声波谐振管综合实验实验报告

天文系 201711160118 屈楚舒

【实验目的】

1.研究声波在谐振管中的运动规律:

2.利用共振法和回声法测量声波的传播速度。

【实验仪器】

PASCO-9612 型谐振管装置，示波器，信号发生器。

【实验原理】

1.空气中的声波

当扬声器的膜片振动时，便会产生声波，并通过空气进行传播。如果我们可以看见扬声器附近的一小块空气，将会发现这块空气并没有移动得很远，而是以与扬声器相同的频率在轴线方向上来回移动。这种振动与波在一根绳子上的传播形式十分相似，但不同的是，绳子上介质的振动与绳上波的传播方向垂直，而空气的振动与波的传播方向一致，是纵波。理论上空气中的声速由下式给出:

$$\mathrm{v}=\sqrt{\frac{\gamma R T_0}{\mu}}$$

其中$\gamma=C_P/C_V$为空气定压热容与定容比热之比，μ为空气的摩尔质量，T_0为气体的热力学温度，R 为热力学普适常数。对于干燥空气，$\gamma=7/5$，$\mu=28.96\mathrm{g/mol}$，0℃声速

$$\mathrm{v}_0=\sqrt{\frac{1.4\times 8.31\times 273.15}{0.02896}}=331m/s$$

展开到 1 阶，t℃声速约为

$$\mathrm{v}_t\sim\mathrm{v}_0\left(1+\frac{t}{2\times 273.15}\right)=(331+0.606t)m/s$$

2.管中的声场

假设在图 1 所示的长度为 l 的管道中，声压为 p_i 的声波沿管的轴线方向右有传播，行进波在界面 0 的位置受到反射，反射波的声压为 p_r，行进波与反射波的声压方程为［1］:

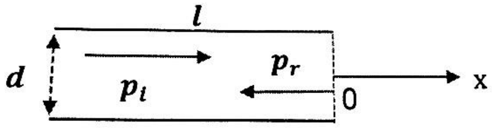


图 1.管道中声波长波示意图

$$p_i=p_{a_i}e^{j(wt-kx)} \quad (1)$$

$$p_r=p_{a_r}e^{j(wt+kx)} \quad (2)$$

其中p_{a_i}和p_{a_r}为行进波和反射波的振幅，a 声波的圆频率，k 为波矢。管中合成波的声压为:

$$p=p_i+p_r=|p_a|e^{j(wt+\varphi)} \quad (3)$$

其中p_a为合成波的振幅，φ固定为相位因子。定义声波界面反射系数为r_p，则:

$$r_p=\frac{p_{a_r}}{p_{a_i}}=|r_p|e^{j\sigma\pi} \quad (4)$$

$|r_p|$表示反射系数的绝对值，$\sigma\pi$为界面处反射波和入射波的相位差。将(4)式带入(3)式中，考虑φ为固定相位，对分析不受影响，略去。总的声压可以表示为:

$$p = p_{a_i}[e^{-jkx} + |r_p|e^{j(kx+\sigma\pi)}]e^{jwt} \tag{5}$$

总声压的振幅可以表示为:

$$|p_a| = p_{a_i}\left|\sqrt{1+|r_p|^2+2|r_p|cos2k(x+\frac{\sigma\lambda}{4})}\right| \tag{6}$$

当$2k\left(x+\frac{\sigma\lambda}{4}\right) = \pm(2n-1)\pi$时，$|p_a|$具有极小值：$p_{a_{min}} = p_{a_i}(1-|r_p|)$

当$2k\left(x+\frac{\sigma\lambda}{4}\right) = \pm 2n\pi$时，$|p_a|$有极大值：$p_{a_{max}} = p_{a_i}(1+|r_p|)$

定义驻波比G为:

$$\mathrm{G} = \frac{|p_{a_{max}}|}{|p_{a_{min}}|} = \frac{1-|r_p|}{1+|r_p|} \tag{7}$$

