EXAMEN DE POSTGRADO 2022 (MAESTRIA EN CIENCIA DE DATOS)

APELLIDOS Y NOMBRES: SERDAN CARDENAS RAMON WILDER CEL: 73736998

CORREO: wserdan@gmail.com

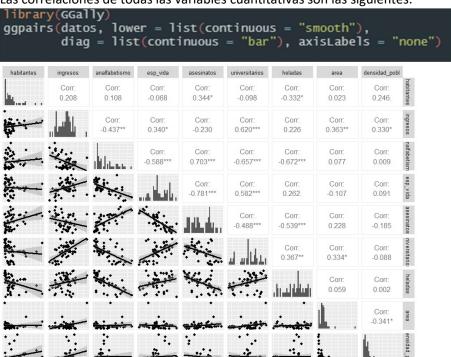
1. (Regresión múltiple)

(Se pide dar solución en R) Un estudio quiere generar un modelo que permita predecir laesperanza de vida media de los habitantes de una ciudad en función de diferentes variables. Se dispone de información sobre: habitantes, analfabetismo, ingresos, esperanza de vida, asesinatos, universitarios, heladas, área y densidad poblacional. Con la siguiente información

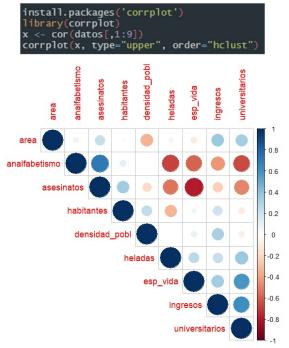
```
library(dplyr)
         datos <- as.data.frame(state.x77)
         datos <-
                        rename(habitantes = Population,
                        analfabetismo = Illiteracy,
                        ingresos = Income,
                        esp_vida = `Life Exp`,
                        asesinatos = Murder,
                        universitarios = `HS Grad`,
                        heladas = Frost,
                        area = Area,
                        .data = datos)
         datos <- mutate(.data = datos,
                        densidad_pobl = habitantes * 1000/area)
         datos
se pide: (todo con R)
```

a) Analizar la relación entre variables

Las correlaciones de todas las variables cuantitativas son las siguientes:



Utilizando la librería "corrplot" se determina que las correlaciones más importantes son :



Correlaciones positivas	
Porcentaje de	Tasa de
Analfabetismo	asesinatos
Porcentaje de	Esperanza de
graduados	vida
(universitarios)	
Porcentaje de	Ingresos
graduados	
(universitarios)	

Correlaciones negativas	
Número de días	Porcentaje de
con helada	Analfabetismo
Esperanza de	Tasa de
vida	asesinatos
Porcentaje de	Porcentaje de
graduados	Analfabetismo
(universitarios)	

b) Generar un modelo de regresión lineal con todas las variables (hacer un summary y analizar)

Aplicamos el modelo a las 9 variables:

Con el siguiente resultado:

```
lm(formula = esp_vida ~ habitantes + ingresos + analfabetismo +
    asesinatos + universitarios + heladas + area + densidad_pobl,
    data = datos)
Residuals:
     Min
               1Q
                   Median
                                 3Q
-1.47514 -0.45887 -0.06352 0.59362
                                     1.21823
Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                                    37.956 < 2e-16 ***
(Intercept)
               6.995e+01 1.843e+00
                                      2.159
habitantes
               6.480e-05
                          3.001e-05
                                              0.0367 *
               2.701e-04 3.087e-04
ingresos
                                      0.875
                                              0.3867
analfabetismo
               3.029e-01 4.024e-01
                                      0.753
                                              0.4559
                                     -6.652 5.12e-08 ***
asesinatos
               -3.286e-01
                          4.941e-02
universitarios 4.291e-02
                          2.332e-02
                                              0.0730 .
                                      1.840
                          3.189e-03
                                     -1.436
heladas
               -4.580e-03
                                              0.1585
                          1.914e-06
                                     -0.814
area
               -1.558e-06
                                              0.4205
densidad_pobl -1.105e-03
                          7.312e-04
                                     -1.511
                                              0.1385
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.7337 on 41 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.7501,
                               Adjusted R-squared: 0.7013
F-statistic: 15.38 on 8 and 41 DF, p-value: 3.787e-10
```

