

声波谐振管综合实验

201711140236 物理系基地班 李励玮

实验仪器

PASCO WA-9612 型谐振管, 示波器, 信号发生器。

实验原理

1. 空气中的声波

当扬声器的膜片振动时, 便会产生声波, 附近空气的振动与波的传播方向一致, 是纵波。空气中的声速

$v = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{\mu}}$ 其中 $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ 为空气定压热容与定容比热之比, μ 为空气的摩尔质量, T_0 为气体的热力学温度, R 为热力学普适常数。

对于干燥空气, $\gamma = \frac{7}{5}$ $\mu = 28.96 \text{ g/mol}$, 0°C 声速 $v_0 = \sqrt{\frac{1.4 \times 8.31 \times 273.15}{0.02896}} = 331 \text{ (m/s)}$

展开到 1 阶, $t^\circ\text{C}$ 声速约为

$$v_t \approx C_0 \left(1 + \frac{t}{2 \times 273.15} \right) = (331 + 0.606t) \text{ m/s}$$

2. 管中的声场

假设在长度为 l 的管道中, 声压为 p_i 的声波沿管的轴线方向右传播, 行进波在界面 0 的位置受到反射, 反射波的声压为 p_r , 行进波在界面 0 的位置受到反射, 反射波声压为 p_r , 行进波与反射波的声压方程为:

$$p_i = p_{ai} e^{j(\omega t - kx)} \quad (1)$$

$$p_r = p_{ar} e^{j(\omega t + kx)} \quad (2)$$

其中 p_{ai} 和 p_{ar} 为行进波和反射波的振幅, ω 声波的圆频率, k 为波矢。

管中合成波的声压

$$p = p_i + p_r = |p_a| e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (3)$$

其中 p_a 为合成波的振幅, φ 固定为相位因子。

定义声波界面反射系数为 r_p

$$r_p = \frac{p_{ar}}{p_{ai}} = |r_p| e^{j\sigma\pi} \quad (4)$$

$|r_p|$ 表示反射系数的绝对值, $\sigma\pi$ 为界面处反射波和入射波的相位差。

将 (4) 带入 (3), 考虑 φ 为固定相位, 对分析不受影响, 略去。总声压

$$p = p_{ai} [e^{-jkx} + |r_p| e^{j(kx + \sigma\pi)}] e^{j\omega t} \quad (5)$$

总声压的振幅可以表示为

$$|p_a| = p_{ai} \left| \sqrt{1 + |r_p|^2 + 2|r_p| \cos 2k(x + \frac{\sigma\lambda}{4})} \right| \quad (6)$$

当 $2k(x + \frac{\sigma\lambda}{4}) = \pm(2n-1)\pi$ 时, $|p_a|$ 具有极小值: $p_{amin} = p_{ai}(1 - |r_p|)$

当 $2k(x + \frac{\sigma\lambda}{4}) = \pm 2n\pi$ 时, $|p_a|$ 具有极大值: $p_{amax} = p_{ai}(1 + |r_p|)$

定义驻波比 G 为 $G = \frac{p_{amin}}{p_{amax}} = \frac{1+|r_p|}{1-|r_p|}$ (7)

则界面反射系数 $|r_p| = \frac{G-1}{G+1}$ (8)

显然,可以通过测量管道中的声压分布可以求出管道界面的反射系数。根据这个原理制作的驻波管常用于测量材料的吸声系数。

若端口介质为理想的吸声负载,则 $r_p = 0$, $G=1$ 。

若端口的材料为刚性的全反射材料,则 $r_p = 1$, $\sigma = 0$, $G = \infty$ 。此时,管道中声波的总声压振幅大小

$$|p_a| = p_{ai} \left| \sqrt{1 + |r_p|^2 + 2|r_p| \cos 2k(x + \frac{\sigma\lambda}{4})} \right| = 2p_{ai} |\cos kx| \quad (9)$$

