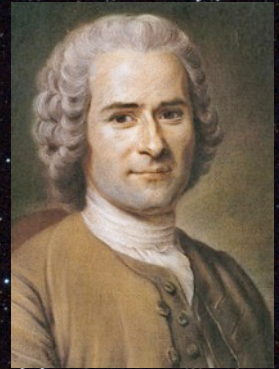


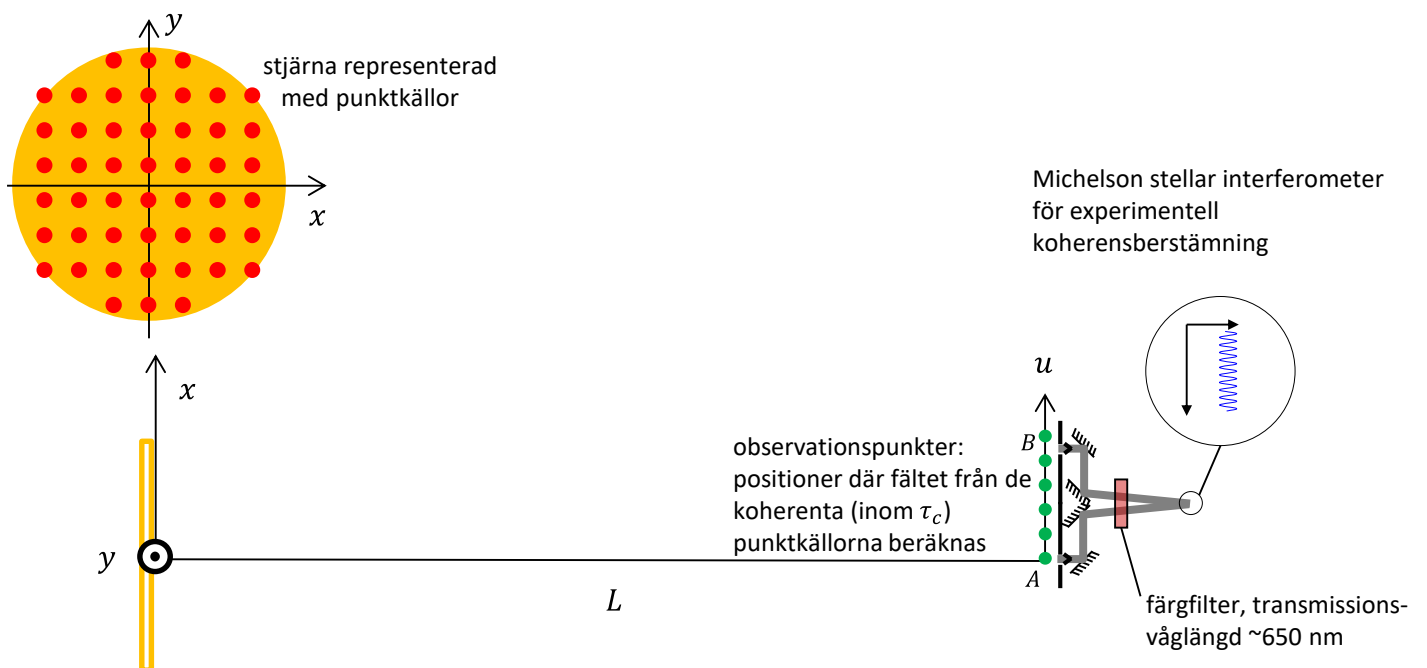
# Tillbaka till naturen! \*\*

Ingen fouriertransform, ingen koherensteori, ingen intelligens. Bära ursinnigt vibrerande elektronmoln som sänder ut sfäriska vågor. Så som Moder Natur gör – egentligen.



