

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра «Прикладная математика»

Отчёт

по лабораторной работе №5

по дисциплине

«Вычислительные комплексы»

Выполнил студент

В. А. Рыженко

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург, 2020 г.

Содержание

1. Постановка задачи	3
2. Конкретизация задачи и решение	3
2.1. Задача 1	3
2.2. Задача 2	4
2.2.1. 1 вариант	4
2.2.2. 2 вариант	7
3. Реализация	11
4. Результаты	11
5. Приложения	11

1. Постановка задачи

- Решить пример из лекции с треугольной матрицей и неправильными интервалами в правой части.
- Решить более масштабную задачу в 2 вариантах, относящуюся к компьютерной малоракурсной томографии.

2. Конкретизация задачи и решение

2.1. Задача 1

Для решения задачи возьмём следующую треугольную точечную матрицу A с неправильными интервалами в правой части \mathbf{b} :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix}; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} [1.3, 1.1] \\ [1.5, 1.8] \end{pmatrix} \quad (1)$$

Найдём формальное решение. Для этого нам необходимы:
Погружение $\text{sti}(\mathbf{b})$:

$$\text{sti}(\mathbf{b}) = \begin{pmatrix} -1.3 \\ -1.5 \\ 1.1 \\ 1.8 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Знаково-блочная матрица A^\sim :

$$A^\sim = \begin{pmatrix} A^+ & A^- \\ A^- & A^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Умножим обратную к ней на результат стандартного погружения вектора правой части ИСЛАУ

$$(A^\sim)^{-1} \begin{pmatrix} -1.3 \\ -1.5 \\ 1.1 \\ 1.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1.3 \\ -1.5 \\ 1.1 \\ 1.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13.7 \\ -15 \\ -16.9 \\ 18 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Тогда формальное решение для системы ИСЛАУ равно:

$$\text{sti}^{-1} \begin{pmatrix} 13.7 \\ -15 \\ -16.9 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [-13.7, -16.9] \\ [15, 18] \end{pmatrix} \quad (5)$$

Проверим полученное решение:

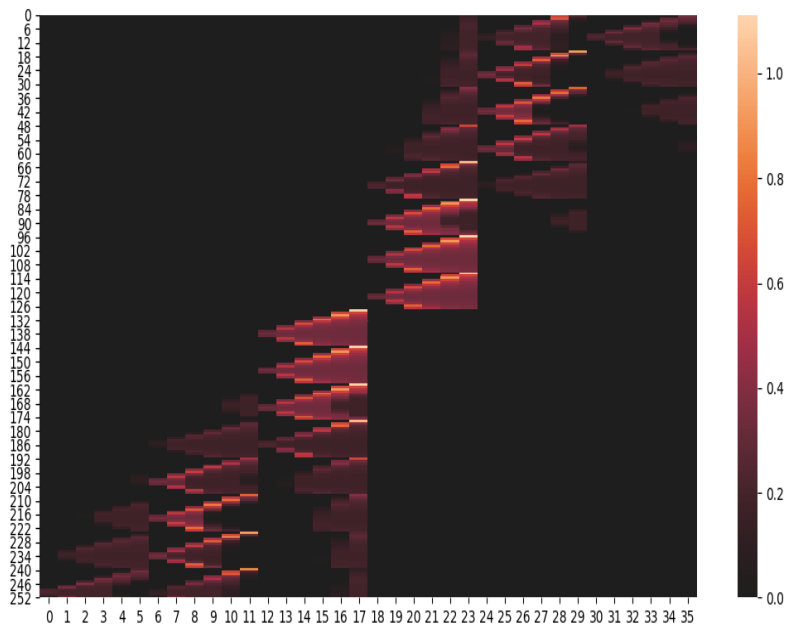
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [-13.7, -16.9] \\ [15, 18] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [-13.7, -16.9] + [15, 18] \\ [1.5, 1.8] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1.3, 1.1] \\ [1.5, 1.8] \end{pmatrix} \quad (6)$$

Отсюда видно, что решение было найдено правильно.

