

Master Astronomie et Astrophysique
Sciences de l'Univers et Technologies Spatiales
Observatoire de Paris
Année M1

Module Informatique, Fortran 90/GDL

Projet :
**Masse et rayon d'une étoile à planète
à partir de données sismiques**

Caroline Barban, LESIA, Observatoire de Paris
Caroline.Barban@obspm.fr

Année universitaire 2017-2018

Table des matières

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Contexte scientifique | 3 |
| 1.1 | Les oscillations stellaires | 3 |
| 1.2 | L'observation des oscillations stellaires | 3 |
| 1.3 | Les propriétés du spectre d'oscillations d'une étoile comme le Soleil | 4 |
| 1.4 | La mesure de la masse et du rayon à partir des oscillations | 5 |
| 2 | Objectif du projet | 6 |
| 3 | Rapport | 6 |
| 4 | Plan de réalisation du projet | 7 |
| 4.1 | Analyse d'un signal simulé | 7 |
| 4.1.1 | Etape 1 : Simulation d'une sinusoïde. | 7 |
| 4.1.2 | Etape 2 : Calcul du spectre d'oscillations de la sinusoïde. | 8 |
| 4.2 | Analyse des données COROT | 10 |
| 4.2.1 | Etape 3 : Chargement des données COROT | 10 |
| 4.2.2 | Etape 4 : Spectre d'oscillations des données COROT | 10 |
| 4.2.3 | Etape 5 : Estimation de la masse et du rayon de l'étoile | 11 |
| 5 | ANNEXE 1 : Rappels sur l'analyse de Fourier | 12 |
| 5.1 | Transformée de Fourier : cas continu | 12 |
| 5.1.1 | Définition | 12 |
| 5.1.2 | Cas d'une sinusoïde | 12 |
| 5.2 | Transformée de Fourier : cas d'un signal discret et borné | 13 |
| 5.2.1 | Définition | 13 |
| 5.2.2 | Cas d'une sinusoïde | 13 |
| 6 | ANNEXE 2 : Notions de GDL utiles pour le projet | 14 |
| 6.1 | Lecture d'un fichier de type ASCII avec GDL | 15 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 6.2 | Quelques mots clés de la fonction plot | 15 |
| 6.3 | Création de fichiers postscript | 16 |
| 6.4 | Syntaxe d'un code GDL | 17 |
| 7 | ANNEXE 3 : Notions de modules en Fortran | 17 |
| 7.1 | Définition | 18 |
| 7.2 | Exemple d'utilisation de modules dans un code Fortran | 18 |

1 Contexte scientifique

Les propriétés globales d'une étoile, telles que sa masse et son rayon, ne sont pas toujours faciles à estimer précisément. Elles sont pourtant nécessaires lorsque l'on veut, par exemple, estimer la masse et le rayon d'une planète orbitant autour de son étoile hôte. C'est à partir de ces propriétés que l'on pourra savoir s'il s'agit d'une planète géante ou tellurique.

Au début des années 2000, une nouvelle méthode pour estimer la masse et le rayon d'une étoile a vu le jour. Elle est basée sur l'étude des oscillations stellaires ou astérosismologie.

1.1 Les oscillations stellaires

Du point de vue de sa dynamique, une étoile est une sphère de gaz autogravitante en équilibre hydrostatique. A la suite de petites perturbations de son état d'équilibre, elle peut osciller selon différents modes propres d'oscillation : l'étoile joue le rôle d'une cavité résonnante. Selon la nature de la force dominante qui ramène l'élément de fluide à sa position d'équilibre, on a différents type de modes d'oscillation : *modes de pression* ou *modes p* lorsque la force de rappel dominante est le gradient de pression et *modes de gravité* ou *modes g* lorsque la force de rappel dominante est la poussée d'Archimède.

On s'intéressera, dans le cadre de ce projet, seulement au cas des modes de pression.

Dans le cas du Soleil et pour toute étoile possédant une zone convective extérieure, les modes de pression sont générés par des mouvements turbulents générés dans la zone convective extérieure.

1.2 L'observation des oscillations stellaires

Les oscillations se manifestent à la surface de l'étoile par :

- des variations de rayon : on pourra alors observer les oscillations à travers les variations de vitesse radiale dues au décalage Doppler des raies spectrales grâce à des méthodes spectroscopiques ;
- des variations de luminosité : on pourra alors observer les oscillations grâce à des méthodes photométriques.

