

Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №5

по «Вычислительной математике»

«Дифференциальные уравнения, задача Коши»

Выполнил:

Студент группы Р32312

Лебедев В.В.

Преподаватель:

Перл О.В.

Санкт-Петербург

2023

Описание метода

Дифференциальные уравнения n-го порядка - уравнения, которые помимо функций содержат их производные вплоть до n-го порядка.

В нашем случае мы решаем *дифференциальное уравнение первого порядка* - уравнение, содержащее в себе производную первого порядка.

А если точнее, надо найти решение *задачи Коши*.

Задача Коши - состоит в нахождении решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям.

Метод Эйлера позволяет решать задачу Коши путем аппроксимации интегральной кривой кусочно-линейной функцией - *ломаной Эйлера*.

Дифференциальное уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной: $y'(x) = f(x, y)$.

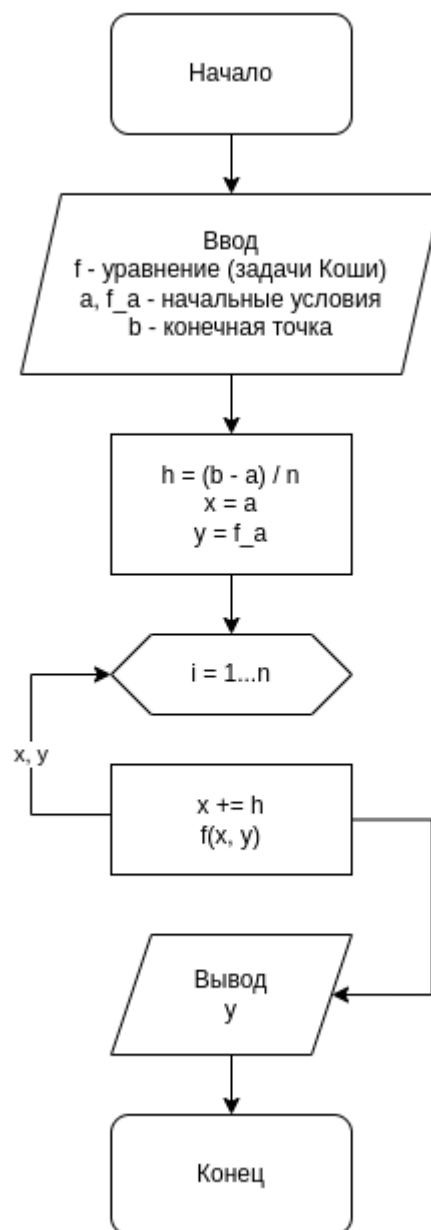
Имея начальные условия - стартовую точку, мы знаем значение производной в ней, исходя из уравнения выше.

Фактически метод строится на свойстве производной:

$$f(x + h) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot h + O(h^2)$$

Поэтому в зависимости от выбора шага h мы можем получать разную точность численного метода.

Блок схема численного метода



Листинг программы

```
def euler_method(f: Callable[[float, float], float],
                 a: float, y_a: float, b: float, n: int = 1000)
    result = []
    dx = (b - a) / n
    x = a
    y = y_a
    for i in range(n):
        result.append((x, y))
        slope = f(x, y)
        x += dx
        y += dx * slope
    result.append((x, y))
    return result
```

Примеры

Equations:

