

# 音叉受迫振动与共振实验

201711140236 物理系基地班 李励玮

## 实验仪器

DH4615 型音叉受迫振动与共振实验仪

## 实验原理

音叉二臂对称、振动相反，中心杆净受力为 0 而不振动，外界对音叉振动影响很小，音叉保持振动的能力很强，品质因数  $Q$  很容易达到  $10^3$  数量级。音叉的固有频率由其材质和几何形状决定

### 1. 音叉的阻尼振动和受迫振动

实验使用钢质音叉，通过驱动线圈、探测线圈和阻尼磁铁影响观察音叉振动。驱动线圈和探测线圈结构相同，以圆柱形永磁铁为中心绕多匝铜线构成。

驱动线圈接近音叉振动臂时，音叉靠近永磁铁的部分被磁化。被磁化部分理解为小磁铁。在线圈中通以交变电流，产生一个交变磁场，则小磁铁受到一个交变的力。忽略音叉振动对磁力的影响，则音叉受力与交变磁场（或者驱动线圈中的电流）成正比；忽略小磁铁随音叉振动在线圈中产生的感应电压，且驱动频率变化范围很小，可以认为驱动力的振幅与驱动线圈的电压振幅成正比（二者波形有一个相位差）。

探测线圈与驱动线圈工作方式相似，只是线圈不外加电压，因而只有音叉磁化部分在振动时产生的感应电压。

感应电压正比于磁通量变化率，因此探测电压与音叉振动速度成正比，本实验测量速度共振。磁铁靠近音叉时，音叉产生涡流动能被消耗。若振幅足够小，可以认为磁阻尼与音叉振动速度成正比。

因此，在驱动线圈通正弦信号，音叉振动动力学方程：

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = A \cos \omega t \quad (1)$$

$x$  为音叉上某固定点的位移， $\omega_0$  为音叉固有圆频率， $\delta > 0$  表征阻尼强度（ $Q \equiv \omega_0/2\delta$ ）， $\omega$  为驱动电压的圆频率， $A$  正比于驱动电压的振幅。

结论：

#### 1) 阻尼振动（ $A = 0$ ）

阻尼振动方程的解为：

$$x(t) = a_0 e^{-\delta t} \cos(\omega' t + \varphi) \quad (2)$$

其中  $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \omega_0 \sqrt{1 - 1/4Q^2}$ 。测量阻尼振荡周期可以得到  $\omega'$ 。  $Q \gg 1$ ，因此  $\omega'$  与  $\omega_0$  非常接近。若定义振幅衰减到  $e^{-1}$  经历时间  $\tau$  为衰减时间常数，则有

$$\delta = \frac{1}{\tau}, \quad Q = 2\omega_0 \tau \quad (3)$$

#### 2) 受迫振动（ $A \neq 0$ ）

加入驱动力并保持一点时间后（远大于阻尼振动的衰减时间常数  $\tau$ ），受迫振动达到稳态：振动波形与驱动力波形的频率相同并保持固定的相位差，音叉振幅与驱动力幅度成正比，此时探测线圈输出波形正比于

$$\dot{x}(t) = v \cos(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

其中

$$v = \frac{A}{\omega_0 \sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}, \quad \varphi = \tan^{-1} \left[ Q \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] \quad (5)$$

保持驱动振幅不变，扫描驱动频率，速度振幅在 $\omega = \omega_0$ 达到极大值 $v_{max}$ ，即发生共振。

在共振峰的两侧 $\omega = \omega_1, \omega_2$ 处，速度振幅降到 $\frac{v_{max}}{\sqrt{2}}$ ，则由（5）式可得

$$|\omega_2 - \omega_1| = \frac{\omega_0}{Q} \quad (6)$$

所以  $Q$  值越大，共振峰越尖锐。若测出共振曲线可计算  $Q$  值。

## 2. 音叉振动周期与质量的关系

将两个质量为 $m_x/2$ 的质量块对称地固定在音叉两臂上，由于质量增加而弹性基本不变，音叉的固有频率会变小。将音叉简化为一弹簧振子，其震动周期

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (7)$$

$m$ 和 $k$ 分别称为等效质量和等效劲度系数。

$$\text{假定 } k \text{ 不随 } m_x \text{ 改变, 则 } T^2 = \frac{4\pi^2}{k} (m_0 + m_x) \quad (8)$$

$m_0$ 为音叉等效质量。

改变附加质量，测量对应的振动周期，可以得到音叉的等效质量与等效劲度系数。这两个量与固定质量块的位置是有关的。

## 实验内容

1. 测量音叉的阻尼振动，根据阻尼振动波形计算音叉的固有频率与品质系数。
2. 测量音叉共振的幅频特性曲线，根据共振曲线计算音叉的固有频率与品质系数。
3. 分别测量音叉双臂对称负载不同质量块时的共振频率，计算音叉的等效振子质量；并利用音叉振动频率与负载质量快  $m$  之间的关系，测定未知质量块的质量。
4. 对音叉臂施加阻尼，测量阻尼变化的情况下音叉的共振频率和品质因数。
5. 测量音叉共振的相频特性曲线。（选做）

## 注意事项

### 1. 固有频率粗测

音叉品质系数  $Q$  很大，共振峰很窄，先确定固有频率大致范围可以较快测到有效的共振数据。

粗测方法：将探测线圈靠近音叉臂 1-2mm，并用示波器观察输出信号。轻敲音叉，激发音叉振动，可以在示波器上看到衰减振荡信号。测量信号的频率可得音叉的固有频率，误差很容易达到 1Hz 以内。

### 2. 阻尼振动测量

用驱动线圈激发音叉振动，在粗测的固有频率附近细调驱动频率，使音叉振动最大，此时探测线圈输出最大，可听到音叉发出的声音并看到音叉臂明显的振动。然后撤去驱动信号，用示波器滚动模式（Roll）记录阻尼振动信号。

### 3. 驱动线圈与探测线圈之间的干扰

如果驱动线圈和探测线圈比较接近，驱动线圈产生的交变磁场可以进入探测线圈，产生一个与音叉振动无关信号。实验中注意甄别这种干扰信号，减小其影响。

### 4. 阻尼

- a) 阻尼磁铁与音叉的距离越近或位置越接近音叉的开口端，阻尼效果越大。
- b) 驱动线圈和探测线圈都有永磁体芯，会引起一定的阻尼。
- c) 磁铁靠近音叉会轻微改变音叉的固有频率，甚至引入一些非线性效应。

为减轻这些非理想效应，磁铁（包括驱动线圈和探测线圈）不要与音叉太近。

### 预习思考题

1. 增强感应磁场的强度。
2. 被磁化部分理解为小磁铁；忽略音叉振动对磁力的影响；忽略小磁铁随音叉振动在线圈中产生的感应电压，则认为可以认为驱动力的振幅与驱动线圈的电压振幅成正比（二者波形有一个相位差）；若振幅足够小，可以认为磁阻尼与音叉振动速度成正比。
3. 品质因数代表阻尼振动时音叉振动频率与固有圆频率的差距。品质因数大时，与固有圆频率差距小；品质因数小时，与固有圆频率差距大。

$$\text{由 } Q = 2\omega_0\tau \text{ 可得 } \tau = \frac{Q}{2\omega_0} = 7.5s$$

4. 改变附加质量，测量对应的振动周期，可以得到音叉的等效质量。无关。
5. 观察两条曲线是否有相位差。