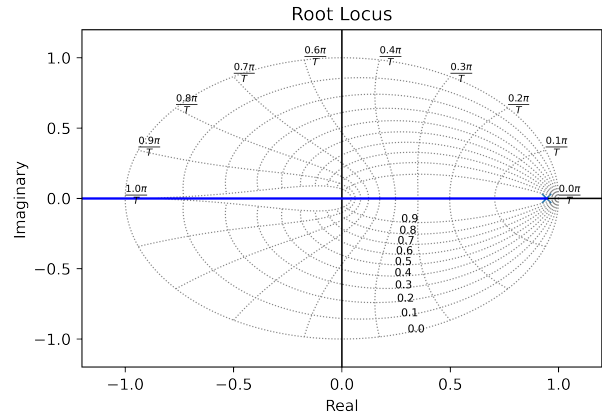


Fig. 4. Lugar das raízes (Fonte: Autores.)

V. PROJETO DO CONTROLADOR

A. Tempo de amostragem e definição dos requisitos

Antes de iniciar o projeto dos controladores utilizados neste trabalho, foi definido um tempo de amostragem de 20 % do tempo mínimo requerido para que o sistema seja estável, como visto nos passos anteriores. Esta escolha deu-se por meio da testagem de variados valores de tempo de amostragem a em buscar do valor que melhor descrevia a resposta o degrau em malha aberta.

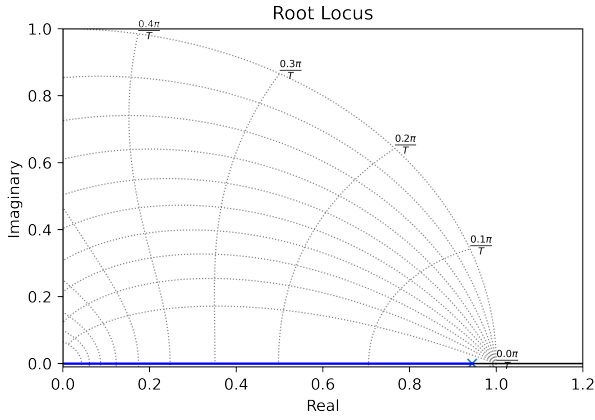


Fig. 5. Lugar das raízes (Fonte: Autores.)

Em relação aos requisitos de controle, foi dado como objetivo que o erro em regime permanente deve ser menor que 2 %, a sobrepassagem de sinal não deve ser maior que 5 % do valor de referência desejado na saída e o tempo de subida não deve ser superior a duas vezes o tempo de subida do sistema sem controle.

Para descobrir o tempo de subida da planta sem controle foi realizado um ensaio ao degrau unitário e, com auxílio da função *stepinfo* do pacote de controle do matlab para o python, foi possível extrair o valor de $T_r = 29.631s$.

Os requisitos para o projeto de controle estão resumidos na tabela IV.

TABLE III
REQUISITOS DE CONTROLE

Parâmetro	Requisito
PSS	$\leq 5 \%$
e_{ss}	$\leq 2 \%$
T_r	$\leq 59.262 s$
T_s	$0.154 s$

B. Sintonia de Ziegler-Nichols

Apesar do atraso de tempo ser desconsiderado na etapa da definição do tempo de amostragem, a metodologia de Ziegler-Nichols pressupõe um atraso de tempo na planta. Desse modo, no projeto dos controladores por essa metodologia foi levado em consideração esta característica da planta.

Para definir os termos dos controladores P, PI e PID basta seguir a tabela apresentada na figura 6 e em seguida montar a expressão conforme a equação 6.

$$C(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] \quad (6)$$

Assim, a resposta ao degrau unitário para cada um dos controladores e seus respectivos termos são apresentados na figura 7 e na tabela ??.

É possível notar que nenhum dos controladores obtidos pela sintonia satisfaz os requisitos estabelecidos. Assim, os autores

Controller	K_p	T_i	T_d
Proportional	$\frac{T_1}{K T_D}$		
PI	$\frac{0.9 T_1}{K T_D}$	$3.3 T_D$	
PID	$\frac{1.2 T_1}{K T_D}$	$2 T_D$	$0.5 T_D$

Fig. 6. Sintonia de Ziegler-Nichols (Fonte: Material de Aula.)