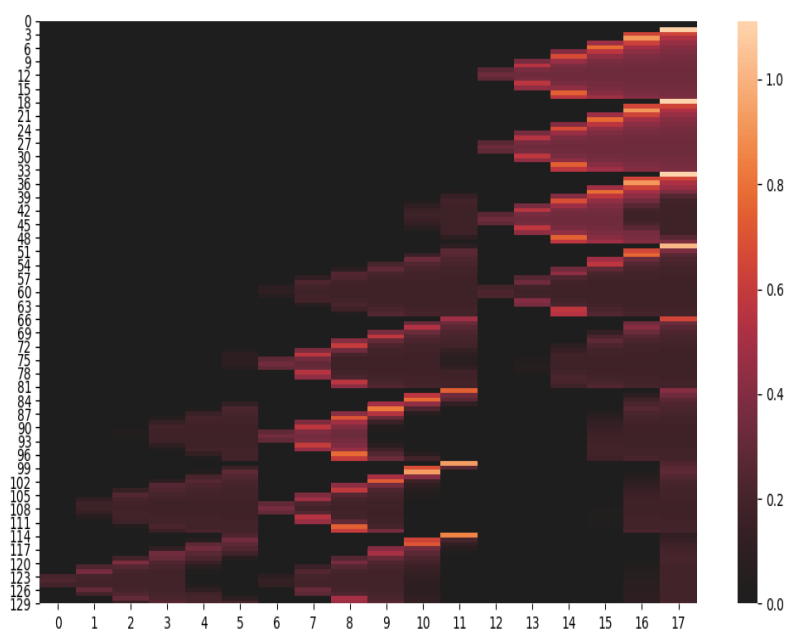
2.2. Задача 2

2.2.1. 1 вариант

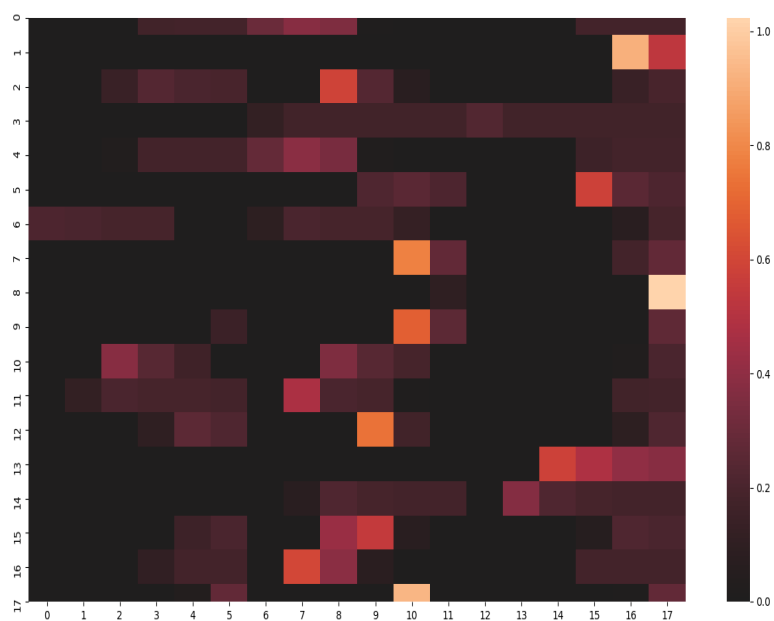
Имеется следующая матрица.



Данная матрица является прямоугольной, поэтому выберем из неё квадратную неособенную матрицу. Выбирать будем по следующему принципу. Можно заметить, что данная матрица содержит 4 блока, 2 из которых нулевые. Рассмотрим ненулевой блок.



Здесь путём вырезания случайных строк из матрицы найдём неособенную квадратную матрицу. Получим следующую матрицу:



Для танной матрицы сгенерируем случайный вектор x , а для него получим $b = Ax$, из него сгенерируем интервальный вектор \mathbf{b} . Решим задачу при помощи субградиентного метода Ньютона с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-9}$. Представим полученные данные на графике.

