

# DHY-2A 型动态杨氏模量测试仪

## 使 用 说 明 书

杭州大华仪器制造有限公司

# 动态悬挂法测量材料的杨氏模量

杨氏模量是固体材料的重要力学性质，它反映了固体材料抵抗外力产生拉伸（或压缩）形变的能力，是选择机械构件材料的依据之一。

DHY-2A 型动态杨氏模量测试台，是利用动力学共振法原理采用悬挂法来测量材料的杨氏模量。

## 一、实验目的

- 1、学会用动态悬挂法测量材料的杨氏模量；
- 2、学习用外延法测量，处理实验数据；
- 3、了解换能器的功能，熟悉测试仪器及示波器的使用；
- 4、培养学生综合运用知识和使用常用实验仪器的能力。

## 二、实验原理

根据棒的横振动方程

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{-\rho S \partial^2 y}{YJ \partial t^2} = 0 \quad (1-1)$$

式中：y 为棒振动的位移；Y 为棒的杨氏模量；S 为棒的横截面积；J 为棒的转动惯量； $\rho$  为棒的密度；x 为位置坐标；t 为时间变量。用分离变数法求解棒的横振动方程，令  $y(x, t) = X(x) T(t)$  代入方程 (1-1) 得

$$\frac{1}{X} \frac{d^4 X}{dx^4} = \frac{\rho S}{YJ} \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2}$$

可以看出，上式两边分别是 x 和 t 的函数，这只有都等于一个任意常数时才有可能，若设这个常数为  $K^4$ ，得

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - K^4 X = 0$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{K^4 YJ}{\rho S} T = 0$$

解这两个线性常微分方程。得通解

$$y(x, t) = (A_1 \cosh K_x + A_2 \sinh K_x + B_1 \cos K_x + B_2 \sin K_x) \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (1-2)$$

其中  $\omega = (K^4 YJ / \rho S)^{1/2}$  称为频率公式。A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>,  $\varphi$  是待定系数，可由边界条件和初始条件确定。

我们只要用特定的边界条件定出常数  $K$ ，并将其代入棒的转动惯量  $J$ ，就可以得到具体条件下的计算公式了。对于长为  $L$ ，两端自由的棒，当悬线悬挂于棒的节点附近时，其边界条件为：自由端横向作用力为零，弯矩亦为零。即

$$F = -\frac{\partial M}{\partial x} = -EJ \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0$$

$$\text{弯矩} \quad M = EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$

$$\text{即} \quad \left. \frac{d^3 X}{dx^3} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d^3 X}{dx^3} \right|_{x=L} = 0, \quad \left. \frac{d^2 X}{dx^2} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2 X}{dx^2} \right|_{x=L} = 0$$

将边界条件代入通解得超越方程  $\cos KL \cdot \cosh KL = 1$ ，用数值计算法得到方程的根依次是： $KL=0, 4.7300, 7.8532, 10.9956, 14.137, 14.279, 20.420 \cdots$  此数列逐渐趋于表达式  $K_n L = (n-1/2)\pi$  的值。

上述第一个根“0”相应与静态值，第二个根记为  $K_1 L = 4.7300$ ，与此相应的共振频率称为基频（或称固有频率） $\omega_1 = 2\pi f_1$ ，对于直径  $d$ ，长为  $L$ ，质量为  $m$  的圆形棒，其转动惯量为  $J = Sd^2/16$ ，在基频  $f_1$  下共振时，得棒的杨氏弹性模量  $Y$  为

$$Y = 1.6067 \frac{L^3 m f_1^2}{d^4} \quad (1-3)$$

测试棒在作基频振动时存在两个节点，它们的位置距离端面  $0.224L$ （距离另一端面为  $0.776L$ ）处，理论上，悬挂点应取在节点处测试棒难于被激振和拾振，为此可在节点两旁选不同点对称悬挂，用外推法找出节点处的共振频率。

另外要明确的是，物体的固有频率  $f_{\text{固}}$  和共振频率  $f_{\text{共}}$  是两个不同的概念，它们之间的关系为

$$f_{\text{固}} = f_{\text{共}} \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \quad (1-4)$$

式中， $Q$  为测试的机械品质因素。对于悬挂法测量，一般  $Q$  的最小值约为 50，共振频率和固有频率相比只偏低 0.005%，本实验中只能测出测试的共振频率，由于两者相差很小。因此，固有频率可用共振频率代替。