管中形成了完全的驻波。

声波反射可以发生在闭合管或打开管的尾部。如果管尾闭合,称之为闭管,此时空气被阻挡,则空气位移的波节(或声压的波腹)出现在管尾;如果管尾开放,为开管,此时管内外压强相当,则声压的波节(或空气位移的波腹)出现在管尾。

3. 管中声波的谐振

声波在管中会发生多次多次反射,在某些特定频率这些反射波的相位一致,产生一个振幅非常大的驻波,这些频率称为谐振频率。要形成谐振,声波在管内来回一次积累的相位必须是 2π 的整数倍。谐振的条件与管口的开闭情况有关。

对于开管,谐振时管端口为声压的波节。波长

$$l = n\lambda/2 \quad (10)$$

其中 n 为正整数, n 不同代表不同的谐振模式。考虑介质中声波波速 v 与其频率 f 和波长 λ 之间的关系 $v = \lambda f$,则谐振频率

$$f = \frac{nv}{2l} = nf_1 \quad (11)$$

其中 f_1 为 $n=1$ 的频率,称基频,谐振频率必须为基频的整数倍。可通过测量谐振频率与其振动模式数 n 之间的线性依赖关系,其斜率为基频 f_1 。

对于闭管,谐振时,开管端口为声压的波节,封闭段为声压的波腹。波长与管长之间需要满足以下条件:

$$l = (n - 1/2) \lambda/2 \quad (12)$$

其中 n 为正整数。管长和波长满足

$$f = \frac{(n-1/2)v}{2l} \quad (13)$$

$n=1$ 时, $f_1 = v/4l$, 则

$$f = 2nf_1 - f_1 \quad (14)$$

与开管不同,闭管中谐振频率随振动模式数 n 变化的斜率为 $2f_1$ 。

上面的公式假设开管时声压的波节正好出现在管口。实际波节大约位于管外 0.4 倍管直径的位置,因此要对管驻波的公式进行管口修正:

$$\text{开管: } l + 0.8d = n\lambda/2 \quad (15)$$

$$\text{闭管: } l + 0.4d = (n - \frac{1}{2})\lambda/2 \quad (16)$$

其中 d 为管直径。

4. 声波的传播速度的测量

管中声速的测量有共振法、回波法。

共振法基于声波在管中传播,入射波与反射波叠加形成驻波,管长和波长及频率满足公式(10)到(16),通过调节声波的频率在管中形成谐振,然后测量声波的基频或振动模式求出声速。

回波法测量探测器与端口之间的距离,初始波和反射波之间的时间间隔来测量声速。

$$vt = 2(l - l_1) \quad (17)$$

为了减小误差,常常通过改变探测器与端口之间的距离,通过线性拟合来求声速。

实验内容

1. 研究开管、闭管中声波谐振频率及其对应的振动模式数之间的关系，求基频。

测得室温 $t=18^{\circ}\text{C}$

$$\text{故 } v_t \approx C_0 \left(1 + \frac{t}{2 \times 273.15} \right) = (331 + 0.606t) \text{ m/s} \approx 341.9 \text{ m/s}$$