Les oscillations du Soleil ont été observées pour la première fois dans les années 60. Observer ce type d'oscillations dans d'autres étoiles que le Soleil n'était pas facile à cause de la faiblesse du signal recherché. Mais ces oscillations sont maintenant couramment observées dans un grand nombre d'étoiles grâce à deux télescopes spatiaux : COROT (lancé en 2006 par le CNES) et KEPLER (lancé en 2009 par la NASA). Un nouveau

projet de l'ESA (PLATO) dont le lancement est prévu pour 2026 prendra bientôt le relais.

Dans le cadre de ce projet, nous allons travailler sur des données obtenues par COROT.

COROT (Convection, Rotation et Transit Planétaire, <http://smc.cnes.fr/COROT/>) était une mission spatiale sous maîtrise d'oeuvre du CNES en partenariat avec plusieurs laboratoires français (CNRS) et pays coopérants (Europe et Brésil). COROT comportait un télescope de 27 cm de diamètre couplé à des détecteurs CCD permettant de réaliser de la photométrie de grande précision. Ce télescope a été en opération de déc. 2006 jusqu'en nov. 2012. Il avait 2 objectifs scientifiques basés sur la mesure précise des faibles variations de la lumière des étoiles. L'un des objectifs était de sonder l'intérieur des étoiles grâce à la sismologie : i.e. détecter les oscillations des étoiles à travers les variations temporelles du nombre de photons reçus. L'autre objectif de COROT était de détecter des exoplanètes, i.e. des planètes orbitant autour d'autres étoiles que notre Soleil, en détectant les faibles variations du nombre de photons reçus dues au passage (transit) d'une planète devant le disque de l'étoile.

1.3 Les propriétés du spectre d'oscillations d'une étoile comme le Soleil

Le spectre d'oscillations d'une étoile est obtenu en effectuant une analyse de Fourier des données qui sont soit des variations de vitesse radiale en fonction du temps, soit des variations de luminosité en fonction du temps.

Le Soleil présente un grand nombre (plusieurs millions) de modes d'oscillation (modes de pression) avec des périodes de l'ordre de 5 minutes (environ 3 mHz en fréquence) (voir Fig. 1).

Le spectre d'oscillations présente un maximum de puissance à une fréquence caractéristique, notée ν_{max} (Figure 1). Une autre caractéristique du spectre d'oscillations est le fait que les modes p sont régulièrement espacés en fréquence et se présentent donc sous la forme d'un peigne de pics dans le spectre de puissance de Fourier (Figure 1). Une de ces équidistances est appelée la grande séparation et est notée $\Delta\nu$ (Figure 2).

ν_{max} et $\Delta\nu$ nous renseignent sur la densité moyenne de l'étoile (et donc sa masse et son rayon). C'est à partir de ces deux quantités qu'il est possible de déterminer la masse et le rayon de l'étoile : c'est l'objectif de ce projet.

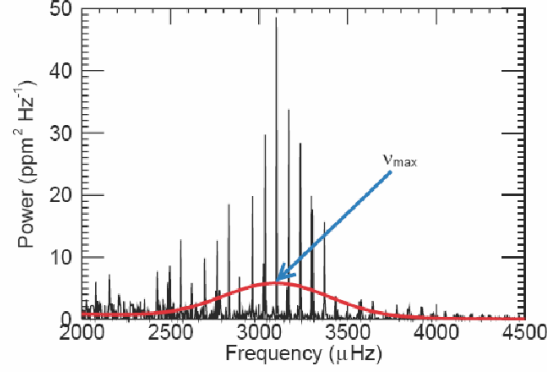


FIGURE 1 – Spectre d'oscillations du Soleil obtenu à partir de données photométriques de l'instrument VIRGO/SPM à bord de SOHO. La courbe rouge correspond à un lissage du spectre d'oscillations et indique la fréquence du maximum de signal (Chaplin et al. 2011, Science 332, 213).