则界面反射系数可以表示为:

$$|r_p| = \frac{G-1}{G+1} \tag{8}$$

显然，可以通过测量管道中的声压分布可以求出管道界面的反射系数。根据这个原理制作的驻波管常用于测量材料的吸声系数。

如果管端口介质为理想的吸声负载，则$r_p = 0$，$\mathrm{G} = 1$。

如果管端口材料为刚性的全反射材料，则$r_p = 1$，$\sigma = 0$，$G = \infty$。此时，管道中声波的总声压振幅大小为:

$$|p_a| = p_{a_i}\left|\sqrt{1+|r_p|^2+2|r_p|cos2k(x+\frac{\sigma\lambda}{4})}\right| = 2p_{a_i}|coskx| \tag{9}$$

管中形成了完全的驻波。

声波反射可以发生在闭合管或打开管的尾部。如果管尾闭合，我们称之为闭管，此时空气被阻挡，则空气位移的波节（或声压的波腹）出现在管尾:如果管尾开放，我们称之为开管，此时管内外的压强相当，则声压的波节（或空气位移的波腹）出现在管尾。

3.管中声波的谐振

正如以上所述，当波从管尾反射，反射波和原来的行进波发生干涉时就会产生驻波但是，声波却可在管的两端来回反射好几次，所有这些反射波将一起发生干涉。一般来说，这些反射波的位相不一定相同，因此合成的振幅会比较小，然而在某些特定的频率，它们的位相一致，则会产生一个振幅非常大的驻波，这些频率称为谐振频率。

要形成谐振，管的长度 l 和声波的波长 λ 之间必须满足特定的关系，即声波在管内来回一次积累的相位必须是 2π的整数倍。显然，谐振的条件与管口的开闭情况有关。

对于开管（两端开口），谐振时管端口为声压的波节，如图 2 所示，波长满足以下条件:

$$\mathrm{l} = \mathrm{n}\frac{\lambda}{2} \tag{10}$$

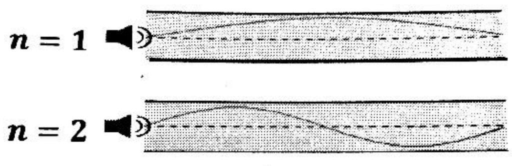


图 2. 开管中波谐振的示意图

其中 n 为正整数，n 不同代表不同的谐振模式。考虑介质中声波波速 v 与其频率 f 和波长λ之间的关系: v = λf，则，谐振频率可以表示为:

$$f = n\frac{v}{2l} = nf_1 \qquad (11)$$

其中f_1为 n = 1 频率，称基频，谐振频率必须为基频的整数倍。实验中可以通过测量谐振频率与其振动模式数 n 之间的线性依赖关系，其斜率为基频f_1。

对于闭管（两端开口，一段闭合），谐振时开管端口为声压的波节，封闭段为声压的波腹，如图 3 所示。波长与管长之间需要满足以下条件:

$$l = \left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \qquad (12)$$

其中 n 为正整数。同样，管长和声波波长之间满足以下关系:

$$f = \left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2l} \qquad (13)$$

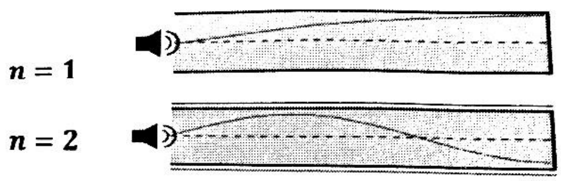


图 3. 闭管中波谐振的示意图

n = 1 时，$f_1 = \frac{v}{4l}$，则:

$$f = 2nf_1 - f_1 \qquad (14)$$

与开管不同，闭管中的谐振频率随振动模式数 n 之变化的斜率为 $2f_1$，不是f_1。

此外，根据公式（10）和（12）中管长和波长的依赖关系，在固定的谐振频率f，测量不同管长条件下的谐振模式数目，由$l \sim n$关系的斜率可以求出谐波的波长。

上面的公式和图像假设开管时声压的波节正好好出现在管口。实验中发现，实际的波节大约位于管外 0.4 倍管直径的位置，因此要对管中驻波的公式进行管口修正:

开管：$l + 0.8d = \frac{n\lambda}{2}$ (15)

闭管：$l + 0.4d = \left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$ (16)

其中d为管的直径。

4 声波的传播速度的测量

管中声速的测量主要有共振法和回波法。

在共振法测量是基于声波在管中传播，入射波与反射波叠加形成驻波，管长的和波长及频率之间满足（10）到（16）的关系。对于特定长度的管，可以通过调节声波的频率，使在管中形成谐振，然后测量声波的基频f_1或振动模式数目，可以求出声速。

此外，特定频率的波管中一旦形成驻波，声压的近邻波节或波腹之间的长度为 2 可以通过测量波节之间的长度来测量波长，进而获得声速。

声波在管中传播，在端口的界面会发生反射，可以通过测量探测器与端口之间的距离及初始波和反射波之间的时间间隔来测量声速（图 4）。

$$vt = 2(l - l_1) \qquad (17)$$

为了减小测量误差，常常通过改变探测器与端口之间的距离l，通过线性拟合来求声速。

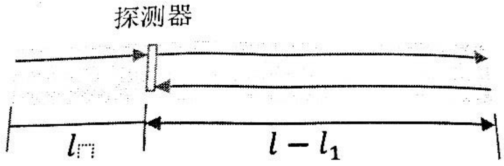


图 4 回波法测量声速示意图

【实验内容】

1.研究开管、闭管中声波谐振频率及其对应的振动模式数之间的关系，求基频

2.测量开管、闭管中驻波的声压分布，计算声波的声速

3.研究特定频率下，闭管中的长度与谐振模式数之间的关系，计算声速

4.观察开管、闭管中回声波的特点，用回声法测量声速（选作）

【实验步骤】

1. 按照图 5 连接示波器、 PASCO-9612 型谐振管装置及扬声器和微型麦克风，信号发生器采用在示波器上集成的信号源。声波由扬声器来产生，通过固定在一根金属杆上的微型麦克风来探测，麦克风可以通过金属杆在管中来回移动来检测管中的波形特性，通过其上的开管来打开和关闭。谐振管的长度为 90cm， 内有标尺， 可以在一个端口插入活塞来形成闭管，并通过移动活塞的位置来调节管长。
2. 选用正弦波，调节其电压幅度到合适的大小（过大的会损坏扬声器，太小则信噪比低），通过至于距离关口约 2cm 的麦克风来测量声波信号，调节调节信号源的频率，使得麦克分的信号最强，达到谐振，分别测量管中声波谐振频率及其对应的振动模式数之间的关系；
3. 选定一谐振频率（700~1200Hz），微调频率达到协振，移动固定麦克分的金属杆，分别测量开管、闭管中波的声压的分布规律，计算波长及声速；
4. 选定一频率（700~1200Hz），将麦克分置于距离扬声器端口 2cm 附近的位置，移动闭管中活塞的位置，测量管中声波谐振振动模式数与官场之间的关系，计算声波的波长和声速；
5. 选用 10Hz 的方波，将麦克分从管的一端开始移动，观察初始波和回波信号的特点，测量开管、闭管中波的波速。

 注意:实验结束后关闭麦克风电源，已免电池电量耗完。

【数据处理】

1. 测量谐振管参数和环境参数

谐振管参数记录:

a.室温：t = 22℃

b.谐振管有效长度：l = 89.0cm

c.谐振管内管径：d = 3.20cm

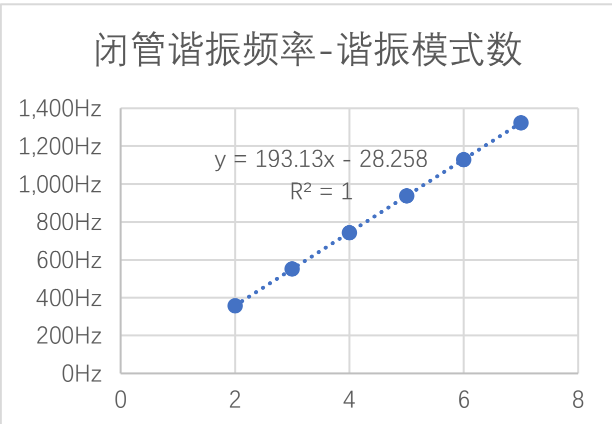
根据公式：$v_t \sim C_0\left(1+\frac{t}{2\times 273.15}\right) = (331+0.606t)m/s$

