

UNIVERSIDAD CATOLICA BOLIVIANA "SAN PABLO"  
MAESTRIA EN CIENCIA DE DATOS, TERCERA VERSION



Materia: ANALISIS ESTADÍSTICO I

Practica No.4

Maestrante: Ramón Wilder Serdán Cárdenas

Noviembre 2021

La Paz – Bolivia

1. Una industria algodonera, interesada en maximizar el rendimiento de la semilla de algodón, quiere comprobar si dicho rendimiento depende del tipo de fertilizante utilizado para tratar la planta. A su disposición tiene 5 tipos de fertilizantes. Como puede haber diferencia entre las parcelas, el experimentador decide efectuar un diseño en bloques aleatorizados. Para ello, divide el terreno en 4 bloques y cada bloque en 5 parcelas, fumigando dentro de cada bloque cada una de las parcelas con un fertilizante. Al recoger la cosecha se mide el rendimiento de la semilla, obteniéndose las siguientes observaciones:

Fertilizantes	Bloques				$y_{i.}$	$y_{i.}^2$
	A	B	C	D		
1	87	86	88	83	344	118.336
2	83	87	95	85	352	123.904
3	90	92	95	90	367	134.689
4	89	97	95	88	372	138.384
5	99	96	91	90	376	141.376
$y_{.j}$	450	458	467	436	1.811	656.689
$y_{.j}^2$	202.500	209.764	218.089	190.096	820.449	
$\sum y_{ij}^2$	40.616	42.054	43.679	38.058	164.407	

Se pide probar si el rendimiento de la semilla de algodón difiere significativamente dependiendo del tipo de fertilizante utilizado. Y si los bloques de terreno son significativamente distintos.

Fuentes de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	F
Entre tratamientos	186,20	4	46,55	2,974
Residual	234,75	15	15,650	
Total	420,95	19		

Según tablas  $F_{0,05;4,15}=3,050$ , entonces no se puede rechazar la  $H_0$  de igualdad de tratamientos. No se ha podido encontrar diferencias significativas entre los tipos de fertilizantes.

2. Un fabricante de calzado desea mejorar la calidad de las suelas, las cuales se pueden hacer con uno de los cuatro tipos de cuero A, B, C y D disponibles en el mercado. Para ello, prueba los cueros con una máquina que hace pasar los zapatos por una superficie abrasiva; la suela de los zapatos se desgasta. Al pasarla por dicha superficie. Como criterio de desgaste se usa la pérdida de peso después de un número fijo de ciclos. Se prueban en orden aleatorio 24 zapatos, seis de cada tipo de cuero. Al hacer las pruebas en orden completamente al azar se evitan sesgos y las mediciones en un tipo de cuero resultan independientes de las demás. Los datos (en miligramos) sobre el desgaste de cada tipo de cuero se muestran en la tabla.

Tipo de Cuero	Desgaste						Promedio
A	264	260	258	241	262	255	256,7
B	208	220	216	200	213	206	210,5
C	220	263	219	225	230	228	230,8
D	217	226	215	224	220	222	220,7

Se pide:

a) Probar si los tratamientos son diferentes.

Fuentes de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	F	p-value
Entre tratamientos	7.072,33	3	2.357,44	23,24	0,0000
Residual	2.029,0	20	101,45		
Total	9.101,33	23			

```
> cuero <- read_excel("cuero.xlsx")
> g <- lm(desgaste ~ tipo, cuero)
> summary(g)

Call:
lm(formula = desgaste ~ tipo, data = cuero)

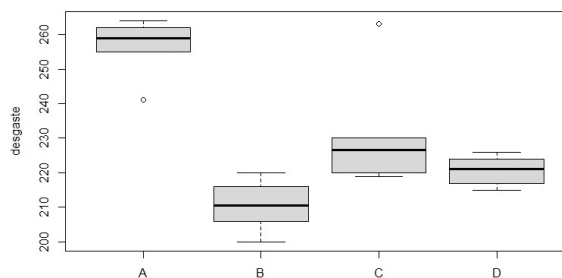
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-15.667  -4.792  -0.750   3.833  32.167

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  256.667    4.112   62.419 < 2e-16 ***
tipoB       -46.167    5.815  -7.939 1.31e-07 ***
tipoC       -25.833    5.815  -4.442 0.00025 ***
tipoD       -36.000    5.815  -6.191 4.78e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 10.07 on 20 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7771,    Adjusted R-squared:  0.7436
F-statistic: 23.24 on 3 and 20 DF, p-value: 1.002e-06
```