\*\*sade aldrig (ordagrant)  
Jean-Jacques Rousseau

(a) Med Moder Natur-metoden (se tipsdelen nedan), bestäm the mutual coherence function  $\Gamma_{AB}$  hos strålningen runt 650 nm våglängd från en röd jättestjärna när den kommer till Jorden! Utan inskränkning kan vi anta att ena referenspunkten, A, för fältet ligger i origo, och andra, B, längs u-axeln, så att  $\Gamma_{AB} = \Gamma_{AB}(u) = \langle E(0,0)E^*(u,0) \rangle$  där  $E$  är fältet från alla punktkällor på stjärnan i ett visst ögonblick och  $\langle \cdot \rangle$  är ett tidsmedelvärde. Antag att stjärnan ligger på avståndet 70 ljusår och har en diameter som är 45 gånger större än solens. Beräkna korrelationen  $\Gamma_{AB}(u)$  för positioner hos punkt B från  $u=0$  upp till  $u=20$  meter.

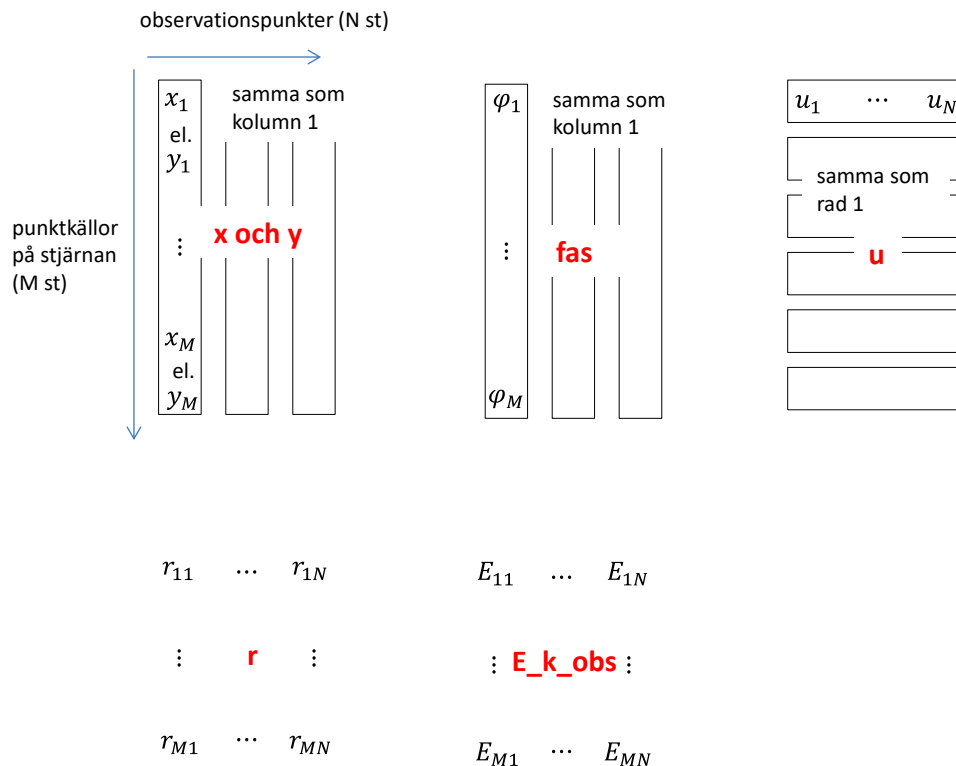


## Python-tips

Din primära uppgift är att bestämma fältet i ett antal punkter längs u-axeln från alla punktkällor på stjärnan, så som det ser ut under den korta tid, koherenstiden  $\tau_c$ , som punktkällorna är korrelerade. Antag att alla punktkällor är lika starka men har en slumpmässig fas (som ändras till nästa koherenstid).

Det är smart att göra fältberäkningarna helt utan for-loopar eftersom det går mycket snabbare. Det gör man genom att skapa matriser där varje rad svarar mot en punktkälla och varje kolumn mot en

med dessa **matriser** slipper du alla for-loopar  
(förutom stegningen i tiden)



observationspunkt. De sex olika matriserna visas schematiskt i figuren ovan. Du har redan fått hjälp av funktionen `xy_source`, som skapar matriserna `x` och `y` för x- och y-koordinaterna för punktkällorna. Eftersom dessa är oberoende av observationspunkterna så innehåller de samma data i varje kolumn. Du kan också bilda matrisen `fas`, som på samma sätt anger den slumpmässiga faser på den våg som sänds ut från respektive punktkälla:

```
fas=2*np.pi*np.random(M,1) % rand ger slumpstal [0, 1]
                             % men vi vill ha slumpstal [0, 2*pi]
Fas_repererad=np.transpose(repmat(fas,1,N)) % lägg samma data i varje kolumn
```

