

Sayısal Elektronik Dersi

Dönem Ödevi

Pelin Gürkut^{#1}, Furkan Kaya^{#2}, Faik Mehmet Üven^{#3}

[#]Bilgisayar Programcılığı, İstinye Üniversitesi

¹191216009 ²191216002 ³191216010

Özet— Bu belgede İstinye Üniversitesi, Bilgisayar Programcılığı bölümünün güz yarıyılındaki sayısal elektronik dersinde verilmiş olan dönem ödevinde geçen soruları açıkladık. Kısaca özetlemek gerekirse bunlar; analog ile dijital sinyallerin karşılaştırması, çeşitli sayı tabanlarındaki dönüşüm işlemleri, boolean cebiri, K-map sadeleştirmeleri, multiplexer ile demultiplexer karşılaştırması, encoder ile decoder karşılaştırması ve son olarak da decimal halde yazılmış bir mesajın çözümü.

Keywords— Analog, dijital, cebir, karnaugh map, sadeleştirme, coder, encoder

SORU 1: ANALOG VE DİJİTAL SINYAL

Bu soruyu çözmeden önce size analog ve dijital sinyallerin ne olduğundan bahsetmek istiyorum.

A. Analog Sinyal Nedir?

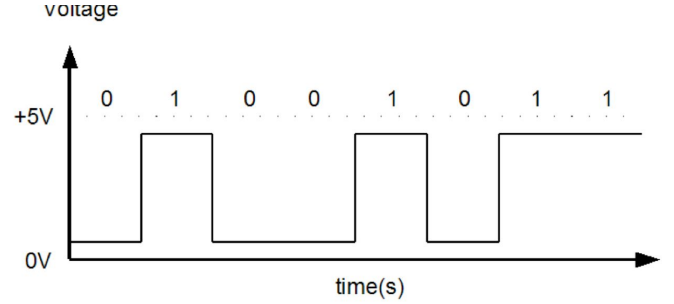
Analog sinyaller, belirli bir t zaman değişiminde sonsuz değere sahip olan sinyallerdir (Continuous time/Sürekli zaman). Doğadaki her sinyal analogdur. Örneğin sıcaklığın bir t anındaki değişimi (Resim 1.1) veya kulağımıza gelen bir titreşimin sesi gibi örnekler verilebilir. Beynimiz tüm bunları analog algılar ve işler.



Resim 1.1: Sıcaklığın 24 saatteki sürekli değişimi.

B. Dijital Sinyal Nedir?

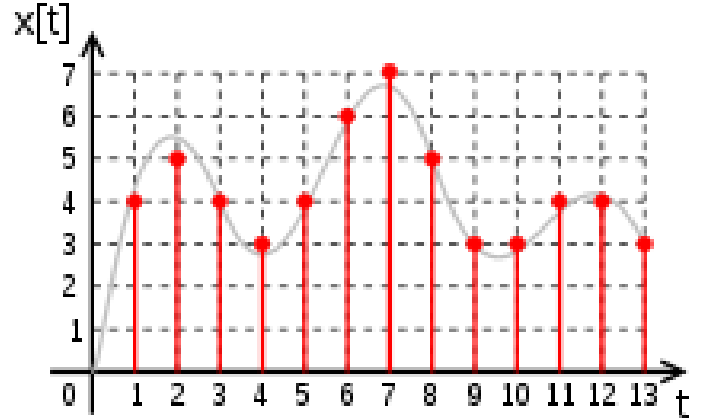
Kısaca özetlemek gerekirse 0 ve 1 dir. 0 sinyalin olmadığını, 1 ise sinyalin olduğunu temsil eder (Resim 1.2).



Resim 1.2: Dijital sinyal örneği.

