Liceum

Wiktoria Borek

1 Logarytmy

1.1 Zadanie

Wykaż, że dla $x > 1$ zachodzi równość:
$2\log_2(x^2-1) - 3\log_2(x-1) = \log_2 \frac{x^2+2x+1}{x-1}$

Rozwiązanie

$D: x > 1$

$L = 2\log_2(x^2-1) - 3\log_2(x-1)$
$P = \log_2 \frac{x^2+2x+1}{x-1}$

$L = \log_2(x^2-1)^2 - \log_2(x-1)^3 = \log_2 \frac{(x^2-1)^2}{(x-1)^3} = \log_2 \frac{\cancel{(x-1)^2}(x+1)^2}{\cancel{(x-1)^2}(x-1)} =$
$= \log_2 \frac{x^2+2x+1}{x-1} = P \quad \blacksquare$

1.2 Zadanie

Wykaż, że $\log_{17} 19 : \log_{18} 19 = \log_{16} 18 \cdot \log_{17} 16$.

Rozwiązanie

$\log_{17} 19 \cdot \log_{19} 18 = \log_{17} 16 \cdot \log_{16} 18$
$\log_{17} \cancel{19} \cdot \log_{\cancel{19}} 18 = \log_{17} \cancel{16} \cdot \log_{\cancel{16}} 18$
$\log_{17} 18 = \log_{17} 18$
$L = P \quad \blacksquare$

1.3 Zadanie

Dane są liczby $a = \log_3 2$ oraz $b = \log_{2^{2024}} 3^{1012} + \log_{\frac{1}{3}} 54$. Wyraź liczbę b za pomocą liczby a.

Rozwiązanie

$b = \frac{1}{2} \cdot \log_2 3 - \log_3(27 \cdot 2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a} - (\log_3 3^3 + a) = \frac{1}{2a} - 3 - a$