Matrisen som innehåller `u`-vektorns koordinater blir alltså lika för varje rad istället för kolumn, eftersom observationspunkternas positioner är oberoende av källpunkterna:

```
u_repererad=repmat(u,M,1)
```

där `u` är en radvektor som innehåller positionerna där du vill beräkna fältet. Av dessa matriser skapar du lämpligen matrisen `r` som är avståndet från varje punktkälla till varje observationspunkt. Naturligtvis använder man Pythagoras sats, men kommandot

```
r=np.sqrt(L**2 + y**2+(x-u)**2) % OBS: Rätt men fel!
```

ger *samma värde* för alla punktkällor och observationspunkter! Varför? Jo, `L` är så stor att alla andra termer är mindre än minsta precisionen i Python och alltså inte påverkar summan inom parentes (Python ger inga felmeddelanden i sådana fall!). Du måste alltså hitta en approximation till

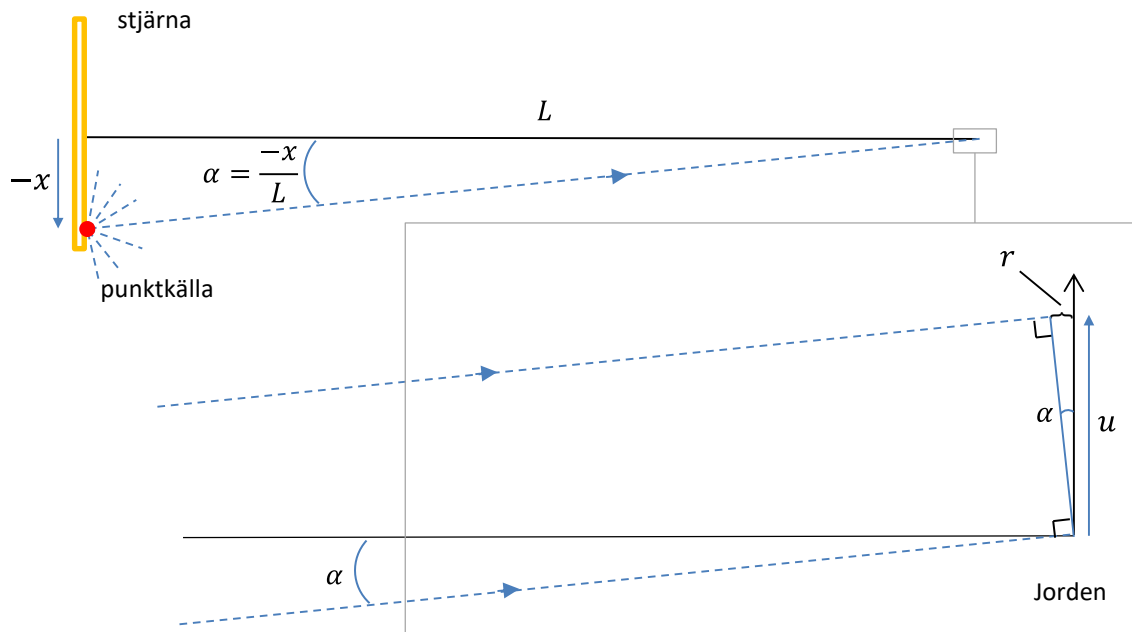
$$r = \sqrt{L^2 + y^2 + (x - u)^2}$$

Börja med att utveckla kvadraten och konstatera att `u` är löjligt litet jämfört med allt annat, så den term som innehåller `u`<sup>2</sup> kan strykas. Sedan kan man lyfta `L`<sup>2</sup> ut ur kvadratroten. Sedan gör man som i

den paraxiella approximationen! Därefter stryker man alla termer som inte innehåller  $u$  (det är bara *skillnaden* i gångväg till olika observationspunkter som är intressant), och får då ett uttryck för  $r$  som bara innehåller en enda term, proportionell mot  $u$ , och därmed blir matrisen

```
r= ... *u_repeterad;
```