C. Analog Sinyal Nasıl Dijitalleştirilir?

Bir analog sinyal daha önce de bahsettiğim gibi sonsuza giderler yani 1. adımı ile 2. adımı arasında sonsuz kadar küçük adım vardır. Bu yüzden sınırlandırılmaz ve data şeklinde tutulamaz. Discarte edilip sample rate ile belli aralıklarla örnekler alınır ve o örnekler data olarak tutulabilir. (Resim 1.3)



Resim 1.3: Analog sinyal örnekleme

SORU 2: SAYI SİSTEMLERİ VE DÖNÜŞÜMLER

Bilgisayarların sıfır ve birlerden çalıştıklarını duymuş veya buna benzeyen korkutucu görseller görmüş olabilirsiniz. Bugün neredeyse hiç kimse bu sıfır ve birlerle doğrudan çalışmasa da bilgisayarlar çalışması için çok önemli yere sahiptir. Bilgisayarların içlerindeki kablo ve devreler bilginin bir yerden bir yere aktarılmasından sorumludurlar. Peki elektrik kullanarak nasıl oluyorda bu bilgiyi depoluyor ya da gösterebiliyor ? dersenez.

Eğer üzerinden elektrik akan tek bir kablo varsa sinyal ya vardır ya da yoktur. Bu başlangıç için son derece önemli bir bilgi başka bir deyişle tek bir kablo ile evet yada hayır, doğru ya da yanlış, 1'i ya da 0 veya iki seçenekli herhangi bir seçeneği temsil edebiliriz. Tek bir kablodaki sinyalin adına BİT adı verilir ve bu bir bilgisayarın depolayacağı en küçük bilgidir. Yani daha fazla bitle daha fazla bilgiyi temsil edebiliriz. Bunu daha iyi anlamamız için ikili sayı sistemini öğrenmemiz gerekiyor.

10'luk sayı sisteminde 0'dan 9'a kadar toplam 10 rakam vardır. Hepimizde saymayı bu şekilde öğrendik zaten öyle değil mi :)) İkili sayı sisteminde ise sadece 2 rakam vardır. 0 ve 1 bu iki rakamı kullanarak istediğiniz kadar sayabilirsiniz. Bu olay şöyle işler : Onluk sayı sisteminde her rakamın ayrı değeri (1'ler,10'lar,100'ler ve 1000'ler basamağı gibi) vardır. İkili sayı sisteminde de her basamağın bir yeri vardır. Ama bu sefer basamaktan basamağa geçişlerde 10 yerine 2 ile çarpılır. (Yani 1'ler, 2'ler, 4'ler, 8'ler gibi.) Ama bilgisayarlar bizim yerimize bu işlemleri yaparlar. Önemli olan her sayının sadece 0 ya da 1 kullanarak veya kabloda ki sinyalinin varlığı ya da yokluğuna dayanarak temsil edebileceğimizi bilmenizdir. Kod yazmak ya da uygulama tasarlamak için bilgisayar kullandığımızda 0 ve 1'ler yerine ses görsel ve video kullanırsınız 0'lar ve 1'lerin bilgisayarların çalışmasında önemli bir rolü olduğunu bilmelisiniz. 0'lar ve 1'ler prensibiyle ve elektrik devrelerindeki sinyallerle çalışırlar. Bu tüm bilgisayarların veriyi alması (girdi), depolaması, işlemesi ve vermesi (çıkı) olmazsa olmazdır.

Dijital (sayısal) elektronikte dört çeşit sayı sistemi kullanılmaktadır.

Bunlar :

- İkilik (binary)
- Onlu (desimal)
- Sekizli (oktal)
- Onaltılı (hexadesimal)

Aşağıdaki sayı dönüşümü işlemlerini yapınız.

- a) 1'den 64'e kadar olan sayıların decimal, octal ve hexadecimal karşılıkları:

```
def onaltılık(sayı):
    return str(hex(sayı)).split("x")[-1].upper()
def sekizlik(sayı):
    return oct(sayı).split("o")[-1].upper()

for i in range(1, 5):
    print("\t Decimal\t Hexadecimal\t Octal")
    for j in range(1,17):
        print("\t", i*j, "\t\t", onaltılık(i*j), "\t\t", sekizlik(i*j))
```

Resim 2.1: 1'den 64'e tablo oluşturma kodu. (Python)

Decimal	Hexadecimal	Octal	Decimal	Hexadecimal	Octal
1	1	1	2	2	2
2	2	2	4	4	4
3	3	3	6	6	6
4	4	4	8	8	10
5	5	5	10	A	12
6	6	6	12	C	14
7	7	7	14	E	16
8	8	10	16	10	20
9	9	11	18	12	22
10	A	12	20	14	24
11	B	13	22	16	26
12	C	14	24	18	30
13	D	15	26	1A	32
14	E	16	28	1C	34
15	F	17	30	1E	36
16	10	20	32	20	40