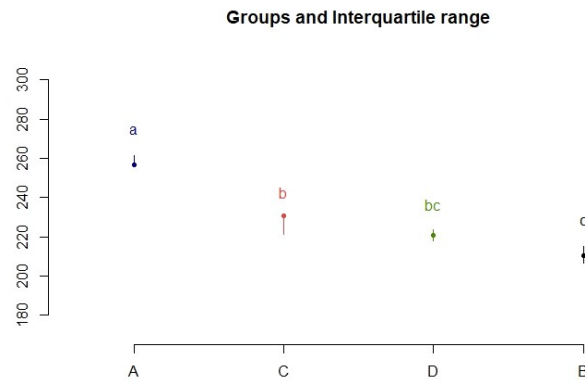
El *p-value* es mucho menor a un nivel de significancia de 0,05, entonces se rechaza la hipótesis nula.

b) Probar las comparaciones con Comparaciones de rangos múltiples.



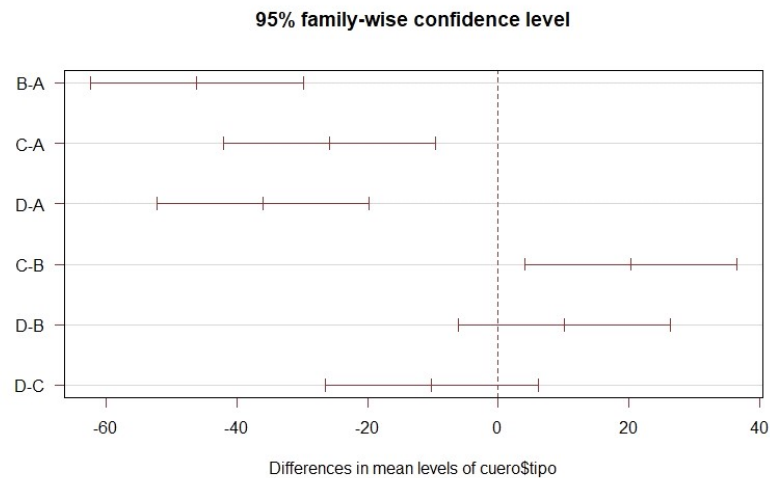
Especialmente el tipo de cuero A y B es muy diferente a los demás tipos de cuero.

c) Aplicar la prueba LSD (diferencia mínima significativa).



```
> df<-df.residual(model)
> MSerror<-deviance(model)/df
> out <- with(cuero,LSD.test(desgaste, tipo, df, MSerror))
> plot(out, variation="IQR")
```

d) Aplicar el Método de Tukey (HSD).

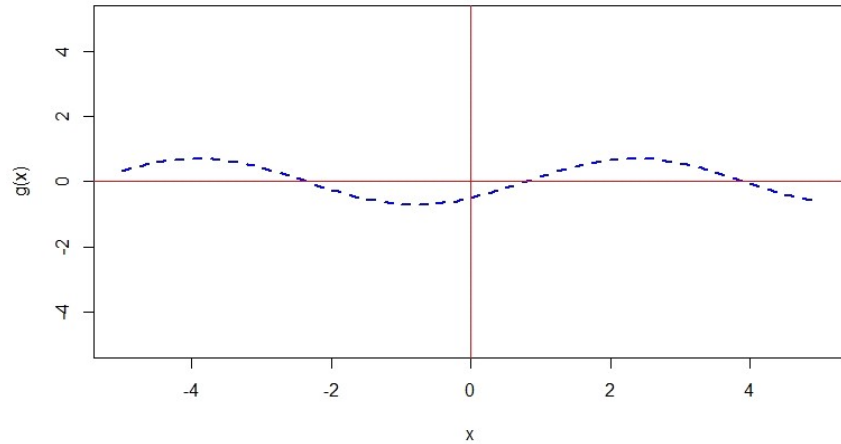


```
> model=lm(cuero$desgaste ~ cuero$tipo )
> ANOVA=aov(model)
> TUKEY <- TukeyHSD(x=ANOVA, 'cuero$tipo', conf.level=0.95)
> plot(TUKEY , las=1 , col="brown")
> ANOVA
Call:
aov(formula = model)

Terms:
      cuero$tipo Residuals
Sum of Squares  7072.333 2029.000
Deg. of Freedom    3       20

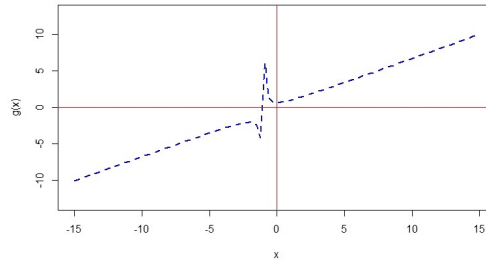
Residual standard error: 10.07224
Estimated effects may be unbalanced
```

