

INFO183 Análisis de Sistemas Lineales, Primavera 2018, Prueba recuperativa

Profesor: Pablo Huijse H.

Tiempo: 1.5 horas

1. Responda justificando adecuadamente

- (a) (2pt) ¿Qué ocurre con el espectro de una señal continua cuando esta se muestrea a una frecuencia F_s ? ¿Qué relación tiene esto con el fenómeno de *aliasing* y con el teorema del muestreo?
- (b) (1pt) Obtenga la transformada de Fourier de una señal continua $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$. **HINT:** $\mathbb{FT}[e^{j2\pi at}] = \delta(f - a)$
- (c) (2pt) Considere ahora la señal continua $y(t) = 1 + 0.5 \cos(2000\pi t) + 0.25 \cos(4000\pi t)$. Expresé matemáticamente su espectro y dibújelo. ¿Es el espectro limitado en ancho de banda? ¿Cuáles son sus límites?
- (d) (1pt) Asuma que la señal $y(t)$ se muestrea con $F_s = 6000$ [Hz]. Dibuje el espectro de la señal muestreada entre $-2F_s$ y $2F_s$. ¿Es posible recuperar esta señal sin pérdidas? ¿Por qué?

2. Sea una secuencia de largo $N = 4$ dada por $s[n] = [a, b, c, d]$, donde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

- (a) (1pt) Escriba la transformada de Fourier discreta de $s[n]$ como un sistema matricial **HINT:** $S[k] = \sum_{n=0}^{N-1} s[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}$
- (b) (3pt) Desarrolle el sistema y obtenga expresiones simplificadas para $S[0]$, $S[1]$, $S[2]$ y $S[3]$. **HINT:** $e^{\pm j2\pi n} = 1, \forall n \in \mathbb{Z}$, $e^{\pm j\pi} = -1$ y $e^{\pm j\pi/2} = \pm j$
- (c) (2pt) Considere ahora que a y c son las muestras pares y que b y d son las muestras impares. Reescriba cada $S[k]$ agrupando los términos pares e impares. Muestre que $S[k]$ difiere en sólo un signo con $S[k + N/2]$ ($k = 0$ y $k = 1$). ¿Cuántas operaciones pueden “ahorrarse” usando esta propiedad?

3. Considere el siguiente sistema retroalimentado con salida $y[n]$ y entrada $x[n]$

$$y[n] = (1 - \gamma)x[n] + \gamma y[n - 1], \quad \gamma \geq 0$$

- (a) (1.5pt) Calcule la respuesta al impulso del sistema en $n = -2, -1, \dots, 3, 4$ en términos de γ . ¿Qué condición debe cumplir γ para que el sistema no diverja?
- (b) (1.5pt) Nombre una ventaja y una desventaja de los sistemas con respuesta al impulso infinita (IIR). ¿Es el sistema anterior de tipo IIR?

4. Responda

- (a) (0.5pt) ¿Qué son y porque son útiles los sistemas adaptivos?
- (b) (1pt) Explique el algoritmo de gradiente descendente. ¿Qué función cumple el paso μ ?
- (c) (1.5pt) Sea un filtro FIR, $y_n = w_n^T u_n$, con una salida deseada d_n . Expresé el error cuadrático instantáneo para este filtro. Obtenga una regla de actualización de pesos aplicando el algoritmo de gradiente descendente sobre dicho error.