得到理论声速$v_t = 344.332\mathrm{m/s}$

2. 测谐振频率和谐振模式数之间的关系

闭管时:

谐振模式数	频率/Hz
2	357.4
3	552.5
4	743.5
5	937.6
6	1190
7	1414



根据公式：$\mathrm{l}+0.4\mathrm{d} = \left(\mathrm{n}-\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$,

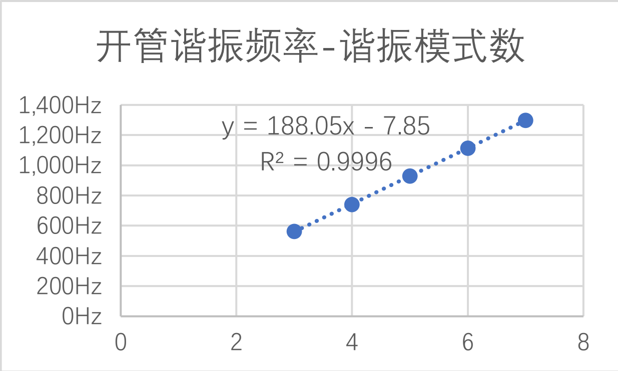
$$\mathrm{n} = \frac{1}{2} + 2\mathrm{f}(\mathrm{l}+0.4\mathrm{d})/\mathrm{v}$$

又因为谐振频率f和基频f_1存在关系：$f = (2n-1)f_1$

$f_1 = 96.565\mathrm{Hz}$

开管时:

谐振模式数	频率/Hz
3	562
4	741.5
5	928.5
6	1114
7	1316



根据公式：$\mathrm{l}+0.8\mathrm{d}=\frac{\mathrm{n}\lambda}{2}$,

$\mathrm{n}=2\mathrm{f}(\mathrm{l}+0.8\mathrm{d})/\mathrm{v}$

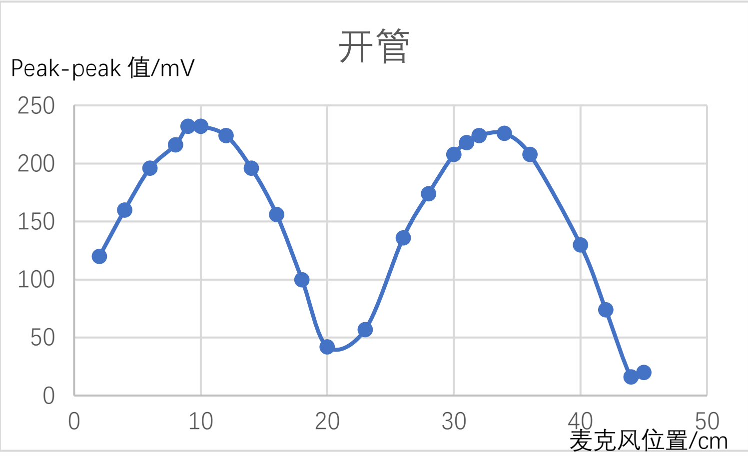
又因为谐振频率f和基频f_1存在关系$f=f_1$

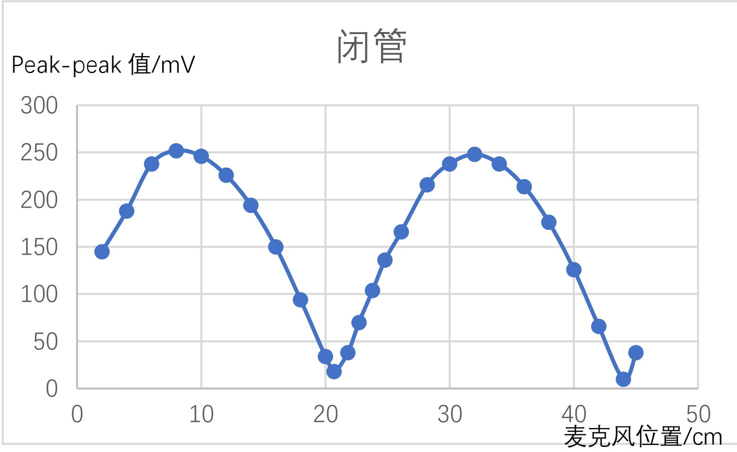
$f_1=188.05Hz$

2.测量开管、闭管中驻波的声压分布，计算声波的声速

开管　f=741.5Hz　管长=90cm　闭管　f=743.5Hz　管长=80cm

麦克风位置/cm	peak-peak 值/mV	麦克风位置/cm	peak-peak 值/mV
2	120	2	144.8
4	160	4	188
6	196	6	238
8	216	8	252
9	232	10	246
10	232	12	226
12	224	14	194
14	196	16	150
16	156	18	94
18	100	20	34
20	42	20.7	18
23	57	21.8	38
26	136	22.7	70
28	174	23.8	104
30	208	24.8	136
31	218	26.1	166
32	224	28.2	216
34	226	30	238
36	208	32	248
40	130	34	238
42	74	36	214
44	16	38	176
45	20	40	126
		42	66
		44	10
		45	38





开管时：

p-p 值最大时，声压最大，p-p 值最大时，声压最小

根据图像可知波长$\lambda = 0.23 * 2 = 0.46\mathrm{m}$

$v = \lambda f = 341.09\mathrm{m/s}$

相对误差：$\delta = |\frac{344.332-341.09}{344.322}| = 0.0094 = 0.94\%$

闭管时：

p-p 值最大时，声压最大，p-p 值最大时，声压最小

根据图像可知波长$\lambda = 0.24 * 2 = 0.48\mathrm{m}$

$v = \lambda f = 356.88\mathrm{m/s}$

相对误差：$\delta = |\frac{344.332-356.88}{344.322}| = 0.0365 = 3.65\%$

3.研究特定频率下，闭管中的长度与谐振模式数之间的关系，计算声速

所选频率：f=841.5Hz

移动闭管中活塞的位置，记录下每一次 p-p 值最大时活塞所在的位置：

次数	1	2	3	4	5
x/cm	0	10.9	34.1	57	80

可知谐振频率数 n=5

根据$l + 0.4d = \left(n-\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$，可知$v = 2f\frac{l+0.4d}{n-\frac{1}{2}}$

$v = 337.65\mathrm{m/s}$

相对误差：$\delta = |\frac{344.332-337.65}{344.322}| = 0.0194 = 1.94\%$

【思考题】

1.用麦克风探测器可以确定波节和波腹的位置，你认为哪一个可信程度较高？请分析原因。

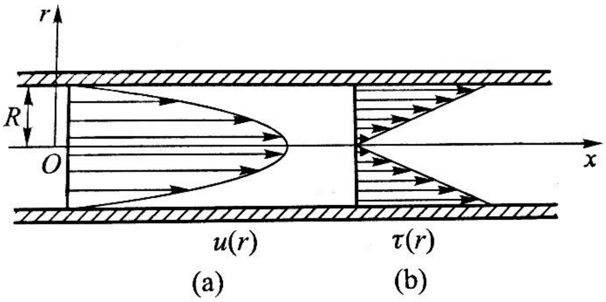
波节处的可信程度较高。因为麦克风探测的是声压的大小，而声压大小和波节波腹有关。故当声压极大、即示波器接收信号的振幅极大时，正好对应波节的位置。波节和波腹都对应一定的范围，而用示波器观察时，波节的信号更明显些，所以波节的可信度较高。