Vi har alltså ingen användning för matrisen  $y$ , men det kunde vi ju inte veta på förhand. Alternativt, eller som en koll att du gjort rätt, kan man enkelt beräkna  $r$  ur följande geometriska betraktelse:



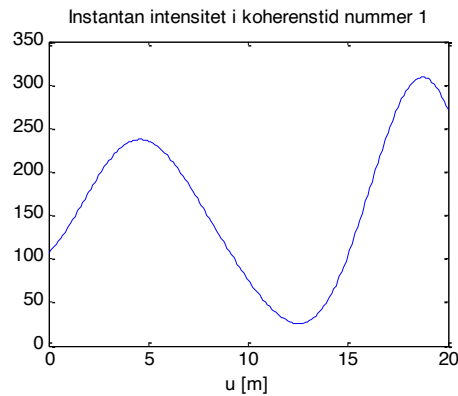
Nu är det enkelt att skapa matrisen  $E_{k\_obs}$ , som innehåller E-fältbidraget från varje punktkälla ("k") i varje observationspunkt ("obs").

```
E_k_obs=np.exp(1j*(fas_repeterad + k0*r));
```

Fältet är ju den sfäriska vågen från punktkällan när den nått observationspunkten, där  $k_0 \cdot r$  är fasbidraget på grund av gångvägsskillnaden; man kan lugnt bortse från sfäriska vågens amplitudfaktor " $1/r$ " (där  $r$  är det verkliga avståndet, inte bara skillnaden i gångväg) som ju är praktiskt taget identiskt lika för alla fall. Till slut fås totala fältet i observationspunkterna genom att summera bidragen från alla punktkällor, alltså genom att summera kolumnvis

```
E_obs=np.sum(E_k_obs,1);
```

Plotta den instantana intensiteten längs  $u$ -axeln,  $I_{obs\_inst}=np.abs(E\_obs)**2$ , och kolla att den är ganska mjukt böljande över ungefär samma längdskala i  $u$ -led som i det visade exemplet (kurvornas form i övrigt är helt slumpmässig, men din kurva ska alltså inte vara "taggig", och inte heller nästan helt konstant).



Slutligen fås produkten  $E(0,0)E^*(u,0)$  som

```
instantan_produkt=E_obs[0]*np.conj(E_obs);
```

förutsatt att du skapade  $u$  så att  $u[0]=0$ .

Sedan gör du om beräkningarna för en ny koherenstid, med nya slumpmässiga värden på punktkällornas faser, och summerar successivt `instantan_produkt` för alla koherenstider, vilket ger  $\Gamma_{AB}(u) = \langle E(0,0)E^*(u,0) \rangle$  (sånär som på en ointressant konstant – det är egentligen bara värdet av  $\Gamma_{AB}(u)$  relativt det helt koherenta värdet, dvs  $\Gamma_{AB}(u=0)$ , som är av intresse).

**Gör så många medelvärdesbildningar att resultatet konvergerar hyfsat**, d.v.s. att formen på  $\Gamma_{AB}(u)$  inte ändrar sig märkbart med ytterligare koherenstider i summeringen.

**(b)** Som en "sanity check", beräkna också intensiteten, i vanlig mening, i observationspunkterna (sånär som på en ointressant konstant). Är intensitetens variation längs  $u$ -axeln vad du förväntar dig?