De acuerdo al Summary del modelo se tiene un R² importante de 0,75 que muestra una alta capacidad de explicar la variabilidad observada en la esperanza de vida. El p-value del modelo es prácticamente cero (3,787e-10) por lo que se puede aceptar que el modelo no es por el azar. Una buena parte de los coeficientes no son significativos con un aporte casi nulo al modelo.

Selección de los mejores predictores (hacer un summary y analizar)
 Aplicando

```
step(object = modelo, direction = "both", trace = 1)
```

Se obtienen los siguientes resultados:

```
Start: AIC=-22.89
esp_vida ~ habitantes + ingresos + analfabetismo + asesinatos +
universitarios + heladas + area + densidad_pobl
                                                    DF Sum of Sq RSS AIC
1 0.3050 22.373 -24.208
1 0.3564 22.425 -24.093
1 0.4120 22.480 -23.969
22.068 -22.894
1 1.1102 23.186 -22.494
1 1.2288 23.297 -22.185
1 1.8225 23.891 -20.926
1 2.5095 24.578 -19.509
1 23.8173 45.886 11.707
     analfabetismo
area
ingresos
none>
      none>
heladas 1
densidad_pobl 1
universitarios 1
habitantes 1
asesinatos 1
      tep: AIC=-24.21
sp_vida ~ habitantes + ingresos + asesinatos + universitarios +
heladas + area + densidad_pobl
                                                     0f Sum of Sq RSS ATC
1 0.1427 22.516 -25.890
1 0.2316 22.605 -25.693
22.373 -24.208
1 0.9286 23.302 -24.174
1 1.5218 23.895 -22.918
1 0.3050 22.068 -22.894
1 2.2047 24.578 -21.509
1 3.1324 25.506 -19.656
1 26.7071 49.080 13.072
      area 1
ingresos 1
nones 1
universitarios 1
analfabetismo 1
habitantes 1
heladas 1
asesinatos 1
     tep: AIC=-25.89
sp_vida ~ habitantes + ingresos + asesinatos + universitarios +
heladas + densidad_pobl
                                                    DF Sum of Sq RSS AIC
1 0.132 22.648 -27.598
1 0.786 23.302 -26.174
22.516 -25.890
5 1 1.424 23.940 -24.824
1 0.143 22.373 -24.208
1 0.091 22.425 -24.093
1 2.332 24.848 -22.962
1 3.304 25.820 -21.043
1 32.779 55.295 17.033
        ingresos 1
densidad_pobl 1
      none>
universitarios 1
area 1
analfabetismo 1
habitantes 1
heladas 1
asesinatos 1
     step: AIC=-27.6
sp_vida ~ habitantes + asesinatos + universitarios + heladas +
densidad_pobl
                                                     Df Sum of Sq RSS AIC
1 0.660 23.308 -28.161
1 0.660 23.308 -28.161
1 0.132 22.516 -25.890
1 0.061 22.587 -25.732
1 0.043 22.605 -25.693
1 2.659 25.307 -24.046
1 3.179 25.827 -23.030
1 33.666 26.614 -21.529
1 33.626 56.274 15.910
        ingresos
analfabetismo
      analTabetismo
area
habitantes
heladas
universitarios
asesinatos
     step: AIC=-28.16
sp_vida ~ habitantes + asesinatos + universitarios + heladas
                                                                         m of Sq RSS ATC
23.308 -28.161
0.660 22.648 -27.598
0.006 23.302 -26.174
0.004 23.304 -26.170
0.001 23.307 -26.163
2.064 25.372 -25.920
3.122 26.430 -23.877
5.112 28.420 -20.246
34.816 58.124 15.528
         densidad_pobl 1
        ingresos
analfabetismo
      analfabetismo 1
area 1
habitantes 1
heladas 1
universitarios 1
asesinatos 1
       nn:
n(formula = esp_vida ~ habitantes + asesinatos + universitarios +
heladas, data = datos)
```