### 三、仪器结构与连接

DHY-2A 型动态杨氏模量测试台的结构见图 1

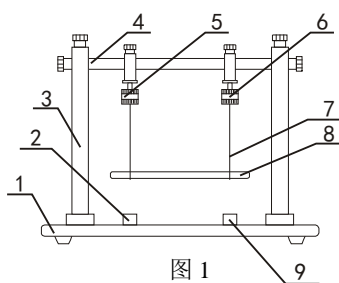


图 1

图中：(1) 底板 (2) 输入插口 (3) 立柱 (4) 横杆 (5) 激振器  
(6) 共振器 (7) 悬线 (8) 测试棒 (9) 输出插口

由频率连续可调的音频信号源输出正弦电信号，经激振换能器转换为同频率的机械振动，再由悬线把机械振动传给测试棒，使测试棒作受迫横振动，测试棒另一端的悬线再把测试棒的机械振动传给拾振换能器，这时机械振动又转变成电信号，信号经选频放大器的滤波放大，再送至示波器显示。

当信号源频率不等于测试棒的固有频率时，测试棒不发生共振，示波器几乎没有电信号波形或波形很小。当信号源的频率等于测试棒的固有频率时，测试棒发生共振，这时示波器上的波形突然增大，这时频率显示窗口显示的频率就是测试在该温度下的共振频率，代入 (1-3) 式即可计算该温度下的杨氏模量。

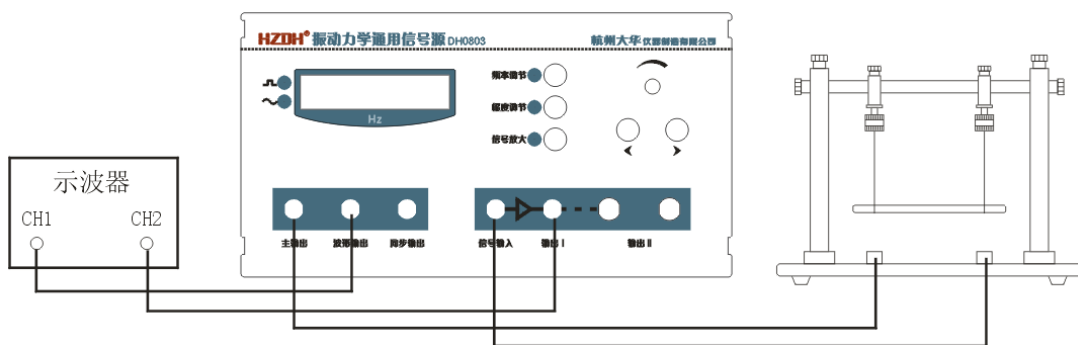


图 2 测量时的连接图

#### 四、实验仪器

DHY-2A 动态杨氏模量测试台、DH0803 振动力学通用信号源，通用示波器、测试棒（铜、不锈钢）、悬线、专用连接导线、天平、游标卡尺、螺旋测微计等。

#### 五、实验内容及要求

1、测量测试棒的长度  $L$ ，直径  $d$ ，质量  $m$ （也可由实验室给出），为提高测量精度，要求以上量均测量 3—5 次。

2、测量测试棒在室温时的共振频率  $f_1$

(1) 安装测试棒：如图 1 所示，将测试棒悬挂于两悬线之上，要求测试棒横向水平，

悬线与测试棒轴向垂直，两悬线挂点到测试棒两端点的距离  $x$  分别为 20mm 处，并处于静止状态。

(2) 连机：按图 2 将测试台、测试仪器、示波器之间用专用导线连接。

(3) 开机：分别打开示波器、测试仪的电源开关，调整示波器处于正常工作状态。

(4) 鉴频与测量：待测试棒稳定后，调节“频率调节”粗、细旋钮，寻找测试棒的共振频率  $f_1$ 。当示波器荧光屏上出现共振现象时（正弦波振幅突然变大），再十分缓慢的微调频率调节细调旋钮，使波形振幅达到极大值。鉴频就是对测试共振模式及振动级次的鉴别，它是准确测量操作中的重要一步。在作频率扫描时，我们会发现测试棒不只在在一个频率处发生共振现象，而所用公式（1-3）只适用于基频共振的情况，所以要确认测试棒是在基频频率下共振。我们可用阻尼法来鉴别：若沿测试棒长度的方向轻触棒的不同部位，同时观察示波器，在波节处波幅不变化，而在波腹处，波幅会变小，并发现在测试棒上有两个波节时，这时的共振就是在基频频率下的共振，从频率显示屏上显示的频率值  $f_1$ 。