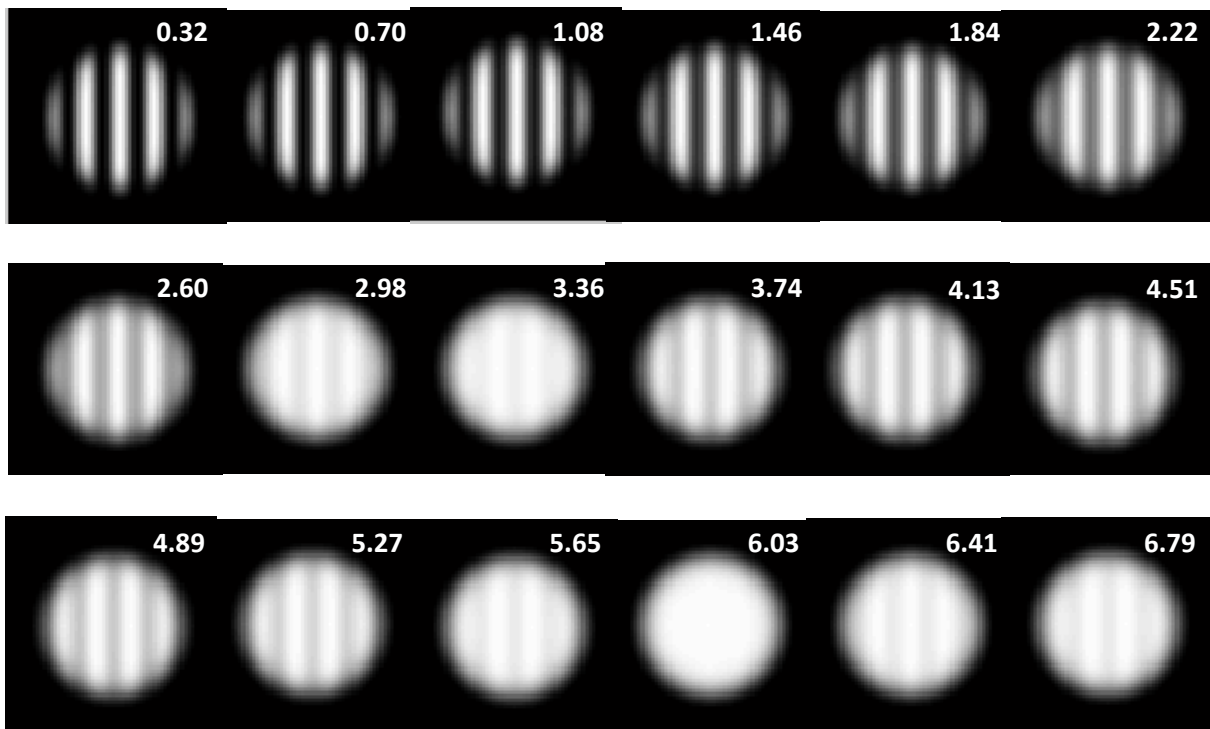
**(c)** Kolla att du samplat punktkällorna tillräckligt tätt för att representera stjärnan på ett bra sätt. Gör detta genom att kolla att du får liknande resultat som i **(a)** även om du använder ett väsentligt annorlunda antal punktkällor.

**(d)** Om spatiella koherenslängden  $l_s$  i detta specialfall (d.v.s. cirkulär inkoherent ljuskälla) mer precist definieras som avståndet mellan två punkter på  $u$ -axeln då korrelationen mellan deras fält blir noll (första nollstället), vad ger din simulering att *const* har för värde i formeln

$$l_s = \text{const} \frac{\lambda}{D_{\text{källa}}} L$$

Testa också ett annat värde på diametern hos ljuskällan,  $D_{\text{källa}}$ , för att bekräfta formeln.

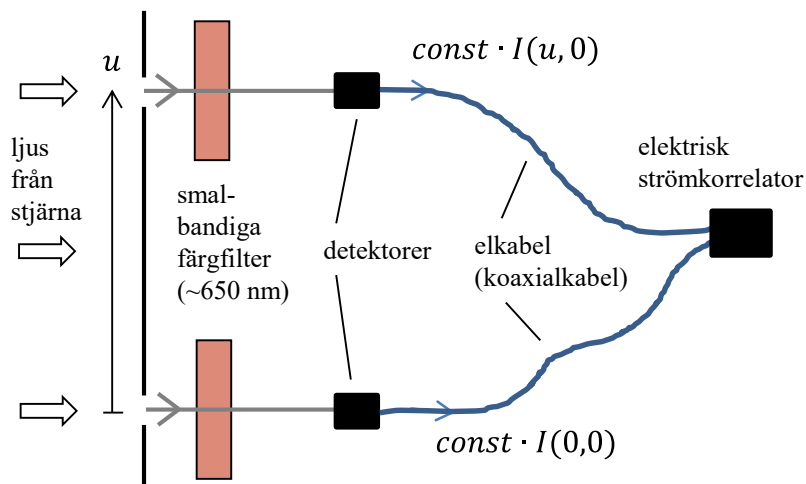
**(e)** Nedanstående intensitetsfördelningar registrerades i en (simulerad) Michelson stellar interferometer vid observation av en röd jättestjärna. Siffran vid varje interferensmönster anger avståndet i meter mellan de två öppningarna i interferometern. Med hjälp av parallax (hur stjärnan flyttar sig i förhållande till en bakgrund av extremt avlägsna stjärnor när Jorden rör sig ett halvt varv runt solen) hade avståndet till stjärnan bestämts till 300 ljusår. Vad fick man för värde på stjärndiametern? Jämför med solens diameter. **OBS:** Kolla noga kontrastens variation i simuleringen och betänk att vi samplar " $u$ " grovt.