1.4 La mesure de la masse et du rayon à partir des oscillations

La masse et le rayon de l'étoile sont calculés à partir de la grande séparation, $\Delta\nu$, de la fréquence où est observé le maximum du signal, ν_{max} , et de la température effective, T_{eff} , à partir des équations suivantes :

$$\frac{R}{R_{soleil}} = \frac{\nu_{max}}{\nu_{max,soleil}} \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{soleil}} \right)^{-2} \left(\frac{T_{eff}}{T_{eff,soleil}} \right)^{0.5} \quad (1)$$

$$\frac{M}{M_{soleil}} = \left(\frac{\nu_{max}}{\nu_{max,soleil}} \right)^3 \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{soleil}} \right)^{-4} \left(\frac{T_{eff}}{T_{eff,soleil}} \right)^{1.5} \quad (2)$$

Nous utilisons une valeur de 3.15 mHz pour $\nu_{max,soleil}$ et de 134.9 μHz pour $\Delta\nu_{soleil}$. La température effective du Soleil est de 5800 K.

Les erreurs sont estimées avec :

$$\left(\frac{\delta R}{R} \right)^2 = \left(\frac{\delta \nu_{max}}{\nu_{max}} \right)^2 + \left(2 \frac{\delta \Delta\nu}{\Delta\nu} \right)^2 + \left(0.5 \frac{\delta T_{eff}}{T_{eff}} \right)^2 \quad (3)$$

$$\left(\frac{\delta M}{M} \right)^2 = \left(3 \frac{\delta \nu_{max}}{\nu_{max}} \right)^2 + \left(4 \frac{\delta \Delta\nu}{\Delta\nu} \right)^2 + \left(1.5 \frac{\delta T_{eff}}{T_{eff}} \right)^2 \quad (4)$$

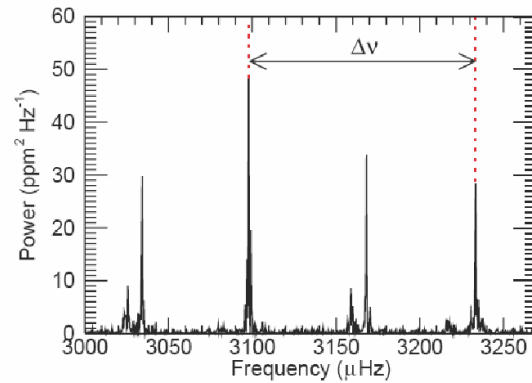


FIGURE 2 – Zoom du spectre d'oscillations du Soleil présenté à la Fig. 1 montrant la grande séparation, $\Delta\nu$, (Chaplin et al. 2011, Science 332, 213).

2 Objectif du projet

Le but de ce projet est d'estimer la masse et le rayon d'une étoile à partir de données sismiques. Pour cela, on utilisera des données spatiales obtenues avec COROT.

Les principales étapes sont les suivantes :

- Récupérer et lire les données sismiques COROT d'une étoile à planète.
- Construire le spectre de puissance des oscillations de cette étoile à partir d'une analyse de Fourier des données sismiques.
- Déterminer deux caractéristiques fréquentielles de ce spectre : la fréquence où l'on observe le maximum de signal et la grande séparation.
- Calculer la masse et le rayon de l'étoile à partir des deux quantités déterminées précédemment.

3 Rapport

Un rapport sera rédigé sur ce projet. Il comportera 4 pages au maximum et contiendra :

- une introduction rappelant le contexte scientifique du projet et son objectif ;
- les résultats obtenus : principalement sous la forme de figures bien commentées ainsi que les réponses aux questions posées au fil de l'énoncé.
- une conclusion ;

- une notice d'utilisation des codes Fortran 90 et GDL développés pour mener à bien ce projet.

Les fichiers suivants seront à déposer sur le site moodle dans la rubrique M1 Info 2017-2018 le dimanche 10 décembre 2017 à minuit au plus tard :

- **rapport_sismo_votrenom.pdf** : contient votre rapport ;
- **sismo_votrenom.f90** : programme principal en Fortran 90 ;
- **entree_sortie_votrenom.f90** et **puissance_votrenom.f90** : les modules de Fortran 90 appelés par **sismo_votrenom.f90** ;
- **plot_puissance_votrenom.pro** : programme GDL.

4 Plan de réalisation du projet

On utilisera des constantes ou variables réelles en double précision pour tout le projet. On fera attention d'utiliser des entiers simple ou double précision en fonction des besoins.

4.1 Analyse d'un signal simulé

Dans un premier temps, les codes Fortran et GDL vont être testés sur un signal simulé qui sera une sinusoïde.

4.1.1 Etape 1 : Simulation d'une sinusoïde.

L'étape 1 est à réaliser lors de la première séance. L'objectif de cette étape est de simuler une sinusoïde ; signal qui servira à tester et donc valider les codes Fortran et GDL.

