

Modelowanie Matematyczne
Zadanie projektowe nr 2: Estymacja parametrów modelu
semestr zimowy 2024/25

Dane zawarte w pliku *data_30.csv* reprezentują wyniki pomiaru położenia trzech obiektów o identycznych masach, przyciągających się grawitacyjnie. Trajektorie ruchu tych obiektów opisane są następującym układem nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych drugiego rzędu:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} = Gm_2 \frac{x_2(t) - x_1(t)}{r_{12}^3(t)} + Gm_3 \frac{x_3(t) - x_1(t)}{r_{31}^3(t)} \\ \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} = Gm_2 \frac{y_2(t) - y_1(t)}{r_{12}^3(t)} + Gm_3 \frac{y_3(t) - y_1(t)}{r_{31}^3(t)} \\ \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} = Gm_3 \frac{x_3(t) - x_2(t)}{r_{23}^3(t)} + Gm_1 \frac{x_1(t) - x_2(t)}{r_{12}^3(t)} \\ \frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} = Gm_3 \frac{y_3(t) - y_2(t)}{r_{23}^3(t)} + Gm_1 \frac{y_1(t) - y_2(t)}{r_{12}^3(t)} \\ \frac{d^2 x_3(t)}{dt^2} = Gm_1 \frac{x_1(t) - x_3(t)}{r_{31}^3(t)} + Gm_2 \frac{x_2(t) - x_3(t)}{r_{23}^3(t)} \\ \frac{d^2 y_3(t)}{dt^2} = Gm_1 \frac{y_1(t) - y_3(t)}{r_{31}^3(t)} + Gm_2 \frac{y_2(t) - y_3(t)}{r_{23}^3(t)} \end{array} \right.$$

gdzie:

- t oznacza czas,
- $x_k(t)$ i $y_k(t)$ to współrzędne położenia k -tego obiektu dla $k = 1, 2, 3$,
- m_k to masa k -tego obiektu dla $k = 1, 2, 3$,
- G to stała grawitacyjna,
- $r_{jk}(t) \equiv \sqrt{[x_k(t) - x_j(t)]^2 + [y_k(t) - y_j(t)]^2}$ dla $j, k = 1, 2, 3$.

Wyznacz współrzędne położenia tych obiektów w chwilach t zapisanych w pliku *query_30.csv*.

Do oceny dokładności uzyskanego rozwiązania można wykorzystać funkcję środowiska MATLAB zawartą w pliku *test_solution_30.p*. Jej składnia jest następująca:

```
function test_solution_30(x1, y1, x2, y2, x3, y3)
```

gdzie $x1, y1, x2, y2, x3$ i $y3$ oznaczają wektory estymat współrzędnych x_1, y_1, x_2, y_2, x_3 i y_3 , odpowiadających wartościom t zapisanym w pliku *query_30.csv*. Funkcja ta umożliwia wyznaczenie wartości pewnego wskaźnika dokładności rozwiązania Δ . Za w pełni zadowalające można uznać rozwiązanie charakteryzujące się wartością $\Delta < 0.02$.

Wskazówka: $m_1 = m_2 = m_3 \in [\frac{1}{10G}, \frac{10}{G}]$.