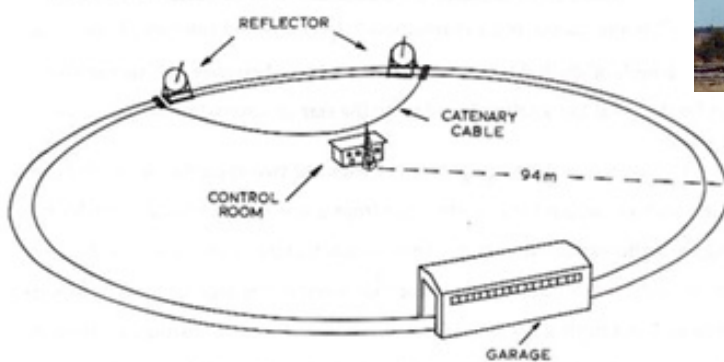
### HBt-interferometern

I praktiken går metoden med Michelson stellar interferometer bara att använda för de allra största stjärnorna, som har kort  $l_s$  på några få meter. Och även då är det inte alls lätt att föra samman stjärnljuset från två olika positioner för att studera interferensen. Därför var det ett stort framsteg när Robert Hanbury-Brown och Richard Twiss på 1950-talet insåg att man inte alls behöver korrelera amplitud och fas – det räcker med att korrelera *intensiteten* i två punkter. Och intensiteten kan mätas med en detektor i varje punkt, som ger en ström proportionell mot intensiteten, och sedan kan strömmarna från de två detektorerna korreleras elektriskt så att man får intensitetskorrelationen  $\Gamma_I(u) = \langle I(0,0)I(u,0) \rangle$  (subscriptet på  $\Gamma_I$  är bokstaven stora "I" som i intensitet) där  $I(u,0)$  är den instantana intensiteten  $I(u,0) = |E(u,0)|^2$  (egentligen är det strömmarnas korrelation som beräknas, men eftersom strömmen från detektorn är proportionell mot intensiteten blir det samma sak).

### HBt intensitetsinterferometer



I den verkliga anläggningen användes en parabolantenn för att få mer ljus på varje detektor, och försäkra sig om att bara ljus från den önskade stjärnan detekterades. De två parabolantennerna, med varsin detektor längst fram på sprötet (se bild), stod på varsin järnvägsvagn på ett cirkulärt spår så att avståndet mellan vagnarna kunde ställas in godtyckligt upp till ca 180 meter.



När Hanbury-Brown och Twiss presenterade sina första resultat var många fysiker *synnerligen* skeptiska. Man menade upprört (en del menade t.ex. att det stred mot kvantfysikens osäkerhetsprincip) att intensitetskorrelationen  $\Gamma_I(u)$  inte kan innehålla någon information alls, den kommer helt enkelt inte att variera med detektorseparationen  $u$ , och sålunda inte avslöja ett dugg om ljuskällan (stjärnan).

**(f)** Visa att de upprörda fysikerna hade fel! Tips: återanvänd koden från **(b)**!

## Skicka in din HUPP

1. Ladda ner .ipynb filen för att börja med HUPPen.
2. I .ipynb filen skriver ni och kör eran Python kod, samt svarar på samtliga frågor som är givna i HUPP beskrivningen med text, beräkningar och relevanta bilder för full poäng.
3. Spara och exportera .ipynb filen som en .pdf fil.
4. Skicka in pdf:en på Canvas.



