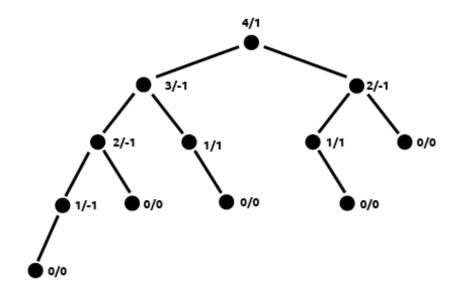
## Einführung in die Algorithmik

Assignment 5.2

Nike Pulow, Henri Heyden stu239549, stu240825

## 5.2.1



Der Baum enthält 12 Werte, dabei treten die Balancen 0, 1 und -1 auf. Es könnte ein Baum konstruiert werden, der einer linearen Liste gleicht und aus nur einem linken Teilbaum bestehen. In diesem Fall würden höhere Disbalancen auftreten, die Konstruktion allerdings nicht mehr den Voraussetzungen für einen AVL-Baum entsprechen.

Ein balancierter Baum der Höhe 5 kann maximal  $2^5 - 1 = 31$  Werte enthalten. In jeder Ebene, begonnen mit Ebene 1, die ein Element enthält, wird die Anzahl verdoppelt.

## 5.2.2

Vier Szenarien können beim Löschen eines Elementes in einem AVL-Baum auftreten:

- Der gelöschte Knoten war ein Blatt: In diesem Fall ändert sich die Höhe des Baumes nur, wenn das gelöschte Element das einzige Element in dieser Ebene ist. In diesem Fall ändert sich die Höhe an an der Wurzel des Baumes, sowie an allen Knoten, die auf dem Weg zum gelöschten Element liegen.
- 2. Der gelöschte Knoten hat einen einzigen rechten Kindknoten. In diesem Fall rücken alle Elemente dieses Kindknotens eine Ebene nach oben. Es ändert sich dann die Höhe des Teilbaums. Sollte der linke Teilbaum des übergeordneten Knotens eine geringere Höhe gehabt haben, als der rechte Teilbaum des übergeordneten Knotens, dann kann sich hierbei auch die gesamte Höhe des Baumes ändern.

## Einführung in die Algorithmik Assignment 5.2

Nike Pulow, Henri Heyden stu239549, stu240825

- 3. Der gelöschte Knoten hat einen einzigen linken Kindknoten. In diesem Fall wird das größte Element des linken Teilbaums an die Stelle des zu löschenden Elementes gesetzt. Dabei ist sicher, dass dieser Knoten keinen rechten Teilbaum hat. Es kann sich die Höhe nur dann ändern, wenn das größte Element des linken Teilbaums das einzige Element in dieser Höhenebene gewesen ist, dann ändert sich die gesamte Höhe des Baumes.
- 4. Der gelöschte Knoten hatte zwei Kindknoten: In diesem Fall wird das größte Element des linken Teilbaums als Ersatz verwendet. Der eingefügte Knoten wird an der Position des gelöschten Knotens platziert, der restliche Teilbaum bleibt unverändert. Die Höhe des Baums ändert sich, wenn die Höhe des eingefügten Knotens im linken oder rechten Teilbaum unterschiedlich ist.

Da das größte Element des linken Teilbaums keinen rechten Teilbaum besitzen kann, muss hier nur sein linker Teilbaum betrachtet werden. Dieser kann maximal eine Höhe von 1 haben, also maximal 2 Elemente enthalten, die "tiefer" gehen, als das größte Element des linken Teilbaums, da andernfalls eine Disbalance existiert.

Da sich bei Löschoperationen die Höhe der einzelnen Knoten innerhalb des betreffenden Teilbaums verändern können, können an diesen Stellen auch Disbalancen auftreten, sobald die Differenz der Höhen zweier Teilbäume größer als 1 wird. Diese Disbalancen müssen dann durch Rotation ausgebessert werden.

Durch das Löschen eines Elementes und das damit verbundene Ersetzen des Knotens durch den größten Wert des linken Teilbaumes kann sich die Höhe an verschiedenen Stellen des Baumes nur um maximal den Wert 1 ändern. Dadurch können keine Disbalancen, die größer als 2 sind auftreten, was dazu führt, dass bei jeder Löschoperationen eine (Doppel-)Rotation ausreichend ist, um den AVL-Baum wieder auszubalancieren.