Resim 2.2: 1'den 64'e tablo 1. kısım

Decimal	Hexadecimal	Octal	Decimal	Hexadecimal	Octal
3	3	3	4	4	4
6	6	6	8	8	10
9	9	11	12	C	14
12	C	14	16	10	20
15	F	17	20	14	24
18	12	22	24	18	30
21	15	25	28	1C	34
24	18	30	32	20	40
27	1B	33	36	24	44
30	1E	36	40	28	50
33	21	41	44	2C	54
36	24	44	48	30	60
39	27	47	52	34	64
42	2A	52	56	38	70
45	2D	55	60	3C	74
48	30	60	64	40	100

Resim 2.2: 1'den 64'e tablo 2. kısım

- b) $(76F)_{16} = (\dots\dots\dots)_{10}$:

Hexadesimal sayılarla hesap yapılırken harf olarak belirtilen sayıların rakama çevrilerek hesap yapılması daha kolay olacaktır.

Hexadesimal sayı sisteminde 16 adet rakam bulunur. Bunlar "0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F"dir. Burada 10=A, 11=B, 12=C, 13=D, 14=E,

15=F ye karşılık gelir. Tabanı ise 16'dır ve (1B3A)₁₆ şeklinde yazılır.

$$\begin{aligned}(76F)_{16} &= 7 \times 16^2 + 6 \times 16^1 + F \times 16^0 \\ &= 7 \times 256 + 6 \times 16 + F \times 1 \\ &= 7 \times 256 + 6 \times 16 + 15 \times 1 \\ &= 1792 + 96 + 15 \\ &= 1903\end{aligned}$$

c) $(1025)_{10} = (\dots\dots\dots)_2$

Desimal (Onluk) Sayının Oktal (sekizlik) Sayıya Çevrilmesi durumlarında ;

Desimal sayı oktal sayıya çevrilirken sekizlik sayının tabanı olan 8'e bölünür. Kalanlar bir kenara yazılarak tersten ikilik sayı olarak yazılır.

$$\begin{aligned}(1025)_{10} &= (\dots 2001 \dots\dots\dots)_8 \\ &= 1025/8 = 128 \quad \text{kalan} = 1 \\ &128/8 = 16 \quad \text{kalan} = 0 \\ &16/8 = 2 \quad \text{kalan} = 0\end{aligned}$$

en son bölümde olan sayıdan başlanır ve sola doğru kalanlar yazılır.

d) $(123)_7 = (\dots\dots\dots)_2$;
 $= (123)_7 \rightarrow (1 \times 7^2) + (2 \times 7^1) + (3 \times 7^0)$
 $= 49 + 14 + 3 = (66)_{10}$ sayıya çevirdik burdan da ikilik sayıya çevirdiğimizde sonuç ;

$$=(66)_2 = 1000010 \text{ sonucunu buluruz.}$$

e) $(11110000)_2 = (\dots\dots\dots)_{16}$

İkili (binary) sayıyı onaltılı sayı sistemine çevirmek için verilen ikili sayı sağdan başlamak üzere 4'er 4'er gruplara ayrılır. Ayrılan her grubun onaltılı (hexadesimal) karşılığı yazılır.

$$\begin{aligned}(11110000)_2 &= (\dots F0 \dots\dots\dots)_{16} \\ &= 1111 \quad 0000 \\ &= (8 \times 1) + (4 \times 1) + (2 \times 1) + (1 \times 1), \\ & \quad (8 \times 0) + (4 \times 0) + (2 \times 0) + (1 \times 0)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= 15 \quad , \quad 0 \\ &= F \quad , \quad 0 = (F0)_{16} \text{ şeklinde bulunur.}\end{aligned}$$

f) $(1071)_8 - (21E)_{16} = (\dots\dots\dots)_2$

Öncelikle ayrı ayrı binary sayıya çevirip birbirinden çıkarırız.

$$(1071)_8 = 1 \quad 0 \quad 7 \quad 1 \quad \text{Not: Oktal sayının}$$

$(001 \quad 000 \quad 111 \quad 001)_2$ her biri 3 bitlik binary çevrilir.

