

# Sprawozdanie 5 - Metoda potęgowa

---

## Wojciech Smolarczyk, Wiktor Zalińska

---

### 1. Implementacja metody potęgowej

Celem zadania było zaimplementowanie **metody potęgowej** dla macierzy  $3 \times 3$  w celu wyznaczenia największej wartości własnej oraz odpowiadającego jej wektora własnego. W algorytmie uwzględniono warunki dotyczące losowania wektora początkowego oraz kryterium błędu początkowego.

---

Metoda potęgowa to prosta i skuteczna iteracyjna metoda numeryczna służąca do wyznaczenia największej (co do wartości bezwzględnej) wartości własnej macierzy kwadratowej  $A$ , oraz odpowiadającego jej wektora własnego  $z$ .

---

Kroki algorytmu:

1. Znalezienie wektora startowego:

- Generacja losowego wektora  $z$  z przedziału  $(0,1)$ .
- Obliczenie:
  - $w = Az$ ,
  - $\lambda = \max(|w|)$ ,
  - $\text{error} = \|Az - \lambda z\|$
- Jeżeli  $\text{error} < 10^{-8}$ , to powtarzane są powyższe kroki (aby nie startować z wektora, który spełnia warunki stopu)

2. Iteracja:

- obliczenie  $w = Az$
- $\lambda = \max(|w|)$
- nowe  $z$  jako  $z = w / \lambda$
- $\text{error} = \|Az - \lambda z\|$

Jeżeli  $\text{error} < 10^{-8}$ , kończymy iterację, otrzymując największą wartość własną i odpowiadający jej wektor własny.

Kod algorytmu

```
def power_method(A, p=2, epsilon=1e-8, max_iter=1000):

    n = A.shape[0]

    while True:
        # Generate a random 3x1 vector
        z = np.random.uniform(0.0, 1.0, n)

        # Calculate the product of A and z
        w = np.dot(A, z)

        # Calculate error
        lambda_ = np.max(np.abs(w))
        error = np.linalg.norm(w - lambda_ * z, ord=p)

        if error >= epsilon: # z is ok -> don't start from a vector that meets the
            stop condition
            break

    for i in range(max_iter):
        w = np.dot(A, z)
        lambda_ = np.max(np.abs(w))
        z = w / lambda_

        error = np.linalg.norm(A @ z - lambda_ * z, ord=p)

        if error < epsilon:
            break

    return lambda_, z, i+1, error
```

## Wynik działania programu

- Matrix A:

[[5 2 8] [3 4 2] [8 6 2]]

- Największa wartość własna: 13.62590694760338
- Odpowiadający wektor własny: [1. 0.50923604 0.95092936]
- Liczba iteracji: 40
- Końcowy błąd: 6.578052208635384e-09
- Iloczyn A z:

array([13.62590694, 6.93880287, 12.95727495])

- Iloczyn lambda z:

```
array([13.62590695, 6.93880287, 12.95727495])
```

Rozkład SVD macierzy 3x3 z wykorzystaniem metody potęgowej