Oefening 1

Toon aan dat

$$(0.2)_{10} = (0.0011\overline{0011}...)_2 \,.$$

Deze gelijkheid laat zien dat de voorstelling van hetzelfde getal in verschillende talstelsels eindig of juist oneindig kan zijn. Een al bekent voorbeeld hiervan is $(0.1)_3 = (0.\bar{3}...)_{10}$.

Oefening 2

Relatieve fout vs. juiste beduidende cijfers
We beschouwen nu de getallen in drijvende komma voorstelling. Zij n de positie van het eerste beduidende cijfer van $\bar{x}$ en k die van het laatste juiste cijfer. M.a.w. zijn er $q = n - k + 1$ juiste beduidende cijfers. Toon aan dat er geldt

$$\frac{1}{2}\beta^{-q-1} < \frac{|x-\bar{x}|}{|x|} \leq \frac{1}{2}\beta^{-q+1}.$$

Hoe kan men de relatieve fout gebruiken om het aantal juiste beduidende cijfers te bepalen?

Hint: Gebruik de definitie van juiste cijfers en merk op dat $\beta^n \leq |x| < \beta^{n+1}$ (waarom?).

Oefening 3

Een benadering van de functie $f(x) = \sin(x)$ wordt geven door de reeksontwikkeling

$$y_n(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

Schrijf een MATLAB programma dat het aantal juiste cijfers na de komma van de benadering $y_n(x)$ plot. Maak hierbij twee grafieken: één voor x vast en n variërend en één voor n vast en x variërend.

Oefening 4

Maak oefening 13 op blz. 55.

Oefening 5

Schrijf een programma om

$$S_N = \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{1}{n} - \frac{1}{1+n}\right] = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n(n+1)}$$

te berekenen. Vergelijk de absolute fout van de eerste sommatie met de absolute fout van de tweede sommatie voor $N = 10^k, k = 1 : 7$. Verklaar de resultaten.

Oefening 6 (Supplementair)

Landau symbolen.
Geef aan of de volgende beweringen juist, of onjuist zijn. Motiveer je antwoord.

(a) $\cos x - 1 + \frac{x^2}{2} = \mathcal{O}(x^4)$ voor $x \to 0$

(b) $x^3 = \mathcal{O}(x^2)$ voor $x \to \infty$

(c) $x^3 = \mathcal{O}(x^2)$ voor $x \to 0$

(d) $\log(\sqrt{n}) = o(\log n)$