2.假设声速已知，怎样利用该实验学到的内容测量谐振管的管长？你设计有关测量管长的方法有什么潜在的实际应用？

对着一个范围的方向发出频率合适（不要太高，不然在一个周期内无法接收到反射信号；不要太低，否则衍射绕过反射体了）的方波信号，并在发出信号的地方设置一个接收器，则接收器中的数据会有反射回来的信号的一个振幅，利用仪器分析出发射信号到接受同一个信号的反射信号所用的时间，乘以声速（可以设定声速为$v = 340m/s$，也可以测温后用$v = (331 + 0.606t)m/s$来算声速）再除以 2，即可得谐振管的管长了。可以用来做超声波定位。

3.声音在管中的传播速度与管的内径尺寸有关吗？为什么？

有关。存在管对空气的粘滞作用，声音在管中的传播速度会变慢（变化通常会非常小）。右图可以简单解释声速变慢的原因，如图所示，$u(r)$为速度分布，在轴线上$u(r = 0) = u_0$，而显然平均速度$\bar{u} = \frac{2}{3}u_0$。



4.管中声波的特性研究可以应用在哪些方面？

管制乐器，次声波武器，测量位置洞穴的深度，测量管道界面的反射系数

附录:

1. A=5.0Vpp. 闭管，80cm. 麦克风 cm | 22.8~23.0℃

谐振频率. $f_1 = 357.4$ Hz.

$f_2 =$ ~~5?7.6 Hz~~ 552.5 Hz

陈 09/20

$f_3 = 743.5$ Hz

$f_{基} \doteq 100$Hz.

$f_4 = 937.6$ Hz.

$f_5 =$ 1130 kHz

$f_6 =$ 1324 kHz.

开管，90cm. 麦克风 2cm.

$f_1 = 562.0$Hz

$f_2 = 741.5$Hz

$f_3 = 928.5$Hz

$f_4 =$ 1114 Hz.

$f_5 =$ 1298 Hz.

$f_{基} = 180$Hz.

2. 80cm. 闭管 $f = 743.5$Hz.

x/cm	peak-peak/mV
2	144.8
4	188.0
6	~~199.2~~ 238.0
8	~~199.2~~ 252.0
10	~~199.2~~ 246.0
12	~~199.2~~ 226.0
14	194.0 ~~176.0~~
16	150 ~~136.0~~
18	98.0 ~~17.2~~ ~~107.2~~
20	340 ~~37.2~~ ~~14.1~~ ~~55.2~~

X/cm	peak-peak/mV
20.7	~~14.4~~ 18.0
21.8	38.0
22.7	~~63.2~~ 70
23.8	~~47.0~~ 104.0
24.8	~~25.6~~ 136.0
26.1	156.0
28.2	~~96.8~~ 216
30.0	~~199.2~~ 238.0
32.0	~~199.2~~ 248.0
34.0	~~199.2~~ 238.0
~~38.5~~ 36	~~151.2~~ 214.0
~~40.5~~ 38	~~70.8~~ 176.0
~~42~~ 40	~~50.4~~ 126.0
~~43~~ 42	~~10.4~~ 66.0
~~48~~ 44	~~34.4~~ 10.0
45	38.0

T=21°C.　A=5V pp

开盖, f=741.5Hz.

陈 9/27

X/cm	p-p值/mV
2	~~68.8~~ 120.0
4	~~92.8~~ 160.0
6	~~113.6~~ 196.0
8	216.0
9	231.0
10	232.0
12	224.0
14	196.0
16	156.0
18	100.0
20	42.0
23	57.0
26	130.0
28	174.0
30	208.0
31	218.0
32	224.0
34	226.0
36	208.0
40	130.0
42	74.0
44	16.0
45	~~22.0~~ 20.0

f=841.5Hz

~~f=741.5Hz~~

1. X=10.9cm
2. X=34.1cm
3. X=57.0cm
4. X=80.0cm

L=80cm.

10Hz方波.

X=0cm ΔT=4.70 mS.

X=20cm ΔT=4.10mS

X=40cm ΔT=3.48mS.

X=60cm ΔT=2.98mS.