§ 2.4.2 麦克斯韦速度分布

麦克斯韦最早用概率统计的方法导出了理想气体分子的速度分布，它可表示为

$$f(v_x, v_y, v_z)\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z$$

$$= \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot \exp\left[-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}\right] \cdot \mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z$$

$$f(v_x, v_y, v_z)\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z = f(v_x)\mathrm{d}v_x \cdot f(v_y)\mathrm{d}v_y f(v_z)\mathrm{d}v_z$$

•麦克斯韦速度分量分布可以表示为

$$f(v_i)\mathrm{d}v_i = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot \exp\left(-\frac{mv_i^2}{2kT}\right) \cdot \mathrm{d}v_i$$

其中 i 可分别代表 x、y、z。

- 欲求分子速度的x分量在v_x 到v_x+dv_x内，而v_y、v_z任意的概率$f(v_x)\mathrm{d}v_x$ 只要对v_y、v_z积分后求出：

$$f(v_x)\mathrm{d}v_x = f(v_x)\mathrm{d}v_x \int_{-\infty}^{\infty} f(v_y)\mathrm{d}v_y \int_{-\infty}^{\infty} f(v_z)\mathrm{d}v_z$$

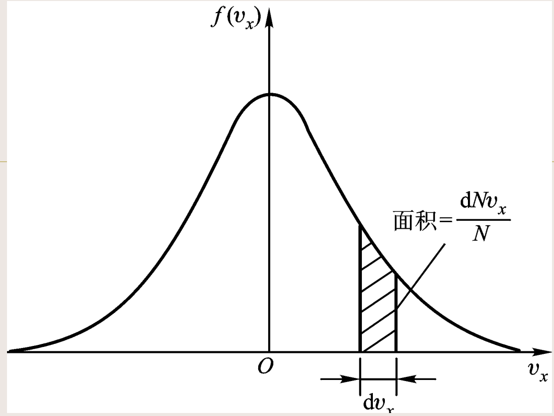
$$= \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)\mathrm{d}v_x \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2}$$

$$\times \exp\left[-\frac{mv_y^2}{2kT}\right]\mathrm{d}v_y \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right) \exp\left[-\frac{mv_z^2}{2kT}\right] \cdot \mathrm{d}v_z$$

用定积分公式知上式中两个积分都是1，故

$$f(v_x)\mathrm{d}v_x = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot \exp\left[-\frac{mv_x^2}{2kT}\right] \cdot \mathrm{d}v_x$$

- x 方向速度分量的概率分布曲线如图所示：

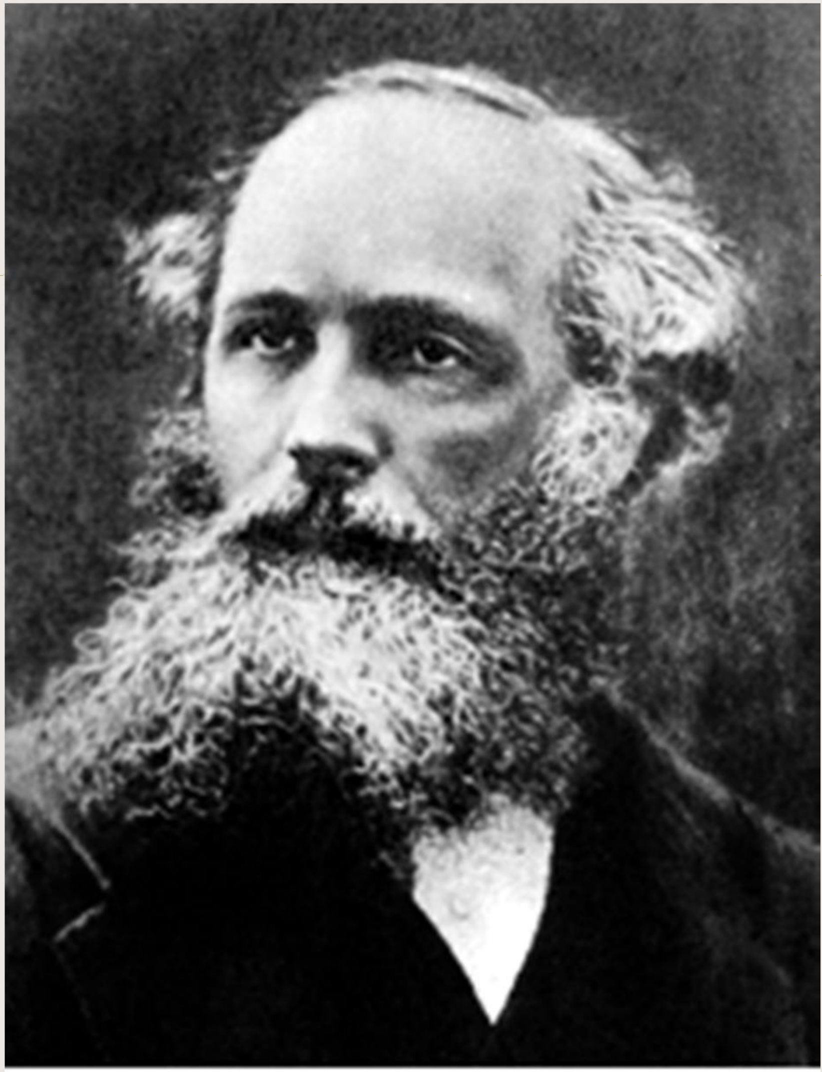


- 它对称于纵轴，图中打上斜线狭条面积即

$$f(v_x)dv_x = \frac{dN(v_x)}{N} = (\frac{m}{2\pi kT})^{1/2} \cdot \exp\left[-\frac{mv_x^2}{2kT}\right] \cdot dv_x$$

其中dN（v_x）是所有速度分量在 v_x 到 $v_x + dv_x$ 的总分子数。

最后说明，由于麦克斯韦在导出麦克斯韦速度分布律过程中没有考虑到气体分子间的相互作用，故这一速度分布律一般适用于平衡态的理想气体。



麦克斯韦，J.C.

* § 2.4.3 相对于v_p的速度分量分布与速率分布　误差函数