在测量好 20mm 处后，再分别按  $x=25\text{mm}$ 、 $x=30\text{mm}$ 、 $x=35\text{mm}$ 、 $x=45\text{mm}$ 、 $x=50\text{mm}$ 、 $x=55\text{mm}$ 、 $x=60\text{mm}$  进行测量，并记录在表 1 中。

## 六、数据处理与分析

在实验上。由于悬线对测试棒的阻尼，所检测到的共振频率大小是随悬挂点的位置而变化的，由于换能器所拾取的是悬挂点的加速度共振信号，而不是振幅共振信号，并且所检测到的共振频率随悬线挂点到节点的距离增大而增大。若要测量测试棒的基频共振频率，只能将悬线挂在 0.224L 和 0.776L 节点处，但该节点处的振动幅度几乎为零，很难激振和检测，故采用外延测量法。所谓外延测量法。就是所需要的数据在测量数据范围之外，一般很难测量，为了求得这个值，采用作图外推求值的方法。即是先使用已测数据绘制出曲线，再将曲线按原规律延长到待求值范围，在延长线部分求出所要的值。本实验中就是以悬挂点位置为横坐标，以相对应的共振频率为纵坐标作出关系曲线，求得曲线节点  $x/L=0.224$  处所对应的频率即为试棒的基频共振频率  $f_1$ 。

表 1  $L=$ \_\_\_\_\_mm

序号	1	2	3	4	5	6	7	8
悬挂点位置 $x$ (mm)	20	25	30	35	45	50	55	60
$x/L$								
共振频率 $f_1$ (Hz)								

表 2

测试品材质	黄铜	铝	不锈钢
-------	----	---	-----

截面直径 d (mm)			
样品长度 L (mm)			
样品质量 m (g)			
基频共振频率 $f_1$ (Hz)			

将所测各物理量的数值代入公式 (1-3) 计算出该测试棒的杨氏模量  $Y$ 。再利用不确定度传递估算相对不确定度  $U_r$  和不确定度  $U_p (= \bar{Y} \times U_r)$  写出结果表达式。

附：黄铜测试棒的基频共振频率：500~710 Hz

$$Y=0.8\sim 1.10\times 10^{11} \text{ 牛顿/米}^2$$

不锈钢测试棒的基频共振频率：800~1000Hz

$$Y=1.5\sim 2.0\times 10^{11} \text{ 牛顿/米}^2$$

## 七、注意事项

- (1) 测试棒不可随处乱放，保持清洁，拿放时应特别小心。
- (2) 安装测试棒时，应先移动支架到既定位置，再悬挂测试棒。
- (3) 更换测试棒要细心，避免损坏激振，共振传感器。
- (4) 实验时，测试棒需稳定之后可以进行测量

## 八、思考题

- (1) 外延测量法有什么特点？使用时应注意什么问题？
- (2) 物体的固有频率和共振频率有什么不同？它们之间有何关系？

材料名称	$Y=10^{11}$ 牛顿/米 <sup>2</sup>	材料名称	$Y=10^{11}$ 牛顿/米 <sup>2</sup>
生铁	0.735~0.834	有机玻璃	0.02~0.03
碳钢	1.52	橡胶	78.5
玻璃	0.55	大理石	0.55

备注：因环境温度及测试棒材质不同等影响所提供的数据仅作参考。

# 附录 1 DH0803 振动力学通用信号源使用说明

## 一、概述

本信号源可配合 DHY-2A 型动态杨氏模量测试台进行实验。仪器的特点是输出阻抗低，激振信号不易失真，同时频率稳定性好，频率的调节细度和分辨率也足够小，能很好地找到弦线的共振频率。