Entonces el mejor modelo estaría dado por:

```
mejormodelo <- (lm(formula = esp_vida ~ habitantes + asesinatos + universitarios + heladas, data = datos))
summary(mejormodelo)
```

Resultando:

```
lm(formula = esp_vida ~ habitantes + asesinatos + universitarios +
     heladas, data = datos)
Residuals:
                    1Q Median
                                           3Q
                                                       Max
-1.47095 -0.53464 -0.03701 0.57621 1.50683
Coefficients:
                      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 7.103e+01 9.529e-01 74.542 < 2e-16 *** habitantes 5.014e-05 2.512e-05 1.996 0.05201 . asesinatos -3.001e-01 3.661e-02 -8.199 1.77e-10 *** universitarios 4.658e-02 1.483e-02 3.142 0.00297 ** heladas -5.943e-03 2.421e-03 -2.455 0.01802 *
heladas
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.7197 on 45 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.736,
                                          Adjusted R-squared: 0.7126
F-statistic: 31.37 on 4 and 45 DF, p-value: 1.696e-12
```

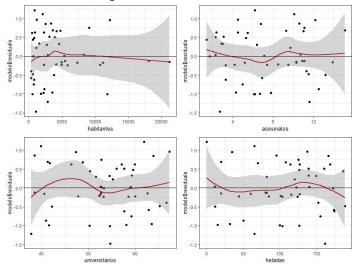
Se pueden interpretar cada uno de los coeficientes como elasticidades que explican la variable dependiente manteniendo las demás constantes. Según los resultados una reducción de los días con heladas en una unidad porcentual, la esperanza de vida aumenta en promedio 0,0059 puntos porcentuales manteniendo constantes los demás predictores.

d) Realizar la validación de condiciones para la regresión múltiple lineal

Aplicando:

```
library(ggplot2)
install.packages('gridExtra')
library(gridExtra)
plotHabitantes <- ggplot(data = datos, aes(habitantes, modelo$residuals)) +
    geom_point() + geom_smooth(color = "firebrick") + geom_hline(yintercept = 0) +
    theme_bw()
plotAsesinatos <- ggplot(data = datos, aes(asesinatos, modelo$residuals)) +
    geom_point() + geom_smooth(color = "firebrick") + geom_hline(yintercept = 0) +
    theme_bw()
plotUniversitarios <- ggplot(data = datos, aes(universitarios, modelo$residuals)) +
    geom_point() + geom_smooth(color = "firebrick") + geom_hline(yintercept = 0) +
    theme_bw()
plotHeladas <- ggplot(data = datos, aes(heladas, modelo$residuals)) +
    geom_point() + geom_smooth(color = "firebrick") + geom_hline(yintercept = 0) +
    theme_bw()
grid.arrange(plotHabitantes, plotAsesinatos, plotUniversitarios, plotHeladas)</pre>
```

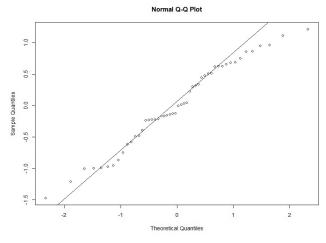
Gráficamente se verifica que la relacion es lineal ya que los residuos se distribuyen aleatoriamente en torno al origen con una variabilidad constante en el x.



e) Determinar si cumple con la distribución normal de los residuos

Vemos gráficamente aplicando el siguiente comando.

qqnorm(modelo\$residuals)
qqline(modelo\$residuals)



f) Realizar el test de normalidad

Aplicamos:

shapiro.test(modelo\$residuals)

Con los siguientes resultados:

Shapiro-Wilk normality test data: modelo\$residuals W = 0.97147, p-value = 0.2654