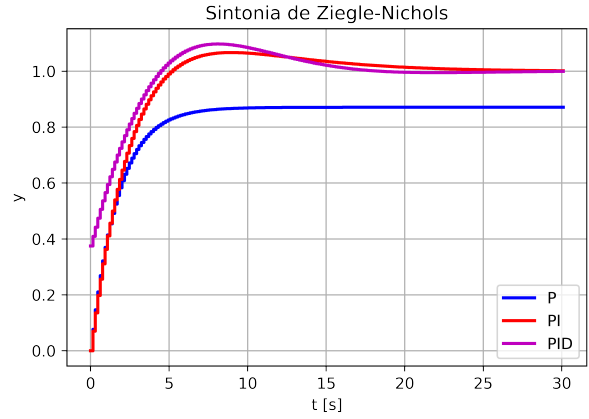


Fig. 7. Controladores de Ziegler-Nichols (Fonte: Autores.)

decidiram realizar uma otimização do controlador PID de Ziegler-Nichols de modo que os critérios estabelecidos fossem contemplados.

C. Otimização do controlador PID de Ziegler-Nichols

Para as requisições de projeto, ou seja, para atender os requisitos de erro em regime permanente menor que 2%, sobrepassagem menor que 5% e tempo de subida inferior a duas vezes o tempo de subida em malha aberta, a modelagem de um controlador PID pelo método de sintonia de Ziegler-Nichols não atende diretamente os requisitos. Assim, os termos proporcional, integrador e derivativo deveriam ser ajustado manualmente.

Porém, um ajuste manual não necessariamente selecionaria o melhor valor possível. Assim, os autores escreveram um código de varredura capaz de selecionar diversos valores de K_p , T_i e T_d que atendessem os critérios. Disso, para escolher um controlador que possuísse uma característica média mais próxima do PID pelo método de Ziegler-Nichols (ZN), foi calculado o desvio percentual médio (PM) do elemento (equação 7) e a distância média (DM) dos parâmetros (equação 8).

$$PM = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{|K_p - K_{p,zn}|}{K_{p,zn}} + \frac{|T_i - T_{i,zn}|}{T_{i,zn}} + \frac{|T_d - T_{d,zn}|}{T_{d,zn}} \right] \quad (7)$$

$$DM = \sqrt{(K_p - K_{p,zn})^2 + (T_i - T_{i,zn})^2 + (T_d - T_{d,zn})^2} \quad (8)$$

TABLE IV
CONTROLADORES DE ZIEGLE-NICHOLS

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	0.193	0	0
PI	0.174	6.6	0
PID	0.231	4	1
Controlador	$PSS\%$	$e_{ss}\%$	$T_r\ s$
P	0	12.903	3.55
PI	6.688	0	3.55
PID	9.746	0	3.241

Assim, para cada elemento da figura 8 foi aplicado as relações acima, escolhendo os dois controladores que apresentaram desempenho ótimo conforme os critérios supracitados.

TABLE V
PARÂMETROS PID

Parâmetro	Valor
$K_{p,PM}$	0.271
$T_{i,PM}$	7.111
$T_{d,PM}$	0.889
$K_{p,DM}$	0.614
$T_{i,DM}$	4.444
$T_{d,DM}$	0.889
$K_{p,ZN}$	0.231
$T_{i,ZN}$	4.000
$T_{d,ZN}$	1.000

Ambos os controladores são capazes de proporcionar o comportamento esperado do sistema (tabela VI). Para tanto, é interessante notar que dependendo do parâmetro tomado para maximizar os valores de K_p , T_i e T_d valores de intensidades variadas serão observadas e selecionadas, por mais que o desempenho geral dos controladores não sejam tão diferentes.

TABLE VI
PARÂMETROS PID

Controlador	Sobre-passagem	Erro	Tempo de subida
PID_{PM}	4.240%	0.00%	3.55 s
PID_{DM}	4.538%	0.00%	1.852 s

A comparação da resposta ao degrau para os três PID's, o obtido pela sintonia e os dois pela otimização, é apresentada na figura 9. Note que, eles iniciam com amplitude diferente de zero, provavelmente por conta da não modelagem do atraso de tempo da planta nesta etapa de projeto.

D. Controlador DAHLIN

Por fim, para testar as técnicas aprendidas em sala, os autores realizaram o projeto do controlador DAHLIN, que tem por característica ser um controlador projetado no domínio discreto e com a capacidade de respeitar a dinâmica do sistema.

Para implementar este controlador pode-se utilizar a equação 9 abaixo, em que q é a constante de tempo do sistema, T_s o tempo de amostragem e k um parâmetro relacionado com o atraso de tempo.