3. Considere el problema de punto fijo  $x = 0.5(\sin x - \cos x)$ . Determine un intervalo  $[a, b]$  donde la iteración de punto fijo converge sin importar la elección de la aproximación inicial  $x_0 \in [a, b]$ . Debe justificar su respuesta.



```
> g=function(x) 0.5*(sin(x)-cos(x))
> N=100
> x0=0.001
> tol=0.00000000001
> curve(g(x), col = "blue", lty = 2, lwd = 2, xlim=c(-5,5),ylim=c(-5,5))
> 
> abline(h=0, col="red")
> abline(v=0,col="red")
> 
> for(i in 1:N) {
+   x = g(x0); e=abs(x-x0)
+   print (c(i,x0,x))
+   if (e < tol)
+   {cat("converge en", i, "iteraciones. Raiz= ",x)
+     return()
+   }
+   x0=x
+ }
[1] 1.0000000 0.0010000 -0.4994998
[1] 2.0000000 -0.4994998 -0.6784044
[1] 3.0000000 -0.6784044 -0.7030633
[1] 4.0000000 -0.7030633 -0.7047114
[1] 5.0000000 -0.7047114 -0.7048063
[1] 6.0000000 -0.7048063 -0.7048117
[1] 7.0000000 -0.7048117 -0.7048120
[1] 8.0000000 -0.704812 -0.704812
[1] 9.0000000 -0.704812 -0.704812
[1] 10.000000 -0.704812 -0.704812
[1] 11.000000 -0.704812 -0.704812
converge en 11 iteraciones. Raiz= -0.704812
```

4. Usando la implementación, aplique iteración de punto fijo para resolver el problema  $x = \left(\frac{2x^3-2}{3x^2-3}\right)$ . Tomando  $x_0 = 1,2$ . Hay algo muy extraño pasando aquí. ¿Qué es?



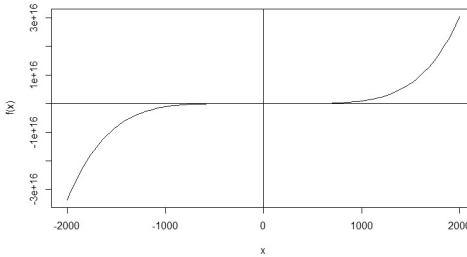
```
g=function(x) (2*x^3-2)/(3*x^2-3)
N=100
x0=1,2
tol=0.0000000001
curve(g(x), col="blue", lty=2, lwd=2, xlim=c(-15,15), ylim=c(-13,13))

abline(h=0, col="red")
abline(v=1, col="red")

for(i in 1:N) {
  x = g(x0); e=abs(x-x0)
  print(c(i,x0,x))
  if (e < tol)
    {cat("converge en", i, "iteraciones. Raiz= ",x)
    return()
  }
  x0=x
}
```

```
1] 1.00000 1.20000 1.10303
1] 2.00000 1.10303 1.052356
1] 3.00000 1.052356 1.026401
1] 4.00000 1.026401 1.013258
1] 5.00000 1.013258 1.006643
1] 6.00000 1.006643 1.003315
```

5. Resuelva  $f = x^5 - 100x^4 + 3.995x^3 - 79.700x^2 + 704.004x - 3.160.075$  usando  $x_0=177$ . Resuelva usando bisección con  $[17,22.2]$