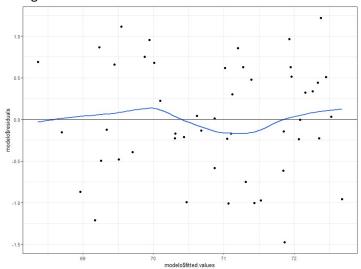
Debido a que el p-value es mayor a un nivel de significancia de 5%, no se rechaza la hipótesis nula de distribución normal de los residuos.

g) Realizar el test homocedasticidad

Realizamos un análisis gráfico con los siguientes comandos:

```
ggplot(data = datos, aes(modelo$fited.values, modelo$residuals)) +
  geom_point() +
  geom_smooth(se = FALSE) +
  geom_hline(yintercept = 0) +
  theme_bw()
```

Obteniendo el siguiente resultado:



h) Realizar el Análisis de Inflación de Varianza (VIF)

Utilizando la librería:

```
install.packages('car')
library(car)
vif(mejormodelo)
```

Obtenemos el siguiente resultado:

```
vif(mejormodelo)
habitantes asesinatos universitarios heladas
1.189835 1.727844 1.356791 1.498077
```

2. Considerando el estudio de rendimiento antes y después cuya información es:

grupoAntes: 2, 4, 6, 1, 3 grupoDespues: 5, 2, 7, 1, 6

Se pide:

a) Realizar la prueba de rangos de signos de Wilcoxon en sus tres tipos de pruebas)
 (Se pide dar solución en R)

Detallamos las diferencias entre ambos grupos:

```
<- c( 2, 4, 6, 1, 3 )
<- c( 5, 2, 7, 1, 6 )
> grupoAntes
> grupoDespues
> diferencias <- c(grupoAntes - grupoDespues)</p>
2
grupoAntes
                   4
                        6
                                 3
                            1
               5
                   2
                                 6
grupoDespues
diferencias
                             0
                   2
              -3
                       -1
                                 -3
```

En caso que la diferencia sea cero, completamos el vector con cero:

```
> rangosDeDiferencias <- rank(abs(diferencias[diferencias != 0]))
> rangosDeDiferencias <- c(rangosDeDiferencias[1:3], 0, rangosDeDiferencias[4])
> rangosDeDiferencias
[1] 3.5 2.0 1.0 0.0 3.5
```

Computamos los signos y las diferencias:

Realizamos el cálculo con el siguiente resultado:

```
> positivos <- sum(DataFrame[DataFrame$signo == 1,"rangos"])
> negativos <- sum(DataFrame[ DataFrame$signo == -1,"rangos"] )
> estadisticow <- min(c( positivos, negativos ))
> estadisticow
[1] 2
```

b) Verifique el resultado de R con el cálculo a mano. (en ambos incisos realizar la interpretación de todo el proceso)

Comprobamos el resultado manual con el siguiente código:

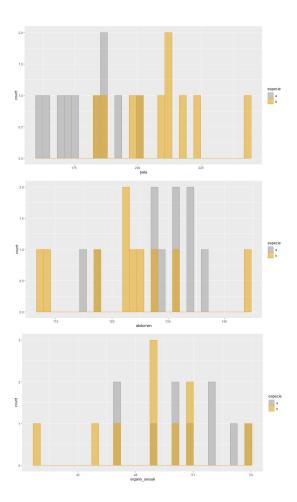
ANALISIS

Concluimos que el verdadero valor de mu es no es igual a 0. No existen elementos para rechazar la hipótesis nula