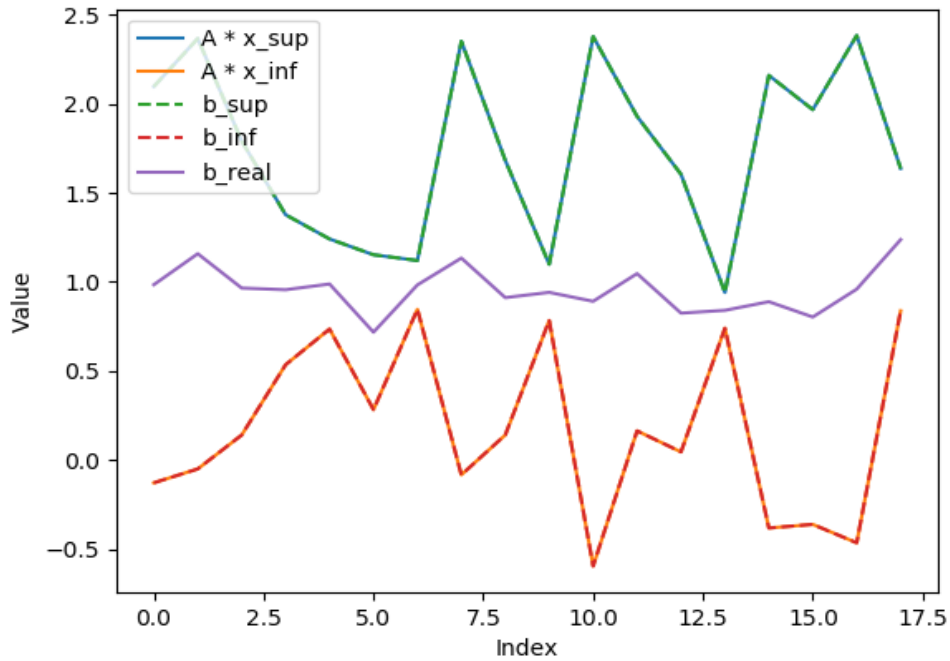


Рис. 1. Сравнение правых частей

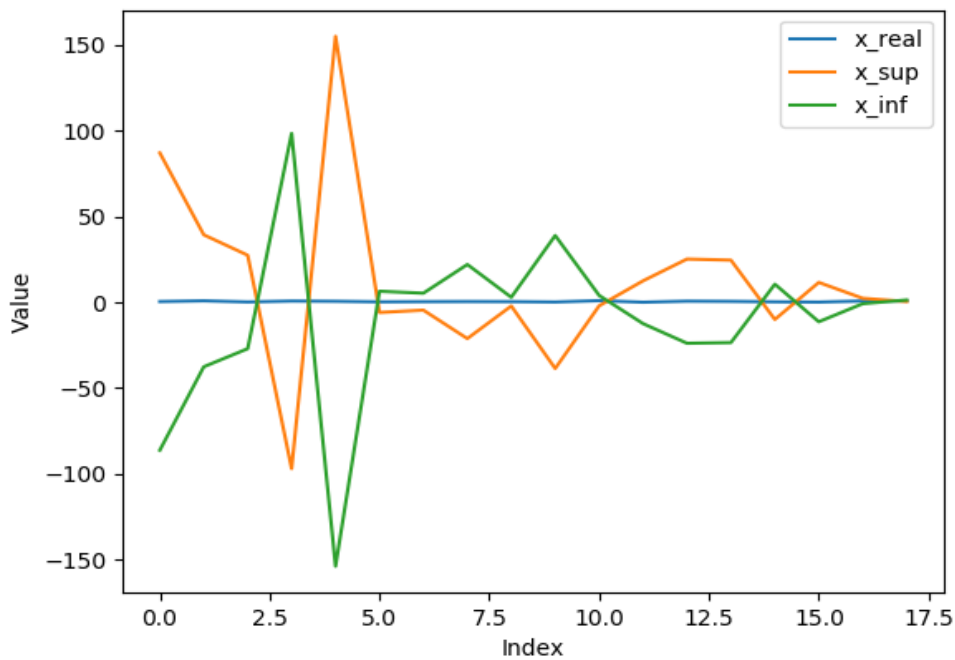
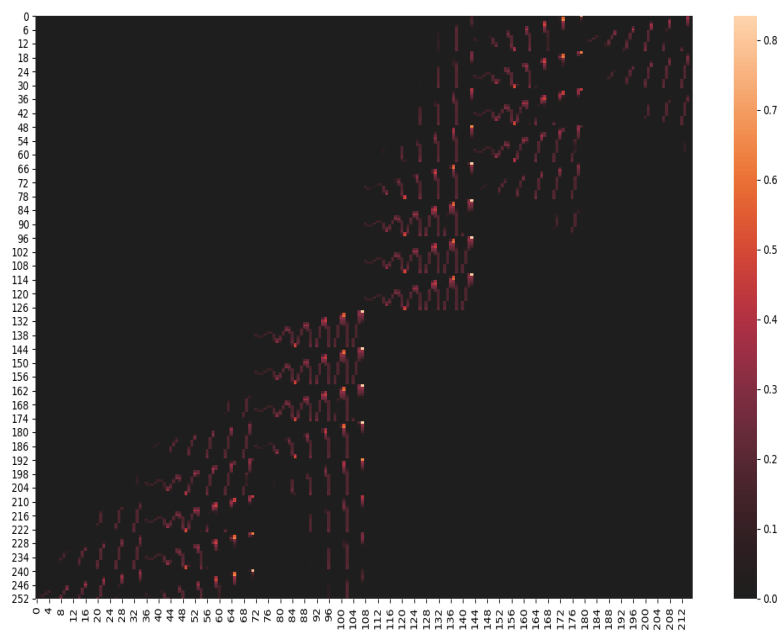