1) $y'(x) = -y * \cos(x) + e^{\sin(x)}$

2) $y'(x) = x^2 + 1 + 2xy / (1 + x^2)$

Enter equation name [1 ... 2]: 1

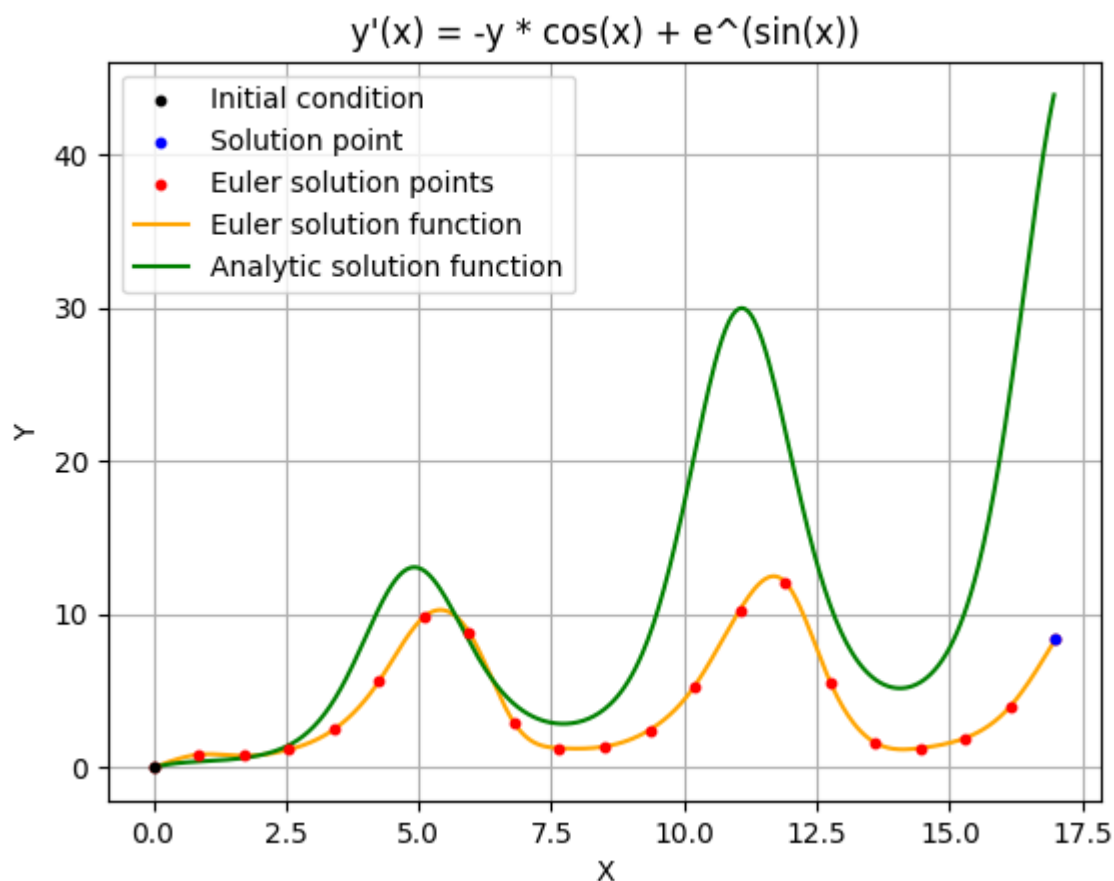
Enter initial condition argument [-1000.0 ... 1000.0]: 0

Enter initial condition value [-1000.0 ... 1000.0]: 0

Enter the point you are interested in [0.0 ... 1000.0]: 17

Enter number of steps [2 ... 1000]: 20

Analytical solution: $y(x) = x * e^{-\sin(x)}$



Equations:

1) $y'(x) = -y * \cos(x) + e^{\sin(x)}$

2) $y'(x) = x^2 + 1 + 2xy / (1 + x^2)$

Enter equation name [1 ... 2]: 2

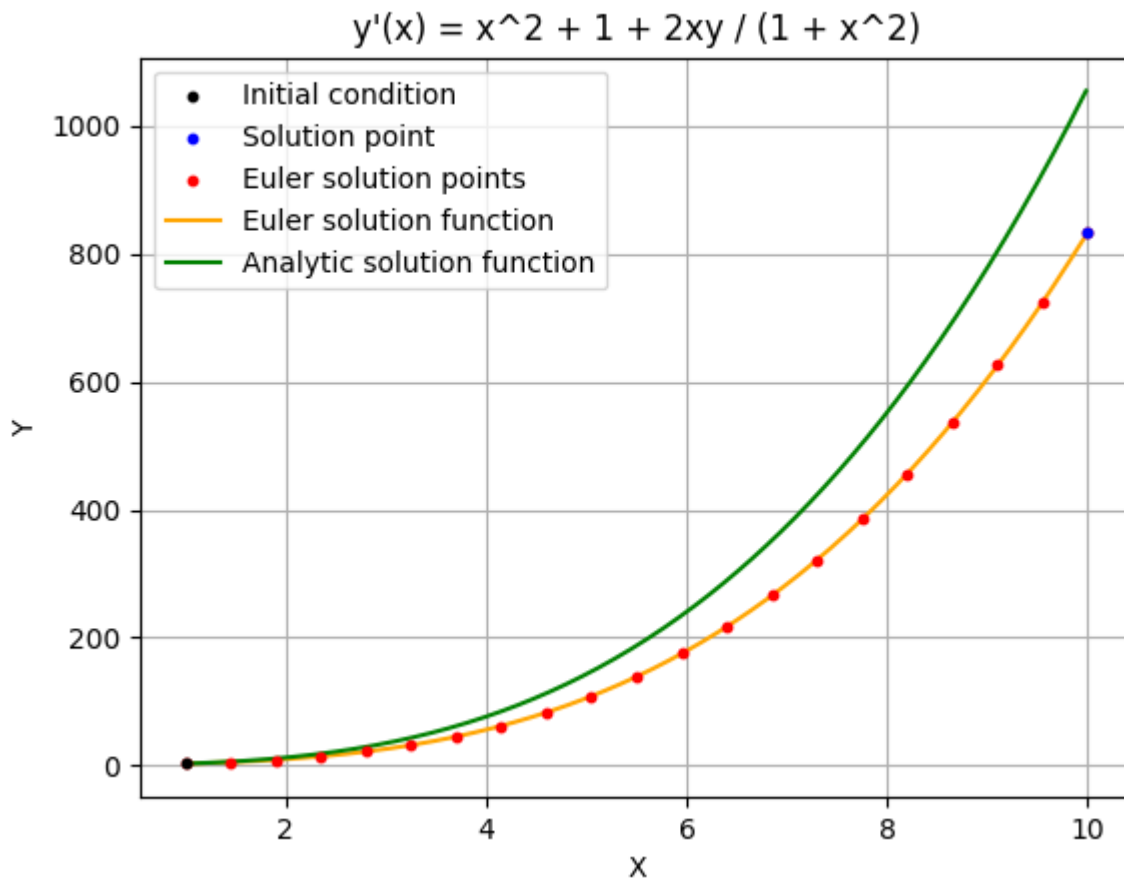
Enter initial condition argument [-1000.0 ... 1000.0]: 1

Enter initial condition value [-1000.0 ... 1000.0]: 3

Enter the point you are interested in [1.0 ... 1000.0]: 10

Enter number of steps [2 ... 1000]: 20

Analytical solution: $(x + 1/2)(1 + x^2)$



Вывод

Асимптотическая оценка: $O(n)$

Метод использует только один цикл, который проходит n шагов.

Анализ применимости и сравнение с другими методами:

Метод применяется аэро- и гидродинамике, где часто встает задача решения дифференциальных уравнений, в финансах, например, при вычислении compound interest, а также в анимации, например procedural animations и задачи inverse kinematics.

Метод Эйлера является простейшим примером семейства методов Рунге-Кутты. Но на практике, могут использоваться методы Рунге-Кутты других порядков.

Многошаговые методы требуют нахождения начальных значений, что производится одношаговыми методами. Поэтому без одношаговых методов не обойтись.

Также одношаговые методы могут иметь динамический шаг, то есть менять величину шага прямо во время работы.