I1) Ecrire un code en Fortran 90, appelé **sinus1_votrenom.f90**, qui permet de générer une sinusoïde, notée $s(t_p)$, de fréquence $\nu_0 = 2$ mHz, d'amplitude $A = 2$ (unités arbitraires) avec un point toutes les 30 secondes pour une durée de 5 jours.

$$s(t_p) = A * \cos(2 * \Pi * \nu_0 * t_p)$$

avec :

- temps : la variable temporelle ($=t_p$).
- La durée (en jours) ainsi que le nombre de points du signal seront affichées à l'écran.

ATTENTION ! Il faut travailler dans les unités du SI !

Le temps t_p et le signal $s(t_p)$ seront écrits dans un fichier de type ASCII, appelé **sinus1_votrenom.dat**. La première ligne de ce fichier comportera le nombre de points ; les lignes suivantes seront sur 2 colonnes : la 1ère pour le temps et la 2nde pour le signal.

I2) Ecrire un code en GDL, appelé **plot_sinus1_votrenom.pro**, qui permet de :

- lire le fichier **sinus1_votrenom.dat** ;
- afficher à l'écran le signal en fonction du temps.

On vérifiera que l'on obtient bien une sinusoïde avec la période et l'amplitude attendues !

4.1.2 Etape 2 : Calcul du spectre d'oscillations de la sinusoïde.

L'étape 2 est à réaliser lors de la première et de la seconde séance.

II1) Ecrire un code en Fortran 90, appelé **puissance_sinus1_votrenom.f90**, qui permet de lire le fichier **sinus1_votrenom.dat** puis de calculer le spectre de puissance de la sinusoïde générée précédemment. Ce calcul sera effectué par le sous-programme suivant :

calcul_fourier(npts,signal,temps,nbft,freq,puis)

- npts : le nombre de points de la sinusoïde ;
- signal : la sinusoïde ($=s(t_p)$) ;
- temps : la variable temporelle ($=t_p$).
- nbft : le nombre de fréquences de Fourier.

Ces 4 variables sont les variables d'entrée du sous-programme.

- freq : les fréquences de Fourier ;
- puis : le module au carré de la transformée de Fourier.

Ces 2 dernières variables sont les variables de sortie du sous-programme (i.e. calculées dans le sous-programme).

Le programme principal calculera le nombre de points de la transformée de Fourier, noté N_f . On rappelle que, avec N , le nombre de points du signal :

- * si N est pair alors $N_f = N/2 + 1$
- * si N est impair alors $N_f = (N + 1)/2$

N_f sera affiché à l'écran. On utilisera la fonction *mod* pour définir la parité.

Le sous-programme `calcul_fourier` réalisera les étapes suivantes :

- Calcul de la résolution fréquentielle, notée $\delta\nu$:

$\delta\nu = 1/(N\delta t) = 1/T$ avec T , la durée des observations

$\delta\nu$ sera affiché à l'écran en μHz .

- Calcul, dans une même boucle, des parties réelle et imaginaire de la transformée de Fourier ainsi que les fréquences de Fourier ν_k :

$$F_{reel}(\nu_k) = \frac{2}{N} \sum_{p=1}^N s(t_p) \cos(2\pi\nu_k t_p) \quad (5)$$

$$F_{imag}(\nu_k) = \frac{2}{N} \sum_{p=1}^N s(t_p) \sin(2\pi\nu_k t_p) \quad (6)$$

avec $\nu_k = k\delta\nu$ où $\delta\nu$ est l'échantillonnage dans le domaine de Fourier ou encore appelé résolution fréquentielle. On utilisera la possibilité d'allouer dynamiquement un tableau pour les variables contenant les fréquences et les puissances de Fourier.

- Calcul du module au carré de la transformée de Fourier, i.e. la puissance :

$$P(\nu_k) = F_{reel}(\nu_k)^2 + F_{imag}(\nu_k)^2 \quad (7)$$

ATTENTION, le sous-programme **calcul_fourier** sera écrit dans le même fichier que le programme principal à savoir **puissance_sinus1_votrenom.f90**.

Les fréquences et puissances de Fourier seront écrites dans un fichier de type ASCII, appelé **puissance_sinus1_votrenom.dat** et comportant 2 colonnes : la 1ère pour la fréquence et la 2nde pour la puissance. Cette étape sera réalisée dans le programme principal.