Рис. 2. Сравнение решений

Из графиков видно, что оценка правой части достаточно хороша, реальные значения находятся в пределах интервала. Совершенно иначе дело обстоит с оценкой вектора x , здесь были получены неправильные интервалы, а оценка для некоторых элементов довольно груба, хотя реальное значение также содержится в пределах интервала

2.2.2. 2 вариант

Имеем матрицу, которая схожа с матрицей из прошлого варианта тем, что в ней имеется 4 блока, из которых 2 нулевые.



Проведём аналогичные рассуждения.

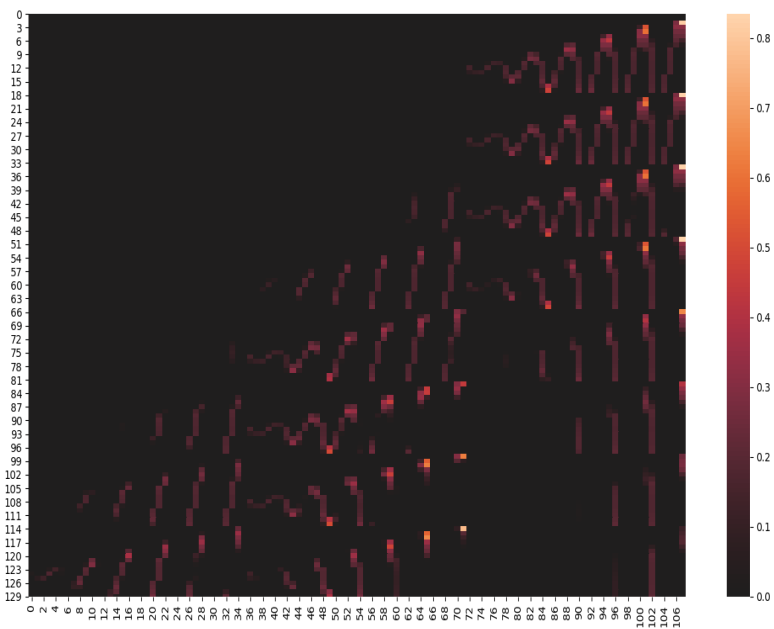


Рис. 3. Ненулевая область

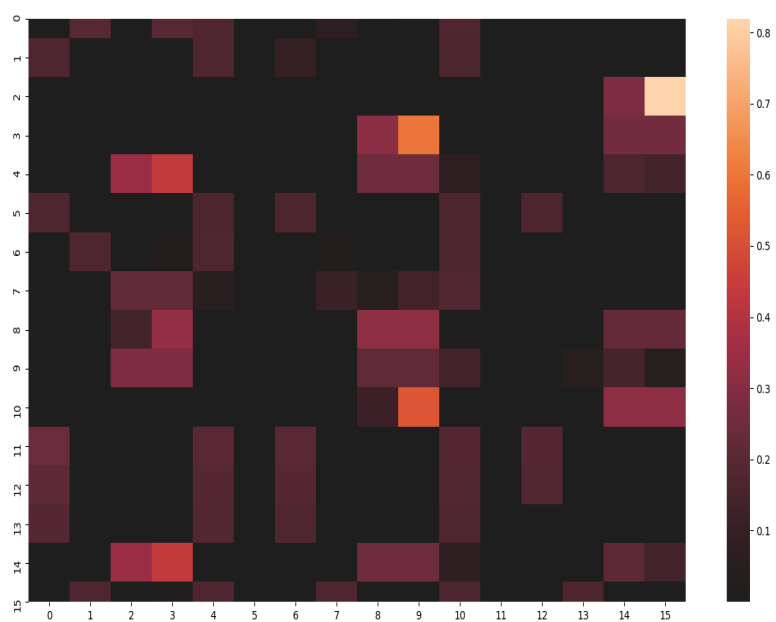


Рис. 4. Найденная неособенная область

В этом случае имеем следующие результаты:

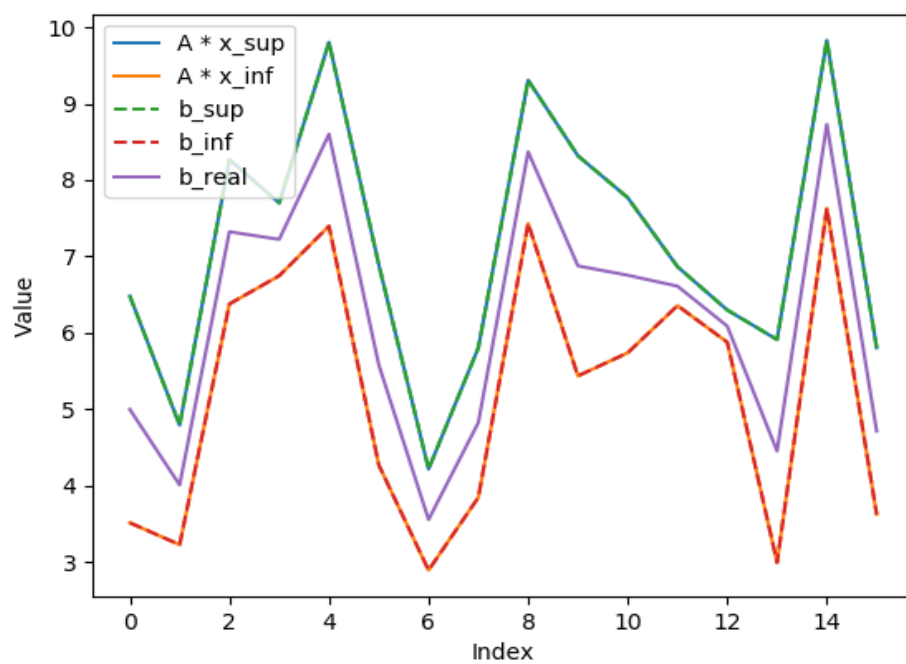


Рис. 5. Сравнение правых частей

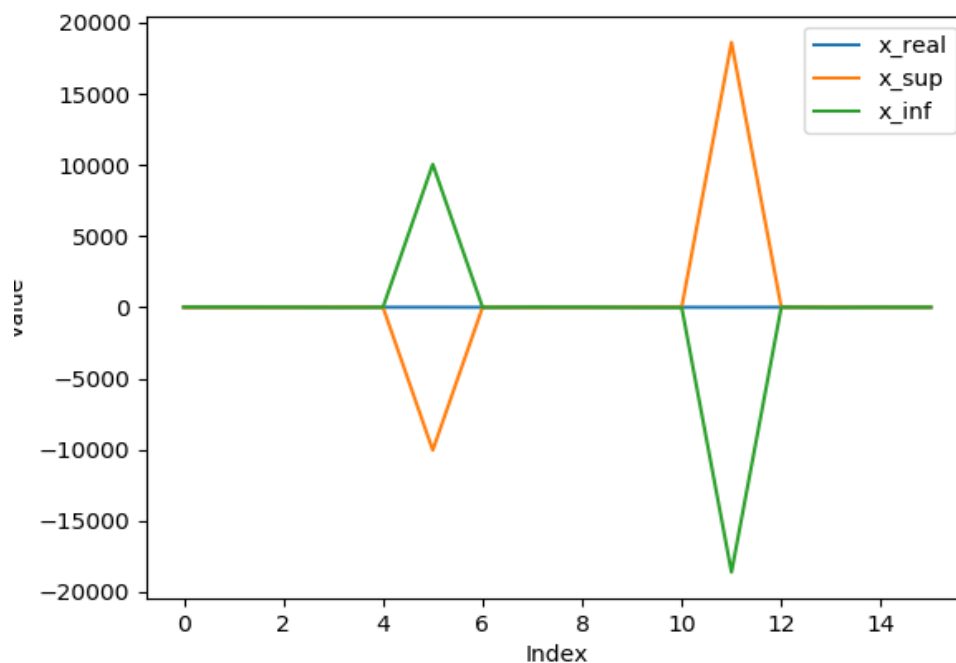


Рис. 6. Сравнение решений

Результаты аналогичны прошлому варианту. Правая часть оценивается довольно хорошо. А для вектора решения наблюдаются те же проблемы: неправильные интервалы, грубая оценка.

3. Реализация

Лабораторная работа выполнена с помощью встроенных средств языка программирования Python.

4. Приложения

Репозиторий на GitHub с релизацией: github.com.