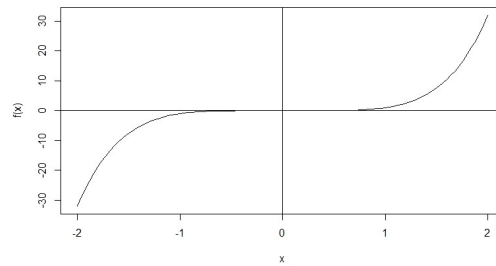


```
> biseccion = function(f, xa, xb, tol){
+   if( sign(f(xa)) == sign(f(xb)) ){ stop("f(xa) y f(xb) tienen el mismo signo") }
+   # a = min(xa,xb)
+   # b = max(xa,xb)
+   a = xa; b = xb
+   k = 0
+   #Par imprimir estado
+   cat("-----\n")
+   cat(format(c("a","b","m","Error est."), width = -15, format = "f", flag = " "), "\n")
+   cat("-----\n")
+   repeat{
+     m = a + 0.5*(b-a)
+     if( f(m)==0 ){ cat("Cero de f en [",xa,"",xb,"] es: ", m ) }
+     if( sign(f(a)) != sign(f(m)) ){
+       b = m
+     } else { a = m }
+     dx = (b-a)/2
+     # imprimir estado
+     cat(format(c("a,b,m,dx"), digits=7, width = -15, format = "f", flag = " "), "\n")
+     k = k+1
+     #until
+     if( dx < tol ){
+       cat("-----\n")
+       cat("Cero de f en [",xa,"",xb,"] es approx: ", m, "con error <=", dx)
+       break;
+     }
+   } #repeat
+ }
> ## Pruebas
> f = function(x) x^5-100*x^4+3995*x^3-79700*x^2+704004*x-3160075
> curve(f, -2000,2000); abline(h=0, v=0) #gráfico para decidir un intervalo
> biseccion(f, 17, 222, 1)
```

a	b	m	Error est.
17.0000000	119.5000000	119.5000000	51.2500000
17.0000000	68.2500000	68.2500000	25.6250000
17.0000000	42.6250000	42.6250000	12.8125000
29.8125000	42.6250000	29.8125000	6.4062500
36.2187500	42.6250000	36.2187500	3.2031250
39.4218750	42.6250000	39.4218750	1.6015625
39.4218750	41.0234375	41.0234375	0.8007812

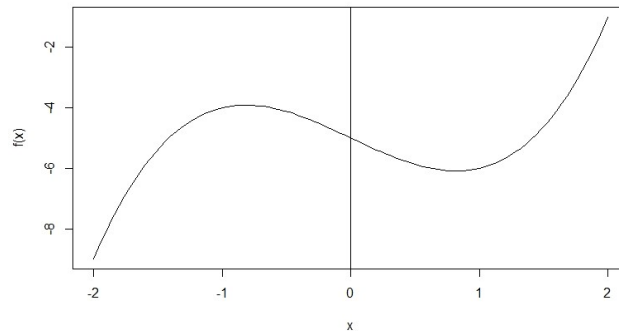
```
Cero de f en [ 17 , 222 ] es approx: 41.02344 con error <= 0.8007812
```

6. Resuelva  $x^5 = 0$  usando  $x_0 = -0.2$ . Resuelva la misma ecuación usando bisección con el intervalo  $[-0.2, 0.1]$



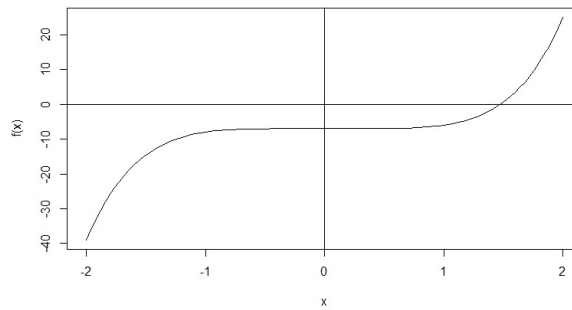
```
f = function(x) x^5
curve(f, -2,2); abline(h=0, v=0)
biseccion(f, -0.2, 0.1, -0.2)
```

7. Resuelva  $x^3 - 2x - 5 = 0$ . Esta ecuación tiene valor histórico: fue la ecuación que usó John Wallis para presentar por primera vez el método de Newton a la academia francesa de ciencias en el siglo XV.



