Ecole doctorale d'astronomie et astrophysique d'Ile de France

Méthodologie M2:
Programmation parallèle pour le calcul scientifique

Modèle de turbulence: l'équation de Burger

1 Objectif

La turbulence joue un rôle essentiel dans de nombreuses situations en astrophysique: atmosphères stellaires ou planétaires, disques d'accrétion et aussi dynamique du milieu interstellaire. L'étude de la turbulence est l'une des activités principales en simulation numérique: en effet la nature fortement non-linéaire du système le rend difficile à traiter analytiquement. Il s'agit cependant d'un problème exigeant au niveau numérique qui nécessite une grande puissance de calcul et des algorithmes performants. L'équation de Burger constitue un modèle simple et moins exigeant qui reproduit certains comportements spécifiques des fluides turbulents comme la formation de chocs. Il s'agit en fait de l'équation de Navier et Stokes à une dimension pour un fluide sans pression. L'équation s'écrit:

$$\frac{\partial v}{\partial t} - v\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

$v(x,t)$ est la vitesse eulerienne du fluide et Re est le nombre de Reynolds.

2 Méthodes numériques

On résoudra l'équation de Burger sur une grille mono-dimensionnelle contenant des cellules de tailles égales.

Dérivées spatiales, conditions de bords:

On calculera les dérivées spatiales du champ de vitesse, gradiant et laplacien, par des schémas de différences finies. On testera éventuellement un schéma centré et un schéma non centré. On utilisera des conditions de bords périodiques en prenant comme intervale $[0,1]$

Schéma d'intégration temporelle

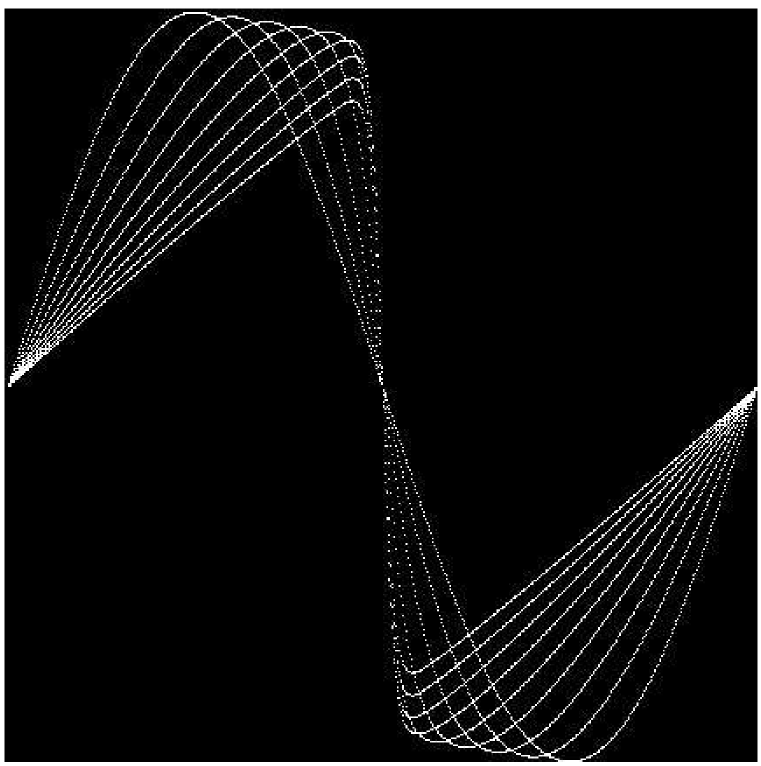
Pour réaliser une simulation performante, il faut utiliser un schéma d'intégration implicite. Ceci, sans être très complexe, nécessite l'inversion d'une matrice NxN, ce qui ne rentre pas dans le cadre d'un projet court centré sur la parallélisation. On utilisera donc un schéma d'intégration explicite de type Euler. Les schémas explicites ont un coût: pour assurer la stabilité numérique de l'intégration le pas de temps doit évoluer en $\frac{1}{l^2}$, où l est la taille de la cellule.

Conditions initiales

On choisira comme conditions initiales:

$$v(x, 0) = sin(2\pi x)$$

On attend l'évolution suivante pour un nombre de Reynolds $Re = 150$:



Parallélisation

On réalisera une version OpenMP au minimum et une version MPI si le temps le permet.

- **OpenMP:**

La version OpenMP, qui ne présente aucune difficulté, risque de se révéler peu performante, du moins dans un premier temps; le speedup risque d'être à peine supérieur à 1. L'objectif est d'explorer les solutions pour améliorer les performences, en particulier en minimisant le nombre de régions parallèles en utilisant des synchronisations explicites. On explorera également l'utilisation de schémas temporels d'ordre supérieur.

- **MPI:**

  On pourra réaliser d'abord une version MPI sans décomposition en domaines, en déclarant les tableaux sur tout les processeurs. On réalisera ensuite une version avec décomposition en domaines statiques, puis, si le temps le permet (??), on introduira une résolution adaptative (spatiale ou temporelle) et des domaines dynamiques avec équilibrage de charge.