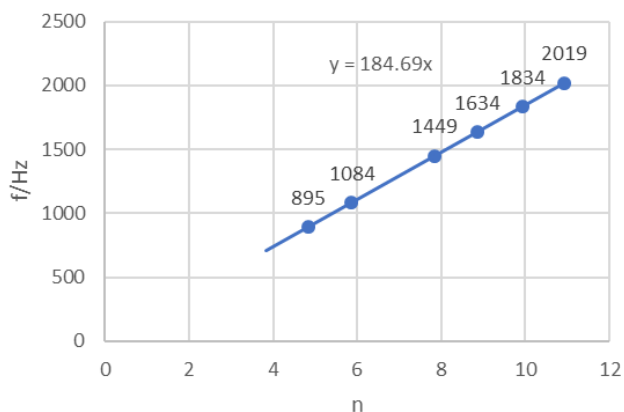
$l=90\text{cm}$ $d=3.2\text{cm}$

开管

	1	2	3	4	5	6
f/Hz	895	1084	1449	1634	1834	2019
n	5	6	8	9	10	11

计算得开管时基频 $f_1 = 184.69\text{Hz}$

开管时的f-n

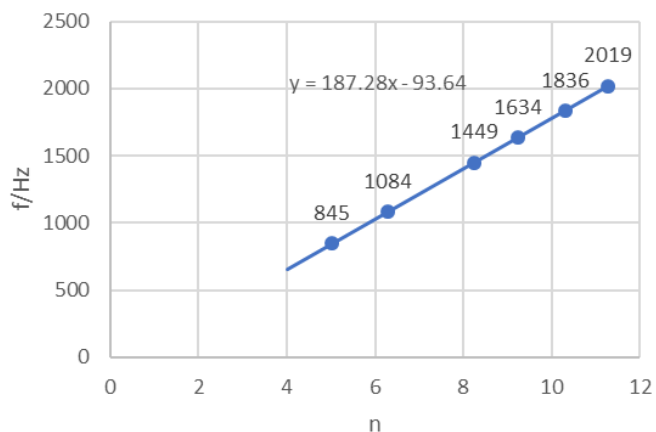


闭管

	1	2	3	4	5	6
f/Hz	845	1084	1449	1634	1836	2019
n	5	6	8	9	10	11

计算得闭管时基频 $f_1 = 93.64\text{Hz}$

闭管时的f-n



2. 测量开管、闭管中驻波的声压分布，计算声波的声速。

开管：

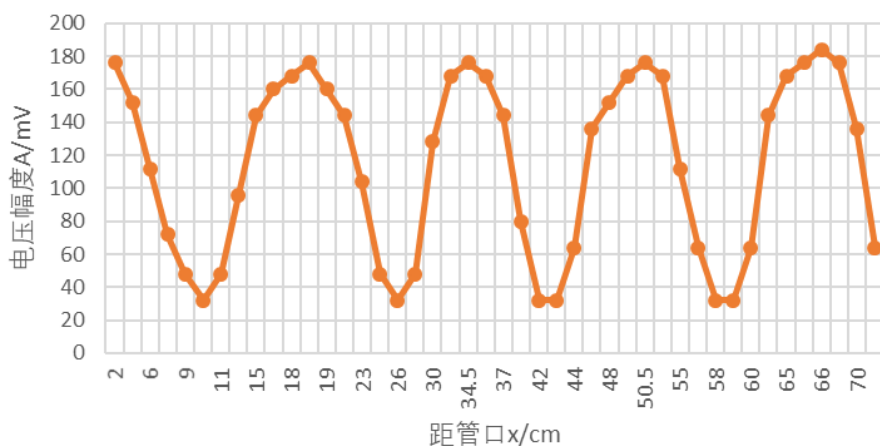
$f=1065\text{Hz}$ $l=90\text{cm}$

x/cm	2	4	6	8	9	10	11	13	15	17	18	19	19	21	23	25	26	27	30	33
幅度/mV	176	152	112	72	48	32	48	96	144	160	168	176	160	144	104	48	32	48	128	168

35	35	37	40	42	43	44	47	48	49	51	52	55	57	58	59	60	63	65	66	66	67	70	73
176	168	144	80	32	32	64	136	152	168	176	168	112	64	32	32	64	144	168	176	184	176	136	64

得到如下图线，可见当电压幅度最大时，声压最小，电压幅度最小时，声压最大。

开管时的A-x



计算得 $\lambda \approx 0.16 \times 2 = 0.32\text{m}$ $v = \lambda f \approx 340.8\text{m/s}$