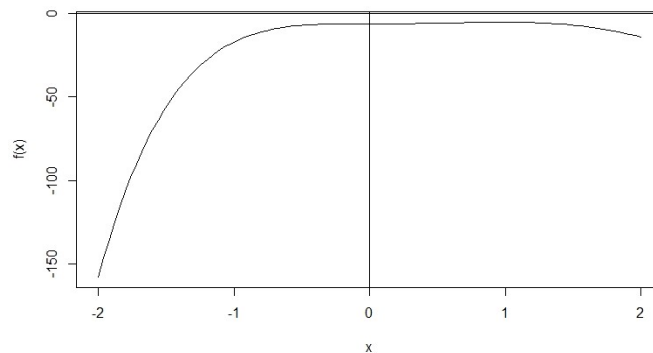
```
> newton1 = function(f, fp, x0, tol, maxiter){
+   k = 0
+   # Imprimir estado
+   cat("-----\n")
+   cat(formatC( c("x.k", " f(x.k)", "Error est."), width = -20, format = "f", flag = " "), "\n")
+   cat("-----\n")
+   repeat{
+     correccion = f(x0)/fp(x0)
+     x1 = x0 - correccion
+     dx = abs(x1-x0)
+     # Imprimir iteraciones
+     cat(formatC( c(x1, f(x1), dx), digits=15, width = -15, format = "f", flag = " "), "\n")
+     x0 = x1
+     k = k+1
+     # until
+     if(dx <= tol || k > maxiter ) break;
+   }
+   cat("-----\n")
+   if(k > maxiter){
+     cat("Se alcanzó el máximo número de iteraciones.\n")
+     cat("k = ", k, "Estado: x = ", x1, "Error estimado <= ", correccion)
+   } else {
+     cat("k = ", k, " x = ", x1, " f(x) = ", f(x1), " Error estimado <= ", correccion) }
+ }
+ ## --- Pruebas
+ f = function(x) x^3-2*x-5
+ fp = function(x) 3*x^2-2
+ curve(f, -2,2); abline(h=0, v=0)
+ options(digits = 15)
+ newton1(f,fp, 0, 0.0000005, 10)
+
+-----+-----+-----+
+ x.k      f(x.k)      Error est.
+-----+-----+-----+
+ -2.500000000000000 -15.625000000000000  2.500000000000000
+ -1.567164179104477 -5.714632451465106  0.932835820895523
+ -0.502592445086680 -4.121769542222173  1.064571734017798
+ -3.820706467699331 -53.132487962368245  3.318114022612651
+ -2.549393391360608 -16.470757614024038  1.271313076338723
+ -1.608111499728226 -5.942389675017669  0.941281891632382
+ -0.576100433660241 -4.039002090544909  1.032011066067985
+ -4.597709583382194 -92.995257569236060  4.021609149721953
+ -3.083543146726672 -28.151976870282461  1.514166436655522
+ -2.022194255464349 -9.224908997053978  1.061348891262323
+ -1.123764107579532 -4.171612533995735  0.898430147884817
+-----+-----+-----+
+ Se alcanzó el máximo número de iteraciones.
+ k = 11 Estado: x = -1.12376410757953 Error estimado <= -0.898430147884817
```

8. Resuelva  $f(x) = x^5 - 7$ . Por Newton Raphson.



```
> newton1(f,fp, -100, 0.000005, 1)
-----
x_k          f(x_k)          Error est.
-----
-79.999999986000006  -3276800004.132801055908203  20.000000013999994
-63.999999954620321  -1073741827.193276643753052  16.000000031379685
-----
Se alcanzó el máximo número de iteraciones.
k = 2 Estado: x = -63.9999999546203 Error estimado <= -16.0000000313797
>
```

9. Resuelva  $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 6$ . Por Newton Raphson con raíz entre 1 y 5.



```
> f = function(x) x^5-5*x^4+5*x^3-6
> fp = function(x) 5*x^4-20*x^3+15*x^2
> curve(f, -2,2); abline(h=0, v=0)
> options(digits = 15)
> newton1(f,fp, -1000, 0.0005, 1)
-----
x_k          f(x_k)          Error est.
-----
-799.800399002790641  -329319936025399.375000000000000  200.199600997209359
-639.640817769184196  -107911504263450.359375000000000  160.159581233606445
-----
Se alcanzó el máximo número de iteraciones.
k = 2 Estado: x = -639.640817769184 Error estimado <= -160.159581233606
>
```