$$(21E)_{16} = 2 \quad 1 \quad 14 \quad \text{Not : E = 14'e eşittir.}$$
$$(0010 \quad 0001 \quad 1110)_2$$

$$\begin{aligned}&= (001000111001)_2 - (001000011110)_2 \\ &= (11011)_2 \text{ sonucunu buluruz.}\end{aligned}$$

g) $(10101010)_3 - (220)_7 = (\dots\dots\dots)_7$

$$\begin{aligned}&= (10101010)_{10} = 2460 \\ &= (220)_{10} = (0 \times 7^0) + (2 \times 7^1) + (2 \times 7^2) = 112 \\ &= 2460 - 112 = (2348)_{10} = (\text{----}6563\text{---})_7 \\ &= \end{aligned}$$

h. $(10101010)_2 = (\dots\dots\dots)_{16}$

İkili (binary) sayıyı onaltılı sayı sistemine çevirmek için verilen ikili sayı sağdan başlamak üzere 4'er 4'er gruplara ayrılır. Ayrılan her grubun onaltılı(hexadesimal) karşılığı yazılır.

$$(10101010)_2 = (\dots\dots\dots)_{16}$$

$$\begin{aligned}&= 1010 \rightarrow (1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) + (0 \times 1) = 10 \\ &= 1010 \rightarrow (1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) + (0 \times 1) = 10 \\ &= (AA)_{16} \text{ Not: 10 sayısı 16'lık sistemde 10'a eşit}\end{aligned}$$

SORU 3: BOOLEAN MATEMATİĞİ VE SADELEŞTİRME

Devre matematiğinin temeli, George BOOLE (1815 - 1864) tarafından 1847'de mantığın, matematiksel analizi üzerine yazmış olduğu tez ile ortaya çıkmıştır. Ancak bu düşünce, 1938 'den sonra Bell laboratuvarı tarafından yapılan röleli devrelerle telefon işletmelerinde uygulama alanı bulabilmiştir. Daha sonra da elektronik devrelerinin temeli olmuştur. Boolean matematiği basit bir matematiktir. Yalnız anahtar devrelerde çok önemli rol oynar. Lojik devre tasarımında ve lojik devrelerin basitleştirilmesinde kullanılır. "Boolean matematiği" sayısal devrelerin analiz ve tasarımını sağlayan matematiksel teoridir. Sayısal bilgisayar devreleri uygulamasında, ikili değişkenler üzerinde tanımlanan sayısal operasyonları gösterir. Boolean matematiği ikili sayı sistemine dayanır. Bu

sistemde yer alan “0” ve “1”, sırasıyla açık (OFF) ve kapalı (ON) devrelerle eş anlamlıdır.

Sadeleştirme yaparken bilmemiz gereken boolean kuralları;

Basic Rules of Boolean Algebra

1. $A + 0 = A$	7. $A \cdot A = A$
2. $A + 1 = 1$	8. $A \cdot \bar{A} = 0$
3. $A \cdot 0 = 0$	9. $\bar{\bar{A}} = A$
4. $A \cdot 1 = A$	10. $A + AB = A$
5. $A + A = A$	11. $A + \bar{A}B = A + B$
6. $A + \bar{A} = 1$	12. $(A + B)(A + C) = A + BC$

DeMorgan's Theorem

$$\overline{(AB)} = \bar{A} + \bar{B} \quad \overline{(A + B)} = \bar{A} \bar{B}$$

Resim 3.1: Sadeleştirme kuralları

Aşağıdaki sadeleştirme işlemlerini yapınız.

$$\begin{aligned} \text{a.) } AB + A(B + C) + B(B + C) &= \\ &= AB + AB + AC + BB + BC \\ &= AB + AB + AC + B + BC \\ &= AB + AB + AC + B(1+C) \quad \text{Not: } 1+C = 1 \text{’dir.} \\ &= AB + AC + B = B(A+1)+AC = B+AC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b.) } A C' + A B C' &= \\ &= AC'(1 + B) \quad \text{Not: } 1+B = 1 \text{’dir.} \\ &= AC' \end{aligned}$$

$$\text{c. } AB + A'B'CD + ABC'DC =$$

$$(\text{NOT: } X + X'Y = X + Y)$$

$$= AB + CD + ABDC'C$$

$$= AB + CD$$

SORU 4: KARNAUGH HARİTALARINI KULLANARAK SADELEŞTİRME İŞLEMİ

Bu soruyu çözmeden önce size karnaugh haritası nedir bahsetmek istiyorum.