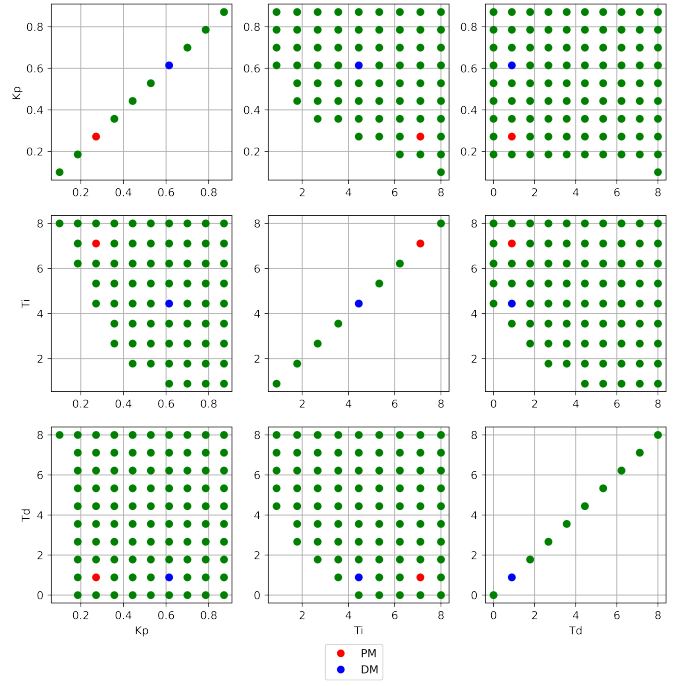


Fig. 8. Mapa dos elementos de PID (Fonte: Autores.)

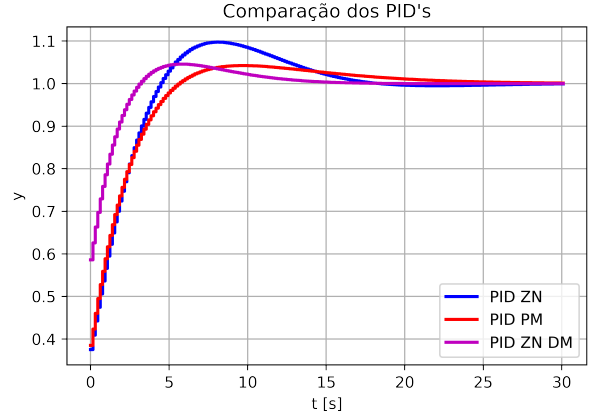


Fig. 9. Comparação dos PID's (Fonte: Autores.)

$$D(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{z^{-k-1}(1 - e^{-T_s/q})}{1 - e^{-T_s/q}z^{-1} - (1 - e^{-T_s/q})z^{-k-1}} \quad (9)$$

Assim, utilizando o mesmo tempo de amostragem definido anteriormente, $q = 13.5\ s$ e $k = 2$, chega-se na expressão para o controlador considerando o atraso de tempo da planta.

$$D(z) = \frac{0.01137z^5 - 0.01124z^4}{0.3978z^7 - 0.3933z^6 - 0.004522z^4}$$

A resposta ao degrau foi ensaiada considerando e desconsiderando o atraso de tempo da planta, ou seja, assumindo um valor para k ou zerando ele. O comportamento das curvas podem ser vistas na figura 10.

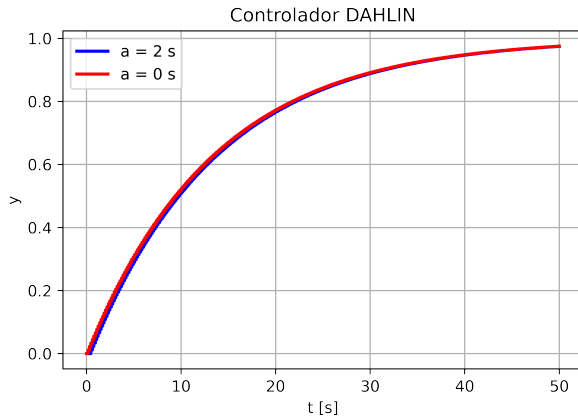


Fig. 10. Controlador DAHLIN (Fonte: Autores.)

VI. SIMULAÇÃO E VALIDAÇÃO DOS CONTROLADORES

A. Simulação usando o Proteus

Para a simulação de um sistema físico, os autores usaram um software capaz de simular o funcionamento elétrico de um Arduino e seus subsistemas [2]. Para esse sistema temos a resposta ao degrau como representado na figura 11.