II2) Ecrire un code en GDL, appelé **plot_puissabce_sinus1_votrenom.pro**, qui permet de :

- lire le fichier **puissance_sinus1_votrenom.dat** ;
- afficher à l'écran et dans un fichier .ps, nommé **puissance_sinus1_votrenom.ps**, le spectre de puissance.

On vérifiera que l'on obtient bien un pic à la fréquence et avec la puissance attendues !

4.2 Analyse des données COROT

4.2.1 Etape 3 : Chargement des données COROT

L'étape 3 est à réaliser lors de la deuxième séance.

L'étoile HD 52265 (GOV, $T_{eff} = 6100 \pm 60 \text{ K}$) est une étoile qui a été observée par COROT afin d'en faire son étude sismique. Cette étoile est connue pour abriter une planète géante gazeuse.

Les données correspondant à HD 52265, le fichier `hd52265_corotdata.dat`, sont à récupérer sur le moodle dans la rubrique M1 Info 2017-2018. Ce fichier contient seulement une fraction des données obtenues par COROT.

La première ligne contient le nombre de points. Les lignes suivantes contiennent la courbe de lumière obtenue par COROT avec dans la première colonne de ce fichier ASCII le temps en secondes et dans la deuxième colonne la variation relative de flux en partie par millions (ppm).

Question 1 : Quelle est la durée des observations (à estimer sans écrire un code informatique) ?

4.2.2 Etape 4 : Spectre d'oscillations des données COROT

L'étape 4 est à réaliser lors de la troisième séance.

ATTENTION :

La lecture des données COROT se fera à l'aide d'un sous-programme intitulé **lecture_corot**. L'écriture des fréquences et puissances de Fourier dans un fichier de type ASCII se fera à l'aide d'un sous-programme intitulé **ecriture_fourier**. Ces 2 sous-programmes feront partie d'un module intitulé **entree_sortie_votrenom.f90**.

Le sous-programme **calcul_fourier** fera partie d'un module intitulé **fourier_votrenom.f90**.

V1) Ecrire un code Fortran, appelé **sismo_votrenom.f90** qui permet de :

- lire le fichier ASCII contenant les données COROT et intitulé `corotdata_hd52265.dat` ;
- calculer le spectre de puissance des données COROT à l'aide du sous-programme utilisé à l'étape 2 et afficher à l'écran la résolution fréquentielle dans une unité bien choisie ;

Le calcul de la transformée de Fourier sera à effectuer pour une fréquence maximale de $\nu_c = 3 \text{ mHz}$. Le nombre de fréquences de Fourier correspondant est alors de : $N_f = \nu_c * N * \delta T$; $\nu_c = 3 \text{ mHz}$ sera codé en parameter. Le calcul de N_f sera effectué dans le programme principal.

Remarque : Le calcul de la transformée de Fourier peut prendre plusieurs minutes.

Question 2 : La résolution fréquentielle est-elle suffisante pour résoudre la grande séparation ? On sait que la grande séparation de HD 52265 est du même ordre de grandeur que celle du Soleil.

- écrire les fréquences et puissances de Fourier dans un fichier de type ASCII, appelé **puissance_52265_votrenom.dat** et comportant 2 colonnes : la 1ère pour la fréquence et la 2nde pour la puissance.

V2) Ecrire un code GDL, appelé **plot_puissance_votrenom.pro** qui permet de :

- lire le fichier **puissance_52265_votrenom.dat** ;
- afficher à l'écran et dans un fichier .ps, nommé **puissance_52265_votrenom.ps**, le spectre de puissance de HD 52265 entre 0 et 4 en puissance et entre 2.12 et 2.32 mHz. On indiquera les unités de ce spectre de puissance.

• **Question 3 :** Estimer la valeur de la grande séparation ($\Delta\nu$) comme indiquée sur la Fig. 2 en utilisant cursor avec gdl.

- afficher à l'écran le spectre de puissance de HD 52265 entre 1.6 et 2.5 mHz et entre 0 et 6 en puissance.

• **Question 4 :** Estimer la valeur de la fréquence où l'on observe le maximum de signal (ν_{max}) en repérant le pic le plus haut du spectre avec cursor de gdl. Déterminer la fréquence de ce pic avec cursor de gdl.

4.2.3 Etape 5 : Estimation de la masse et du rayon de l'étoile

L'étape 5 est à réaliser lors de la troisième séance avec une calculatrice ou un code informatique dans le langage de votre choix (code qui ne sera pas à charger sur le site m1-info).