Får du problem eller undrar något kan du diskutera med valfri person. Du får gärna också mejla HUPP-ansvarig (se kurs PM) för frågor. Bifoga gärna er kod om ni har problem med den.



PS: Har du svårt att tolka dina HBT-resultat? Kolla om följande frågor och svar hjälper!

### 1. Hur ska man tolka intensitetskorrelationen $\Gamma_I(u)$ ?

Instantana intensiteten hos ljuset från stjärnan varierar snabbt i tid och rum på jordytan. Om instantana intensiteten tenderar att vara hög (låg) i position  $u$  samtidigt som den är hög (låg) i  $u = 0$ , d.v.s. den fluktuerar på samma sätt i båda positionerna, blir  $\Gamma_I(u)$  hög.

### 2. Varför blir inte $\Gamma_I(u) = 0$ när vi inte har någon intensitetskorrelation (till skillnad från $\Gamma_{AB}(u)$ som verkligen blir noll när fälten är okorrelerade)?

$\Gamma_I(u)$  är en medelvärdesbildning mellan storheter (intensiteter) som alltid är positiva.  $\Gamma_I(u)$  själv blir alltså alltid större än noll. Man kan visa att när  $\Gamma_I$  sjunkit till cirka hälften av sitt maxvärde  $\Gamma_I(u = 0)$  är korrelationen noll.

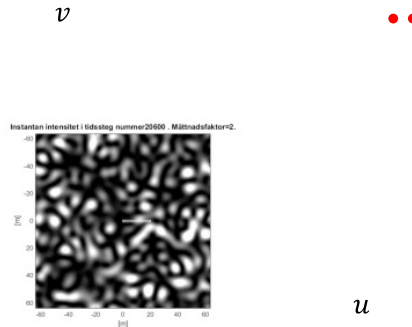
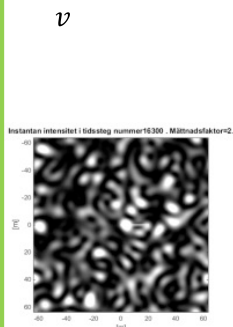
### 3. Varför blir vi som går Optik F2 inte förvånade över att korrelationen $\Gamma_I(u)$ ökar om $u \rightarrow 0$ , dvs om punkt A och B ligger nära varandra?

Vi vet att det finns något som heter minsta feature size för koherenta fält. Under en koherenstid är därför fältet från stjärnan som kommer till Jorden fullt av ljusa och mörka områden (speckle) med typisk storlek "minsta feature size", som beror på stjärnans "utbredning i Plan 1", d.v.s. dess diameter. Om punkt A och B ligger närmare varandra än "minsta feature size" ligger de ofta inom samma ljusa eller mörka blobba, dvs de tenderar att ha hög (låg) instantan intensitet samtidigt. Korrelationen  $\Gamma_I$  är alltså hög!

Instantan intensitet hos stjärnljuset vid jordytan (ljuset antas infalla normalt mot ytan)

... under en koherenstid

... under en annan koherenstid



Om A och B ligger tillräckligt nära varandra tenderar instantana intensiteten i dessa positioner att fluktuera på samma sätt från en koherenstid till nästa.

(den lilla vita rektangeln markerar det område på  $u$ -axeln för vilket du själv gjort beräkningar)

#### 4. Varför blev kvantfysikerna däremot förvånade över att korrelationen $\Gamma_I(u)$ blir hög om punkt A och B ligger nära varandra?

De trodde på fotoner, ljuspartiklar. Varje punktkälla på stjärnan sänder ut fotoner oberoende av de andra punktkällorna. Fotonerna interagerar inte heller på vägen till Jorden. Alltså infaller fotonerna på jordytan helt oberoende av varandra, totalt slumpmässigt. Därför, om det plötsligt infaller ovanligt många fotoner i position A (instantana intensiteten är hög där) säger det ingenting om antalet fotoner som samtidigt infaller i en annan position B. Intensiteten är med nödvändighet helt okorrelerad i olika punkter. Vilket alltså är fel! Men kolla gärna på nästa sida också ⇒



Enligt Newton & Co. är ljus en ström av fotoner som beter sig som pingisbollar.