A. Karnaugh Haritası Nedir?

Lojik devrelerin sadeleşme işlemin kullanılan bir yöntemdir.

B. Karnaugh Haritası Kullanarak Aşağıdaki Soruları Çözeceğim.

$$\text{a. } ABC' + AB'C' + A'B'C' + AB'C + ABC$$



Resim 4.1: “a” Sekmesinin Karnaugh Haritası

Yukarıda gördüğünüz resim 4.1’de “a” seçeneğinin karnaugh haritasını görüyorsunuz. Yeşil içine aldığım bölge “A” olarak çıkmaktadır. Pembe içine aldığım bölge ise “B’C’” olarak çıkmaktadır. Yani yukarıdaki sorunun cevabı = $A+B'C'$ olarak çıkar.

$$\text{b. } A' + AB' + ABC'$$



Resim 4.2: “b” Sekmesinin Karnaugh Haritası

Yukarıda gördüğünüz resim 4.2’de “b” seçeneğinin karnaugh haritasını görüyorsunuz. Yeşil içine aldığım bölge “A” olarak çıkmaktadır. Pembe içine aldığım bölge ise “C’” olarak çıkmaktadır. Mavi içine aldığım bölge de “B’” olarak çıkmaktadır. Yani yukarıdaki sorunun cevabı = $A'+C'+B'$ olarak çıkar.

$$\text{c. } A + BC + CD =$$

f	A	B				
	00	01	11	10		
CD 00	0	1	1	1		
01	0	1	1	1		
11	1	1	1	1		
10	0	0	1	1		

Resim 4.3: “c” Sekmesinin Karnaugh Haritası

Yukarıda gördüğünüz resim 4.3’de “c” seçeneğinin karnaugh haritasını görüyorsunuz. Yeşil içine aldığım bölge “CD” olarak çıkmaktadır. Pembe içine aldığım bölge ise “C’B” olarak çıkmaktadır. Mavi içine aldığım bölge de “A” olarak çıkmaktadır. Yani yukarıdaki sorunun cevabı = $CD + C'B + A$ olarak çıkar.

SORU 5: MULTIPLEXER VE DEMULTIPLEXER

Bu soruyu çözmeden önce size multiplexer ve demultiplexerın ne olduğundan bahsetmek istiyorum.

d. Multiplexer (Veri Seçiciler) Nedir?

Multiplexer, birçok giriş hattından gelen verilerin bir tanesini seçerek uygun çıkış hattına yönlendirme işlemini yapmayı sağlayan bir birleşik devredir. Multiplexer; “çoktan bire” anlamına gelir. Kısaca MUX denir. Örneğin evinizin her yerinde kamera var ve siz bu kameralardan istediğiniz kamerayı görüntülemek için multiplexer’ı kullanırsınız.

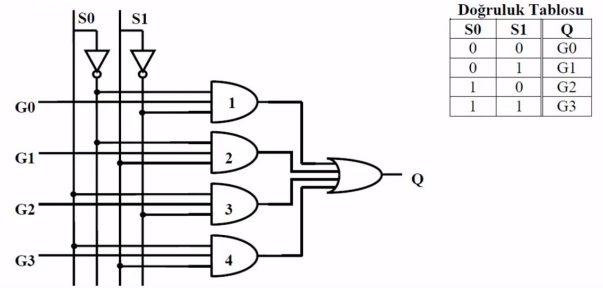
e. Demultiplexer (Veri Dağıtıcı) Nedir?

Demultiplexer, multiplexer’ın yaptığı işin tam tersini yapmaktadır. Yani demultiplexer’lar bir girişi birden fazla çıkışa yönlendirmeyi sağlar. Örneğin evinizin bir odasında kamera var ve siz bu kameraları birden fazla monitörde görüntülemek için demultiplexer’ı kullanırsınız.

f. Multiplexer ve Demultiplexer’ı Kıyaslarsak;