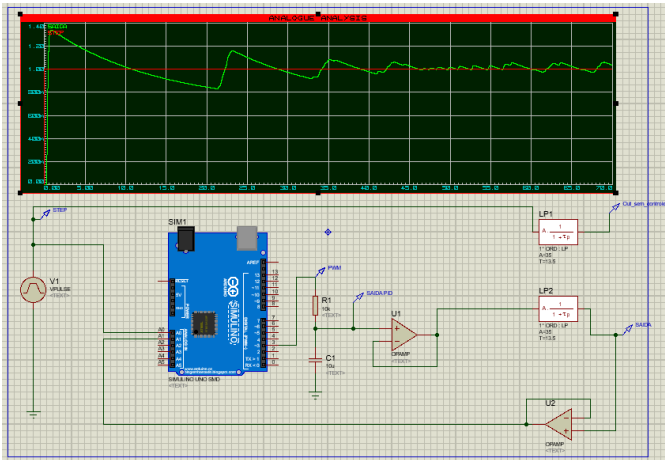


Fig. 11. Circuito base da disciplina (Fonte: Autores.)

A partir de análise empírica do controlador foram variados os valores de K_p , T_i e T_d . Assim, chegou-se em uma resposta que atendesse os requisitos de projeto (figura 12). Sendo assim temos os valores de referência de $K_p = 1.5$, $T_i = 0.1$, $T_d = 0.5$.

B. Simulação usando o Matlab

Utilizando a ferramenta Simulink do Matlab [3] foi implementado o controlador DAHLIN conforme a expressão anterior.

A figura 13 e 14 mostram o esquemático utilizado no diagrama de blocos e a saída do sistema respectivamente.

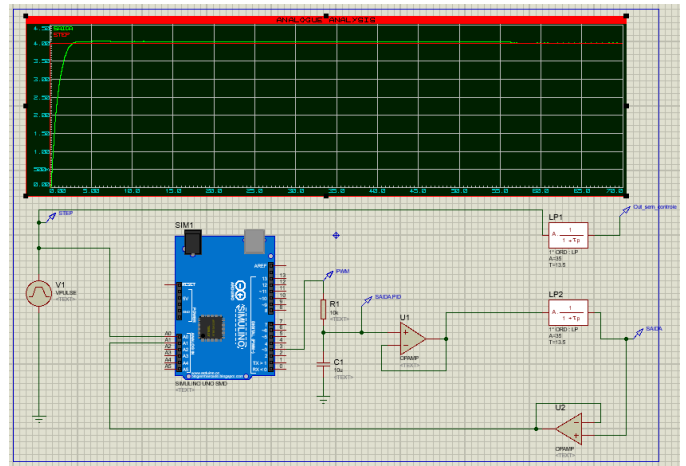


Fig. 12. Circuito funcional base da disciplina (Fonte: Autores.)

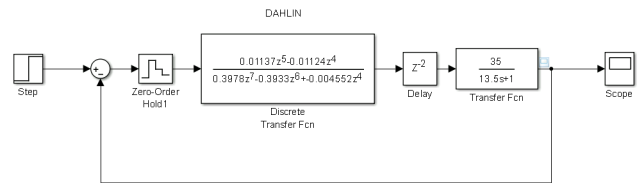


Fig. 13. Diagrama de Blocos (Fonte: Autores.)

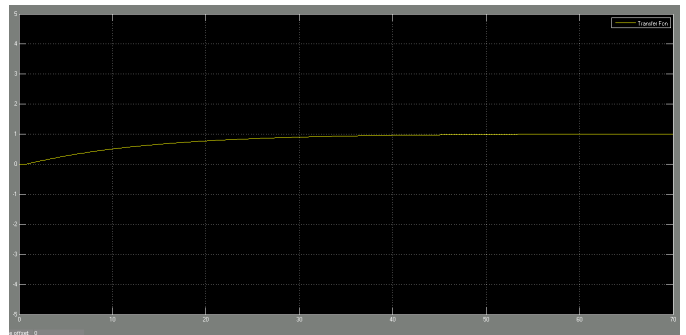


Fig. 14. Resposta ao degrau via simulink (Fonte: Autores.)

VII. CONCLUSÃO

Para as análises feitas, o controlador Dahlin apresenta maior fidelidade com o sistema representado. Para o PID, o sistema destoa da resposta simulada no python. Isso provavelmente se deve ao atraso de tempo, pois, este não foi contabilizado na discretização do sistema.

Além disso, outros fatores que podem ter influenciado na divergência do valor de referência são as flutuações características de sistemas físicos e acúmulo de erro devido a limitações do número de bits.

REFERENCES

- [1] Phillips and Nagle, Digital Control System Analysis and design. Englewood: Prentice Hall, 1984.

- [2] "PCB Design amp; Simulation Made Easy," PCB Design and Circuit Simulator Software - Proteus. [Online]. Available: <https://www.labcenter.com>. [Accessed: 24-Oct-2022].
- [3] "Matlab," MathWorks. [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>. [Accessed: 24-Oct-2022].