• **Question 5 :** Calculer la masse et le rayon de l'étoile en unités solaires en utilisant les équations données page 5 avec les valeurs de ν_{max} et $\Delta\nu$ que vous avez estimées précédemment.

En fait, des méthodes plus précises que celles que vous avez utilisées dans ce projet ont été développées pour déterminer ces paramètres. Ballot et al. (2011) ont trouvé (2.09 ± 0.02) mHz pour ν_{max} et $(98.3 \pm 0.1) \mu\text{Hz}$ pour $\Delta\nu$.

• **Question 6 :** Calculer la masse et le rayon en unités solaires de HD 52265 avec les valeurs trouvées par Ballot et al. (2011) et calculer les erreurs relatives sur la masse et le rayon en utilisant les équations de la page 6.

5 ANNEXE 1 : Rappels sur l'analyse de Fourier

L'analyse d'un signal périodique, comme par exemple une sinusoïde, se fait classiquement en calculant une transformée de Fourier. Cela permet en effet de déterminer facilement les caractéristiques du signal comme par exemple sa période ou son amplitude.

5.1 Transformée de Fourier : cas continu

5.1.1 Définition

La transformée de Fourier d'un signal continu, $s(t)$, est définie par :

$$TF[s(t)] = F(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t).e^{-i2\pi\nu t} dt \quad (8)$$

avec :

- $i^2 = -1$;
- t : temps ;
- ν : fréquences de Fourier.

5.1.2 Cas d'une sinusoïde

Soit $s(t)$ une sinusoïde définie par : $s(t) = A \sin(2\pi\nu_0 t)$

avec :

- A , l'amplitude de la sinusoïde ;
- ν_0 , la fréquence de la sinusoïde ;
 $\nu_0 = 1/P_0$ où P_0 est la période de la sinusoïde.

La transformée de Fourier de cette sinusoïde est :

$$TF[s(t)] = F(\nu) = \frac{i \times A}{2} [\delta(\nu + \nu_0) - \delta(\nu - \nu_0)]$$

5.2 Transformée de Fourier : cas d'un signal discret et borné

5.2.1 Définition

Soit un signal discret échantillonné en N points, $s(t_p)$ avec $p = 1, \dots, N$. $s(t_p)$ est une série temporelle avec comme variable temporelle : $t_p = p\delta t$ où δt est l'échantillonnage du signal.

La transformée de Fourier discrète de $s(t_p)$ est définie telle que :

$$TF[s(t_p)] = F(\nu_k) = \sum_{p=1}^N s(t_p) e^{-i2\pi\nu_k t_p} \delta t \quad (9)$$

Plusieurs normalisations de la transformée de Fourier sont possibles, par la suite, nous travaillerons avec la définition suivante :

$$TF[s(t_p)] = F(\nu_k) = \frac{2}{N} \sum_{p=1}^N s(t_p) e^{-i2\pi\nu_k t_p} \quad (10)$$

avec :

- $i^2 = -1$
- $\nu_k = k\delta\nu$ avec $k = 0, \dots, N_f$
 - * $\delta\nu$: échantillonnage dans le domaine de Fourier ou encore résolution fréquentielle. $\delta\nu = 1/(N\delta t) = 1/T$ avec T , la durée des observations.
 - * N_f : nombre de fréquences de Fourier positives :
 - si N est pair alors $N_f = N/2 + 1$
 - si N est impair alors $N_f = (N + 1)/2$

Le spectre de puissance consiste à représenter $|F(\nu_k)|^2$ en fonction de ν_k . Son unité est celle de $s(t_p)^2$ (exemple : si $s(t_p)$ est en m/s alors le spectre de puissance sera en $(\text{m/s})^2$).

5.2.2 Cas d'une sinusoïde

Soit $s(t_p)$ un signal discret défini par :

$$s(t_p) = A \sin(2\pi\nu_0 t_p) \text{ si } t_p \in [-T/2, T/2]$$

et

$$s(t_p) = 0 \text{ sinon.}$$

avec :

- A , l'amplitude de la sinusoïde ;
- ν_0 sa fréquence.

On peut aussi écrire $s(t_p)$ comme : $s(t_p) = A \sin(2\pi\nu_0 t) \Pi_T(t_p)$

avec :

- A , l'amplitude de la sinusoïde ;
- t allant de $-\infty$ à $+\infty$;
- T , la durée des observations ;
- Π_T , la fonction porte de largeur T .

