Mathematatik für die Informatik B - Hausaufgabenserie 2

Henri Heyden, Ali Galip Altun
stu240825, stu242631

Aufgabe 1

Beh.: Die Aussage beschrieben in der Aufgabenstellung gilt nicht, das heißt es gilt: $\exists (x_n)_n, (y_n)_n \in \mathcal{S}(\mathbb{R}_{\neq 0}), \lim_n x_n = \lim_n y_n = +\infty : \lim_n \frac{x_n}{y_n} \notin \overline{\mathbb{R}}$

Vor.: $n \in \mathbb{N}$.

Bew.: Sei $a_n := n + n^2 + n^2 \cdot (-1)^n$ und $b_n = n^2$.

Dann gilt: $\frac{a_n}{b_n} = \frac{n+n^2+n^2\cdot(-1)^n}{n^2} = \frac{1}{n} + 1 + (-1)^n$.

Wir werden nun den Limes dieser Folge versuchen zu berechnen. Betrachte folgende Umformung:

$$\begin{aligned}
\lim_n \frac{a_n}{b_n} &= \lim_n \left(\frac{1}{n} + 1 + (-1)^n\right) && \mid \text{Kombinationssätze} \\
&= \lim_n \frac{1}{n} + \lim_n 1 + \lim_n (-1)^n && \mid \text{Ausrechnen} \\
&= 0 + 1 + \lim_n (-1)^n && \mid \lim_n (-1)^n \notin \overline{\mathbb{R}} \\
&\notin \overline{\mathbb{R}}.
\end{aligned}$$

Damit gilt was zu zeigen war, also gilt die Aussage aus der Aufgabenstellung leider nicht. $\square$

Aufgabe 2