

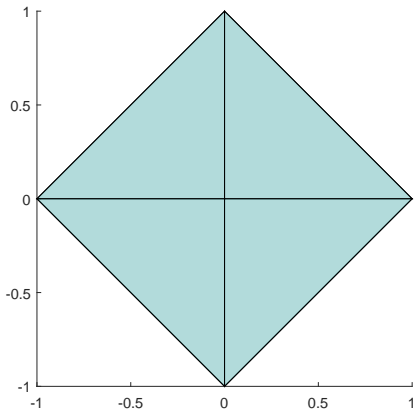
## Projekt 1, Zadanie 23

Wiktor Murawski, 333255, grupa 3, środa 12:15

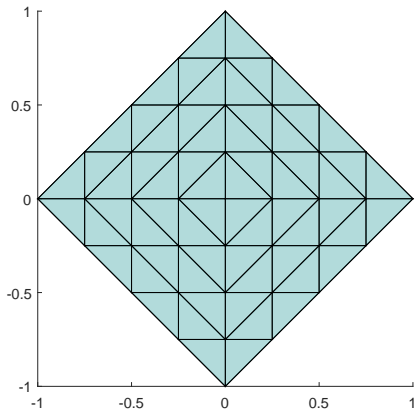
Obliczanie całek  $\iint_D f(x, y) dx dy$  na obszarze  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$  poprzez podział obszaru  $D$  na  $4n^2$  trójkątów przystających oraz zastosowanie na każdym z nich kwadratury rzędu drugiego.

# Podział obszaru $D$ na $4n^2$ trójkątów przystających

Podział  $D$  dla  $n = 1$



Podział  $D$  dla  $n = 4$



TU MA BYĆ ALGORYTM

TU MA BYĆ OPIS KWADRATURY

W celu sprawdzenia poprawności metody przetestujemy ją na wielomianach

stopnia pierwszego. Obliczymy analitycznie  $I = \iint_D f(x, y) dx dy$  gdzie

$$f(x, y) = ax + by + c \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Niech  $D_1 = \{(x, y) \in D : x \leq 0\}$  oraz  $D_2 = \{(x, y) \in D : x > 0\}$

Oznaczmy  $I_1 = \iint_{D_1} f(x, y) dx dy$ ,  $I_2 = \iint_{D_2} f(x, y) dx dy$

Wtedy  $D = D_1 \cup D_2$  oraz  $I = I_1 + I_2$

$$I_1 = \int_{-1}^0 \int_{-x-1}^{x+1} ax + by + c dy dx$$

$$I_2 = \int_0^1 \int_{x-1}^{-x+1} ax + by + c dy dx$$

$$I_1 = \int_{-1}^0 \int_{-x-1}^{x+1} ax + by + c \, dy \, dx$$

$$I_1 = \int_{-1}^0 \left[ axy + \frac{by^2}{2} + cy \right]_{-x-1}^{x+1} dx$$

$$I_1 = \int_{-1}^0 2ax^2 + 2ax + 2cx + 2c \, dx$$

$$I_1 = 2 \left[ \frac{ax^3}{3} + \frac{ax^2}{2} + \frac{cx^2}{2} + cx \right]_{-1}^0$$

$$I_1 = -\frac{a}{3} + c$$

$$I_2 = \int_0^1 \int_{x-1}^{-x+1} ax + by + c \, dy \, dx$$

$$I_2 = \int_0^1 \left[ axy + \frac{by^2}{2} + cy \right]_{x-1}^{-x+1} dx$$

$$I_2 = \int_0^1 -2ax^2 + 2ax - 2cx + 2c \, dx$$

$$I_2 = 2 \left[ -\frac{ax^3}{3} + \frac{ax^2}{2} - \frac{cx^2}{2} + cx \right]_0^1$$

$$I_2 = \frac{a}{3} + c$$

Ostatecznie otrzymujemy  $I = I_1 + I_2 = 2c$

funkcja podcałkowa	wynik dokładny	n	wynik uzyskany	błąd bezwzględny	błąd względny
$f(x, y) = 1$	2.000	1	2.000	$1.000 \times 10^{-20}$	0.000
		5	2.000	$1.332 \times 10^{-15}$	$6.661 \times 10^{-16}$
		10	2.000	$2.065 \times 10^{-14}$	$1.033 \times 10^{-14}$
		50	2.000	$1.876 \times 10^{-13}$	$9.381 \times 10^{-14}$
		100	2.000	$2.008 \times 10^{-12}$	$1.004 \times 10^{-12}$
		500	2.000	$1.584 \times 10^{-11}$	$7.918 \times 10^{-12}$
$f(x, y) = x + y + 0.5$	2.000	1	2.000	0.000	0.000
		5	2.000	$8.882 \times 10^{-16}$	$4.441 \times 10^{-16}$
		10	2.000	$2.442 \times 10^{-15}$	$1.221 \times 10^{-15}$
		50	2.000	$4.663 \times 10^{-15}$	$2.331 \times 10^{-15}$
		100	2.000	$4.885 \times 10^{-15}$	$2.442 \times 10^{-15}$
		500	2.000	$7.594 \times 10^{-14}$	$3.797 \times 10^{-14}$
$f(x, y) = x + 2y + 3$	6.000	1	6.000	$8.882 \times 10^{-16}$	$1.480 \times 10^{-16}$
		5	6.000	0.000	0.000
		10	6.000	$8.882 \times 10^{-16}$	$1.480 \times 10^{-16}$
		50	6.000	$8.882 \times 10^{-16}$	$1.480 \times 10^{-16}$
		100	6.000	$1.776 \times 10^{-15}$	$2.961 \times 10^{-16}$
		500	6.000	$2.665 \times 10^{-14}$	$4.441 \times 10^{-15}$

## TESTY NUMERYCZNE



TU MA BYĆ WYKRES