

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра «Прикладная математика»

Отчёт

по лабораторной работе №1

по дисциплине

«Вычислительные комплексы»

Выполнил студент

В. А. Рыженко

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург, 2020 г.

# Содержание

<b>1. Постановка задачи</b>	<b>3</b>
1.1. Задача 1 . . . . .	3
1.2. Задача 2 . . . . .	3
<b>2. Теория</b>	<b>3</b>
2.1. Определение . . . . .	3
2.2. Теорема . . . . .	3
2.3. Теорема. (признак Бекка). . . . .	4
<b>3. Реализация</b>	<b>4</b>
<b>4. Результаты</b>	<b>4</b>
4.1. Задача 1 . . . . .	4
4.2. Задача 2 . . . . .	5
<b>5. Приложения</b>	<b>5</b>

# 1. Постановка задачи

## 1.1. Задача 1

Имеем 2x2 матрицу  $\mathbf{A}$  (1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1.1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Пусть все элементы матрицы  $a_{ij}$  имеют теперь радиус  $\varepsilon$ :

$$rad \mathbf{a}_{ij} = \varepsilon. \quad (2)$$

Получаем

$$\begin{pmatrix} [1 - \varepsilon, 1 + \varepsilon] & [1 - \varepsilon, 1 + \varepsilon] \\ [1.1 - \varepsilon, 1.1 + \varepsilon] & [1 - \varepsilon, 1 + \varepsilon] \end{pmatrix} \quad (3)$$

Определить, при каком радиусе  $\varepsilon$  матрица (3) содержит особенные матрицы.

## 1.2. Задача 2

Имеем nxn матрицу  $\mathbf{A}$  (1.2)  $\begin{pmatrix} 1 & [0, \varepsilon] & \dots & [0, \varepsilon] \\ [0, \varepsilon] & 1 & \dots & [0, \varepsilon] \\ & \dots & \dots & \\ [0, \varepsilon] & [0, \varepsilon] & \dots & 1 \end{pmatrix}$  Определить, при каком радиусе  $\varepsilon$  матрица (1.2) содержит особенные матрицы.

# 2. Теория

## 2.1. Определение

Интервальная матрица  $\mathbf{A} \in \mathbb{IR}^{n \times n}$  называется неособенной, если неособенны все точечные матрицы  $A \in \mathbf{A}$ . Интервальная матрица называется особенной, если она содержит особенную точечную матрицу.

## 2.2. Теорема

Теорема. Пусть интервальная матрица  $\mathbf{A} \in \mathbb{IR}^{n \times n}$  такова, что её середина  $mid \mathbf{A}$  неособенна и

$$\max_{1 \leq j \leq n} (rad \mathbf{A} \cdot |(mid(\mathbf{A})^{-1})_{jj}|) \geq 1 \quad (4)$$

Тогда  $\mathbf{A}$  — особенная.

### 2.3. Теорема. (признак Бекка).

Пусть интервальная матрица  $\mathbf{A} \in \mathbb{IR}^{n \times n}$  такова, что ее середина  $mid \mathbf{A}$  неособенна и

$$\rho(rad \mathbf{A} \cdot (mid(\mathbf{A}))^{-1}) < 1 \quad (5)$$

Тогда  $\mathbf{A}$  неособенна.

## 3. Реализация

Лабораторная работа выполнена с помощью встроенных средств языка программирования Python в среде разработки Visual Code. Исходный код лабораторной работы приведён в приложении.

## 4. Результаты

### 4.1. Задача 1

Для решения задачи воспользуемся 2.2. Для  $\mathbf{A}$  имеем

$$mid \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1.1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$rad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix}$$

$\det(mid \mathbf{A}) \neq 0$ , следовательно матрица удовлетворяет условию теоремы. Получаем следующее:

$$rad \mathbf{A} \cdot (mid(\mathbf{A}))^{-1} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 11 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21\varepsilon & 20\varepsilon \\ 21\varepsilon & 20\varepsilon \end{pmatrix}$$

Отсюда получаем, что матрица будет особенной при  $\varepsilon \geq \frac{1}{21}$

Проверим с помощью программы определитель, получим следующее:

```
Enter eps:
```

```
0.048
```

```
det = (-0.2968, 0.0968)
```

Уточним нижнюю границу, сдвигая  $\varepsilon$  на  $\Delta\varepsilon = -0.001$ ю Получим слудующий результат:

```
end eps = 0.025
```

```
det = (-0.2025, 0.0025)
```

## 4.2. Задача 2

Рассмотри решение на примере матрицы  $3 \times 3$ . Применим критерий Бека 2.3 и получим следующий результат:

```
end eps = 1.29  
pho = 4.657  
det = (-0.6641, 1)
```

Уточним полученное значение аналогично прошлой задаче, получим:

```
end eps = 0.58  
det = (-0.0092, 1.3902)
```

## 5. Приложения

Репозиторий на GitHub с релизацией: [github.com](https://github.com).