La transformée de Fourier de $s(t_p)$ est :

$$F(\nu_k) = i \times A [\delta(\nu_k + \nu_0) + \delta(\nu_k - \nu_0)] * \frac{\sin(\pi\nu_k T)}{\pi\nu_k T}$$

avec $*$ le produit de convolution. On rappelle que le sinus cardinal est défini par :

$$\text{sinc} = \frac{\sin x}{x}$$

La transformée de Fourier de $s(t_p)$ peut donc aussi s'écrire :

$$F(\nu_k) = i \times A [\text{sinc}(\pi(\nu_k + \nu_0)T) + \text{sinc}(\pi(\nu_k - \nu_0)T)]$$

Son spectre de puissance est :

$$|F(\nu_k)|^2 = A^2 [\text{sinc}^2(\pi(\nu_k + \nu_0)T) + \text{sinc}^2(\pi(\nu_k - \nu_0)T)]$$

Le spectre de puissance d'un tel signal se présente donc sous la forme de deux sinus cardinaux au carré, centrés autour des fréquences ν_0 et $-\nu_0$ et dont le premier zéro est à $1/T$. Plus le nombre de points de la série temporelle sera grand, plus la largeur à mi-hauteur du sinus cardinal au carré sera petite et plus on se rapproche d'un dirac (cas continu).

6 ANNEXE 2 : Notions de GDL utiles pour le projet

Dans le cadre du projet informatique du 1er semestre, nous allons utiliser GDL (logiciel libre équivalent de IDL) principalement pour visualiser des graphes à l'écran et les sauver sous forme de fichiers pour les insérer ensuite dans un rapport.

6.1 Lecture d'un fichier de type ASCII avec GDL

Soit le fichier de type ASCII, "fichier.dat" dont le contenu est :

```
0 0
1 2
2 4
3 6
4 8
5 10
6 12
7 14
8 16
9 18
```

La commande à utiliser pour le lire sous GDL est :

```
GDL> readcol, 'fichier.dat', a, b
```

par défaut a et b sont lus comme des réels simples précision.

Avec :

```
GDL> readcol, 'fichier.dat', F='D,D', a, b
```

a et b sont lus comme des réels double précision.

Les variables a et b sont alors des tableaux à 1D contenant respectivement la 1ère et la 2nde colonne du fichier.

Pour afficher le contenu de ces variables :

```
GDL> print, a(0 :4)
```

Attention ! Sous GDL, les indices des tableaux commencent à 0 !!

6.2 Quelques mots clés de la fonction plot

Le caractère \$ permet d'écrire une commande sur plusieurs lignes.

```
GDL> plot, a, b, xtitle='a', ytitle='b', title='exemples', charsize=1.5, $
```

```
GDL> xrange=[0.1, 10], yrange=[0.5, 16.4], xstyle=1., ystyle=1.
```


xtitle permet d'annoter l'axe des abscisses et **ytitle** celui des ordonnées.

charsize=1.5 permet de définir la taille des caractères.

xrange permet de fixer les limites de l'axe des abscisses, par défaut elles sont arrondies.

xstyle=1. permet de supprimer l'arrondi sur ces limites.

yrange et **ystyle=1.** concerne l'axe des ordonnées.

La Fig. 3 montre le résultat de ces différentes commandes.

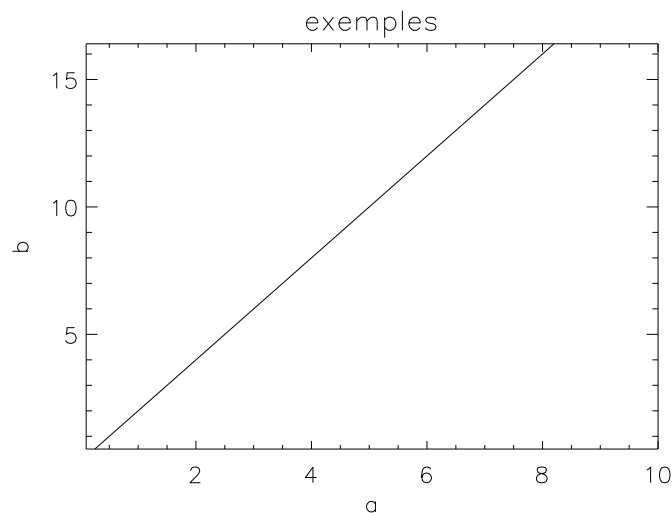


FIGURE 3 – Résultats des commandes listées dans la section 2.