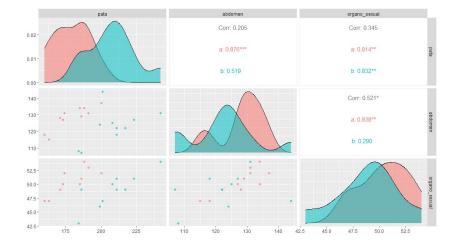
3. Un equipo de biólogos quiere generar un modelo estadístico que permita identificar a que especie (a o b) pertenece un determinado insecto. Para ello se han medido tres variables (longitud de las patas, diámetro del abdomen y diámetro del órgano sexual) en 10 individuos de cada una de las dos especies. Los datos son los siguientes (aplique análisis discriminante con R). Con sus correspondientes interpretaciones.

```
especie pata abdomen organo_sexual
1
        a 191
                  131
                                 53
2
        a 185
                                 50
                  134
3
        a 200
                  137
                                52
4
        a 173
                  127
                                50
5
        a 171
                  128
                                49
        a 160
6
                                47
                  118
        a 188
7
                  134
                                54
        a 186
8
                  129
                                51
        a 174
9
                  131
                                52
        a 163
10
                  115
                                47
                  107
       b 186
11
                                49
12
       b 211
                  122
                                49
13
       b 201
                  144
                                47
14
       b 242
                  131
                                54
15
       b 184
                  108
                                43
16
       b 211
                  118
                                51
17
       b 217
                  122
                                49
18
       b 223
                  127
                                51
19
       b 208
                  125
                                50
       b 199
20
                  124
                                46
```

Primero, hacemos un análisis de las variables:



El largo de la pata de los insectos muestra una clara separación en las dos espacies de insectos a y b.



Análisis Discriminante Lineal

Con el siguiente resultado:

Podemos hacer una predicción en base al modelo:

ANALISIS

Con base a la función discriminante, la probabilidad posterior de que la nueva información del insecto pertenezca a la especie b es del 99,9% en contraposición al 0,1% de que pertenezca a la especie a.

4. Considerando la siguiente información. La cuantificación del contenido en grasa de la carne pude hacerse mediante técnicas de analítica química, sin embargo, este proceso es costoso en tiempo y recursos. Una posible alternativa para reducir costes y optimizar tiempo es emplear un espectrofotómetro (instrumento capaz de detectar la absorbancia que tiene un material a diferentes tipos de luz en función de sus características). Para comprobar su efectividad se mide el espectro de absorbancia de 100 longitudes de onda en 215 muestras de carne, cuyo contenido en grasa se obtiene también por análisis químico para poder comparar los resultados. El set de datos meatspec del paquete faraway contiene toda la información.

library(faraway) data(meatspec)

Se pide determinar:

a) el modelo inicial

Instalamos el paquete "faraway" y aplicamos el modelo lineal a la totalidad de los datos.

```
install.packages('faraway')
library(faraway)
data(meatspec)
meatspec

modelo <- lm(fat ~ ., data = meatspec)
summary(modelo)</pre>
```

Resultando:

```
Call:
lm(formula = fat ~ ., data = meatspec)
            Residuals:
Min 1Q Median 3Q Max
-2.9833 -0.4982 0.0135 0.4864 3.1727
  Coefficients:

CInterceptb)
17. 302
1.876
1.876
1.888.047
1.930.3.614
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.876
1.
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1
       Residual standard error: 1.22 on 114 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9951, Adjusted R-squared: 0.9908
F-statistic: 232 on 100 and 114 DF, p-value: < 2.2e-16
```

b) la suma de cuadrados del error

```
Residual standard error: 1.22 on 114 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9951, Adjusted R-squared: 0.9908
F-statistic: 232 on 100 and 114 DF, p-value: < 2.2e-16
 > SCE
[1] 0.7898249
```

c) los predictores mediante stepwise

```
> mediante stepwise

> modelosegunstepwise <- step(object = modelo, trace = FALSE)

> # Cantidad de predictores

> length(modelosegunstepwise$coefficients)

[1] 64
```

d) el número óptimo de componentes principales identificado por cross validation

```
install.packages('pls')
library(pls)
set.seed(2222)
```

e) el test-MSE

```
> testMSE <- mean((modelo1$fitted.values - meatspec$fat)^2)
[1] 5.859152
```

f) los gráficos correspondientes.

