

Teoremario de Topología

Wilfredo Gallegos

30 de mayo de 2023

1. Contenido

Definición 1.1 Sea $X \neq \emptyset$ una clase τ de subconjuntos de X es una *Topología sobre X* si cumple:

1. $\emptyset, X \in \tau$
2. La unión de una clase arbitraria de conjuntos en τ es un miembro de τ
3. La intersección de una clase finita de miembros de τ está en τ
Los miembros de τ son los *abiertos* de X

Nota:

1. El par (X, τ) es un *espacio topológico*
2. a los elementos de X se le llaman puntos

2. Teoremas-Lemas-Corolarios

Teorema 1 Los enunciados siguientes son equivalentes

1. Una familia β de subconjuntos abiertos del espacio topológico (X, τ) es una base para τ si cada abierto de τ es unión de miembros de β
2. $\beta \subset \tau$ es una base para τ , ssi $\forall G \in \tau, \forall p \in G \exists B_p \in \beta \ni p \in B_p \subset G$

Teorema 2 Sea β una familia de subconjuntos de un conjunto no vacío X . Entonces β es una clase para una topología τ sobre X ssi se cumplen

1. $X = \bigcup_{B \in \beta} B$
2. $\forall B, B^* \in \beta$ se tiene que $B \cap B^*$ la unión de miembros de $\beta \Leftrightarrow$ si $p \in B \cap B^* \exists B_p \in \beta \ni p \in B_p \subset B \cap B^*$

Teorema 3 Sea X cualquier conjunto no vacío y sea S una clase arbitraria de subconjuntos de X , Entonces S puede construirse en la subbase abierta para una topología sobre X en el sentido que las intersecciones finitas de los miembros de S producen una base para dicha topología.

Lema 1 Si S es subbase de las topologías τ y τ^* sobre X $\tau = \tau^*$

Teorema 4 Sea X un subconjunto no vacío y sea S una clase de subconjuntos de X . La topología τ sobre X , generado por S , y la intersección de todas las topologías sobre X que contienen a S .

Teorema 5 Lindelof Sea X un espacio segundo contable si un abierto no-vacío G de X se puede representar como unión de una clase $\{G_1\}$

Referencias