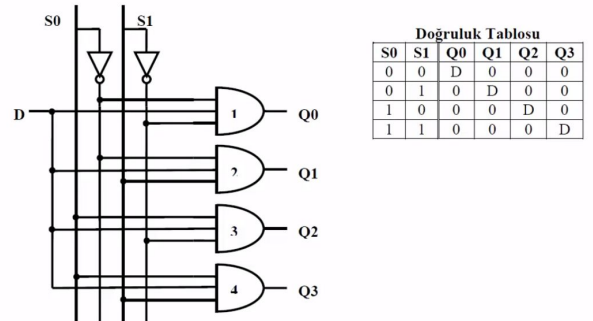
- Multiplexer’da seçme ucu sayısına bağlı olarak seçilebilecek giriş sayısı artar. Demultiplexer’da da aynı şekilde seçme ucu sayısına bağlı olarak dağıtılabilecek çıkış sayısı artar.
- Multiplexer’da N adet seçme ucu varsa 2^N adet giriş vardır. Demultiplexer’da da aynı şekilde N adet seçme ucu varsa 2^N adet çıkış vardır.
- Resim 5.1 de 2 seçme uçlu 2^2 kadar giriş bulunmaktadır. Resim 5.2 de 2 seçme uçlu 2^2 bak yazının bulunmaktadır.

VERİ SEÇİCİLER (MULTIPLEXER)



Resim 5.1: Multiplexer devresi

VERİ DAĞITICILAR (DEMULTIPLEXER)



Resim 5.2: Demultiplexer devresi

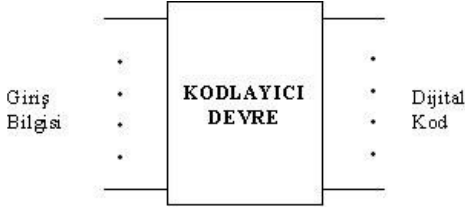
SORU 6: ENCODER VE DECODER

Soruyu çözmeden önce sizlere encoder ve decoder hakkında biraz bahsetmek istiyorum.

A. Encoder (Kodlayıcı) Nedir ?

Kodlayıcı, sayısal bir bilginin, başka bir sayısal bilgiye dönüştürülmesi için kullanılan lojik bir devredir.

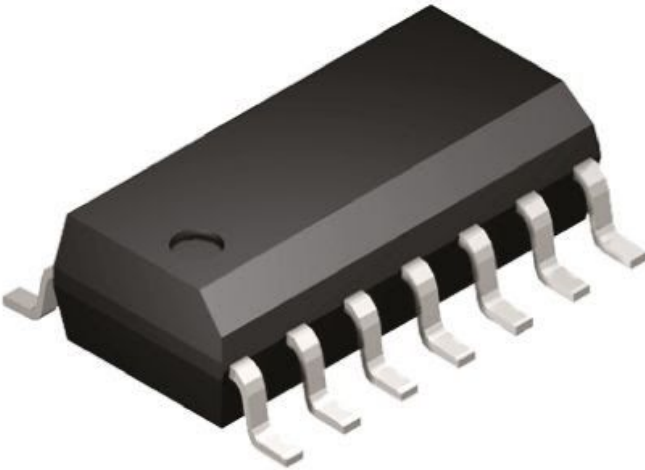
Örneğin, desimal (onluk) sayı sisteminde girilen sayısal bilgileri, binary (ikili) sayı sistemlerine dönüştürür.



Resim 6.1: Kodlayıcı blok şeması

B. Nerelerde Kullanılır;

Alfanümerik tuş takımlarında ve klavyede, klavyede, joystick yada konsol gibi kullanıcıdan data kabul eden arayüzlerin bilgisayar sistemiyle entegresi için kodlayıcı devreler kullanılır.



Resim 6.2: Decoder görseli



Şekil 6.3: Alfanümerik Tuşlar

A. Decoder (Kod Çözücü) Nedir ?

Kod çözücü(decoder), kodlayıcının tersi işlem yapar. Kodlanmış bilgileri anlaşılır hale dönüştürmek için kullanılır.

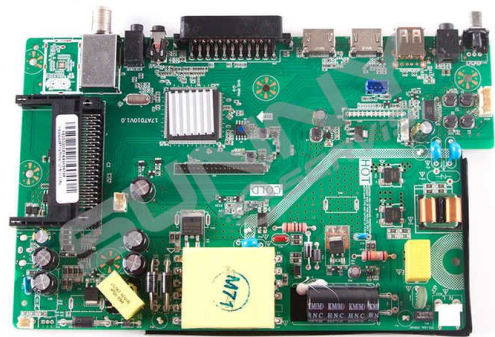
Örneğin, cep telefonumuza gelen mesajları 2'lik sayı sisteminde anlayamayız. Gelen bilgiler çözümlenerek metin formatı haline getirilir.