本仪器也可在其它合适的场合作正弦波信号源用，也可以对振动信号或光电信号进行检测、放大和输出。

## 二、主要技术指标

### 1、环境条件

使用温度范围：5℃~35℃，相对湿度范围：25%~85%。

### 2、电源：交流 220V±10%，50Hz。

### 3、信号输出：DDS 信号发生器，能产生方波和正弦波，频率 20.001Hz~100000Hz 连续可调；编码开关和数字按键联合进行频率调节，最小步进值 0.001Hz，6 位数码管显示；带主输出、波形输出和同步输出接口。

### 4、功率输出

输出幅度：0~20VP-P 连续可调；输出电流：≥0.5A；编码开关调节幅度大小，可在 0~100 档间调节。

### 5、信号放大器模块

放大倍数通过数字电位器调节，输出接口有 Q9 示波器接口和 52 插座两种，前者用于示波器观测，后者用于驱动耳机或外部负载。

## 三、仪器结构

仪器的信号输出及调节均在前面板上进行，附图 1 为仪器的前面板图。

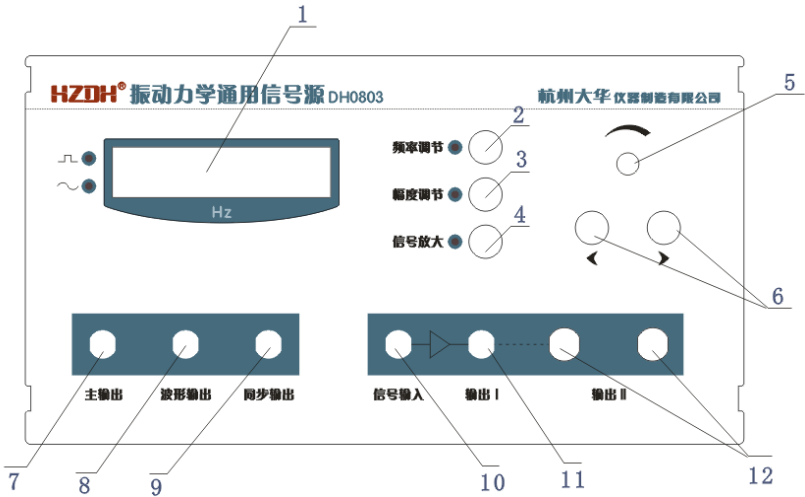


图 1 振动力学信号源面板

### 1. 频率显示窗口；

2. 频率调节：按键按下后，对应指示灯亮，表示可以用编码开关调节输出频率，编码开关下面的按钮用于切换频率调节位。

3. 幅度调节：按键按下后，对应指示灯亮，表示可以用编码开关调节输出信号幅度，可在 0~100 档间调节，输出幅度不超过  $V_{p-p}=20V$ 。

4. 信号放大：按键按下后，对应指示灯亮，表示可以用编码开关调节信号放大倍数，可在 0~100 档间调节，实际放大倍数不超过 55 倍。

5. 编码开关：可以单击或者旋转，单击旋钮可用来切换正弦波和方波输出；旋转旋钮可用于调节输出信号频率、幅度以及信号放大倍数。正弦波输出频率范围是 20~100000Hz，方波的输出频率是 20~1000Hz。

6. 按键开关：用于切换频率调节位，仅用于信号频率调节。

7. 主输出：功率信号输出，接驱动传感器；

8. 波形输出：可接示波器观察主输出的波形；

9. 同步输出：为输出频率同主输出，且与主输出相位差固定的正弦波信号；

10. 信号输入：连接接收传感器，对磁电信号进行放大；

11. 输出 I：接示波器通道 1，接收传感器信号放大输出；

12. 输出 II：接收传感器信号放大输出，可接耳机或其它检测设备。

#### 四、仪器的使用

1、打开信号源的电源开关，信号源通电。单击“编码开关 5”使输出为正弦波；调节频率，频率表应有相应的频率指示；用示波器观察“主输出、波形输出和同步输出”端，应有相应的正弦波；调节幅度，波形的幅度产生变化；这时仪器已基本正常，再通电预热 2 分钟左右，即可进行振动实验。

2、按 DHY-2A 型动态杨氏模量测试仪的使用说明，将动态杨氏模量测试台上的“输入插座”接至本仪器的“主输出”端，用于驱动激振器；同时将仪器的“波形输出”接示波器，观察激振波形；将动态杨氏模量测试台上的“输出插座”接至本仪器的“信号输入”，对探测的共振信号进行放大；再将放大信号“输出 I”连接到示波器上观察共振波形。

3、仪器的频率调节最小分辨率达到 0.001Hz。由于测试棒的共振频率范围很小，故应细心调节，不可过快，以免错过相应的共振频率。

4、当测试棒振动幅度过大时，应减小信号输出幅度；振动幅度过小时，应加大信号输出幅度。

#### 五、注意事项

1、仪器的“主输出”为功率信号，应防止短路。

2、在用户正常使用、保管的条件下，仪器的保修期为一年。



## **杭州大华仪器制造有限公司**

杭州市富阳区东洲工业园区 11 号路 3 号

电话：0571-58837552(销售)

0571-58837572(售后)

传真：0571-58837553

邮箱: hzdmail@163.com

网址: [www.hzdh.com](http://www.hzdh.com)

邮编: 311401