6.3 Création de fichiers postscript

```
GDL> set_plot, 'ps'
```

```
GDL> device, filename='exemple_plot.ps'
```

```
GDL> plot, a, b, xtitle='a', ytitle='b', title='exemples', charsize=1.5, $
```

```
GDL> xrange=[0.1, 10], yrange=[0.5, 16.4], xstyle=1., ystyle=1.
```

```
GDL> device, /close
```

```
GDL> set_plot, 'X'
```

On pourra convertir un fichier ps en un fichier png en utilisant la commande unix suivante :

```
convert exemple_plot.ps exemple_plot.png
```

6.4 Syntaxe d'un code GDL

Exemple avec program.pro :

```
; Caroline Barban  
; octobre 2014  
; lecture des donnees  
readcol, 'fichier.txt', a, b  
; Affichage a l'ecran  
plot, a, b, xtitle='a', ytitle='b', title='exemples', charsize=1.5, $  
xrange=[0.1, 10], yrange=[0.5, 16.4], xstyle=1., ystyle=1.  
; Creation d'un fichier ps  
set_plot, 'ps'  
device, filename='exemple_plot.ps'  
plot, a, b, xtitle='a', ytitle='b', title='exemples', charsize=1.5, $  
xrange=[0.1, 10], yrange=[0.5, 16.4], xstyle=1., ystyle=1.  
device, /close  
set_plot, 'X'  
stop  
end
```

Compilation et execution : `.r program.pro`

Références :

<http://idlastro.gsfc.nasa.gov/>

7 ANNEXE 3 : Notions de modules en Fortran

Dans le cadre d'un projet informatique au cours du 1er semestre, nous allons utiliser les modules en Fortran 90.

7.1 Définition

Les modules sont des entités compilables séparément mais non exécutables. Ils contiennent des éléments de code qui sont utilisés par le programme principal ou d'autres modules.

La structure d'un module ressemble à celle du programme principal sauf que toutes les instructions doivent se trouver dans des procédures qui sont précédées de l'instruction : `contains`

Pour utiliser le module dans le programme principal ou dans un autre module, il faut utiliser l'instruction : `use nom_du_module`

Au moment de la compilation, le module doit être compilé avant l'entité utilisatrice. Le programme principal sera donc toujours compilé en dernier.

7.2 Exemple d'utilisation de modules dans un code Fortran

Le programme principal est contenu dans le fichier `exemple_module.f90`

```
program exemple_module
! Caroline Barban
! nov. 2017
! Exemple d'utilisation de modules en Fortran
! Compilation et execution:
! gfortran -o exemple_module.x matrice.f90 exemple_module.f90
! ./exemple_module.x

! APPEL DES MODULES
use matrice

! DECLARATION DES VARIABLES ET CONSTANTES
implicit none
integer, parameter :: npts = 3
integer, dimension(npts,npts) :: tab
integer :: somme_diago

! INSTRUCTIONS
data tab/2,5,1,6,3,14,5,7,4/

! Affichage de la matrice
write(*,*)"Contenu de la matrice : "
call affichage(tab,npts)

! Somme des elements de la diagonale de la matrice
somme_diago = diago(tab,npts)
write(*,*)"Somme des elements de la diagonale = ', somme_diago

end program exemple_module
```

Le module est contenu dans un autre fichier intitulé : **matrice.f90**

```
module matrice
! Caroline Barban
! nov. 2017
! Module contenant 2 sous-programme
! DECLARATION DES VARIABLES
implicit none
contains

! Sous-programme permettant d'afficher une matrice

subroutine affichage(t,n)

! DECLARATION DES VARIABLES
implicit none
integer, dimension(n,n),intent(in) :: t
integer, intent(in) :: n
integer :: i

! INSTRUCTIONS
do i=1,n
    write(*,*)t(i,:)
enddo

end subroutine affichage

! Fonction permettant de calculer la somme des elements
! de la diagonale d'une matrice

integer function diago(t,n)

! DECLARATION DES VARIABLES
implicit none
integer, dimension(n,n),intent(in) :: t
integer, intent(in) :: n
integer :: i

! INSTRUCTIONS
diago=0.
do i=1,n
    diago = diago + t(i,i)
enddo

end function diago

end module matrice
```