Resim 6.4: Kod Çözücü Blok Şeması

B. Nerelerde Kullanılır;

Bilgisayarda anakart ve benzeri parçalarda mikroişlemcilerde adresleme amacıyla kullanılır.

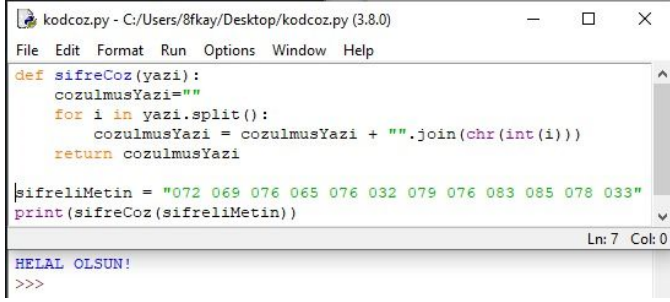


Resim 6.5: Anakart görseli

SORU 7: ŞİFRELEİ MESAJ

Bu soruyu çözmek için internet üzerinden bir çevirici kullanmak istemedim. Onun yerine ufak bir python scripti yazdım. Benim yerime tüm sayıları alıp chr() (chr fonksiyonu verilen decimal) fonksiyonu ile karakter karşılıklarını hesapladı. Resim 7.1’de de görüldüğü üzere işlem başarıyla tamamlandı ve yazı dilindeki karşılığını ekrana bastı.

Şifre Sonucu: HELAL OLSUN!



```
def sifreCoz(yazi):
    cozulmusYazi=""
    for i in yazi.split():
        cozulmusYazi = cozulmusYazi + "".join(chr(int(i)))
    return cozulmusYazi

sifreliMetin = "072 069 076 065 076 032 079 076 083 085 078 033"
print(sifreCoz(sifreliMetin))

HELAL OLSUN!
>>>
```

Resim 7.1: Python kodlarının ve sonucunun görüntüsü

SORU 8: DERSTEN KAZANILAN KAZANIMLAR

a. Furkan'ın sözleri;

- Bu ders benim analitik düşünme yeteneğimi geliştirerek olaylara ve problemlere bakış yeteneğimi geliştirdi.
- Sayı sistemlerinin nasıl işlediğini, elektronik devrelerin, sinyallerin nasıl çalıştığını nasıl örneklenebildiklerini çok daha iyi anladım ve oturturdum.
- İşin temel düzeyde nasıl işlediğini ve hareket ettiğini daha iyi kavradım.

b. Pelin'in sözleri:

Bu dersin bana kattığı kazanımlar;

- Ezber yaparak değil öğrenerek dersi geçmek.
- Sayı Sistemleri
- Karnaugh haritası (Özellikle de bu ödevde daha da iyi öğrendim.)
- Herşeyin not olmadığı, dersi anlamak olduğu.
- Analog, dijital sinyalleri

c. Faik'in sözleri:

Bu ders bana olaylara daha sağlıklı datalarla yaklaşabilmeyi kesin sonuçlarla hareket edebilmeyi sağladı. Yani işin arka tarafında neler olduğunu nasıl işlendiğini anladım.

- Bilgisayar dilini üç boyutlu bakabilmeyi geliştirdim.
- Sensörlerin nasıl işlendiğini, elektrik ve bilgisayarın sayı sistemlerini nasıl işlendiğini öğrendim. Örneğin klavyede bir tuşa bastığımda neler döndüğünü kavradım.
- Kodlayıcı ve kod çözücü kavramlarını günlük hayatımızda nerelerde karşımıza çıktığını boolean matematiğini, ve yaptığım bu sadeleştirmeyi gruplandırmayı (karnaught) öğrendim. Sinyallerin farklarını lojik devreleri öğrendim.
- Bu dersin kazandırdığı en önemli fark ve etken ; bilgilerimi sizin vermiş olduğunuz öğrenme metoduyla sıralarda kalmayıp hayatımın her anında uygulamaya ya da benzetmeye çalışabileceğim artık. Teşekkürler...