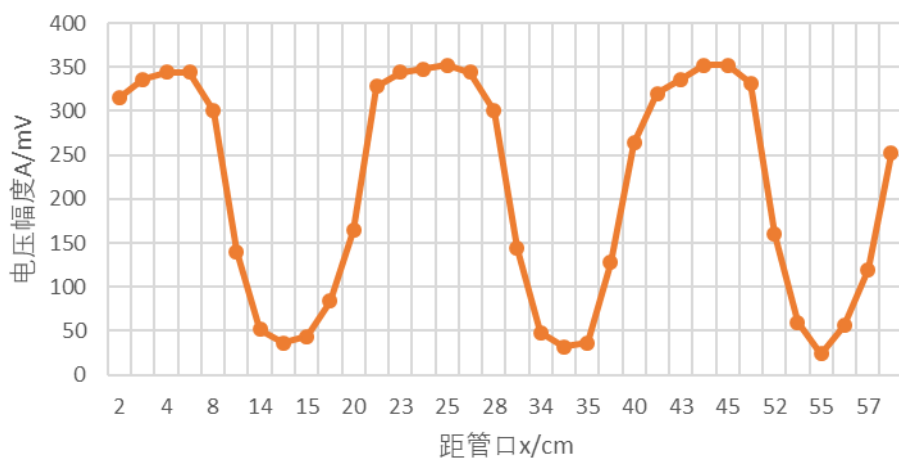
闭管:

$f=855\text{Hz}$ $l=90\text{cm}$

x/cm	2	3	4	5	8	12	14	14.5	15	16	20	22	23	24	25	26	28	32	34	34.5	35	37	40	42	43	44	45	47	52	54	55	56	57	60
幅度/mV	316	336	344	344	300	140	52	36	44	84	164	328	344	348	352	344	300	144	48	32	36	128	264	320	336	352	352	332	160	60	24	56	120	252

得到如下图线，可见当电压幅度最大时，声压最小，电压幅度最小时，声压最大。

闭管时的A-x



计算得 $\lambda \approx 0.2 \times 2 = 0.4\text{m}$ $v = \lambda f \approx 342\text{m/s}$

3. 研究特定频率下，闭管中的长度与谐振模式数之间的关系，计算声速。

$f=855.0\text{Hz}$

序号	1	2	3	4	5
x/cm	8.00	27.80	43.00	67.60	90.00

可知谐振模式数 $n=5$

由 $f = \frac{(n-\frac{1}{2})v}{2l}$ 可得 $v = \frac{4f(l+0.4d)}{2n-1} \approx 342.0\text{m/s}$

4. 观察开管、闭管中回声波的特点，用回声法测量声速（选作）

测得 $\Delta T = 2.36\text{ms}$ $l - l_1 = 40\text{cm}$

由 $vt = 2(l - l_1)$ 得 $v = 2(l - l_1)/\Delta T \approx 338.9\text{m/s}$

误差分析

1. 做闭管实验时，插入金属杆的一端有一不闭合的小孔，这容易导致声波泄露，影响实验测量结果。
2. 微型麦克风接收声压的区域不精确，可能导致真正的测量区域与数据存在毫米级误差。
3. 外界声音可能对实验声波造成干扰，影响数据的采集。
4. 示波器分辨率有限。

思考题

1. 波节。因为麦克风探测的是声压的大小，而声压大小和波节波腹有关。故当声压极大、即示波器接收信号的振幅极大时，正好对应波节的位置。波节和波腹都对应一定的范围，而用示波器观察时，波节的信号更明显些，所以波节的可信度较高。
2. 使谐振管为开管，改变信号源发出声波的频率使产生谐振，记录每次谐振相应频率 f ，拟合曲线，可得斜率为 f_1 ，通过 $f_1 = \frac{v}{2l}$ 计算得谐振管管长 l 。可以探测井深。
3. 无关。声音传播是由于空气振动，与空气温度有关，与管的内径尺寸无关。
4. 通过测量声速确定室内温度，探测井深。

实验数据

$l = 90\text{cm}$ 阵 10/17

	1	2	3	4	5	6
开管 f/Hz	895	1084	1401	1636	1836	2019
闭管 f/Hz	895	1042	1223	1409	1596	1788

室温 18°C 阵 10/17

1. 开管 $f = 885\text{Hz}$ $\therefore n = 2(l + 0.8d)f \approx 5$ $\therefore f_1 = \frac{f}{n} = 176.6\text{Hz}$
闭管 $f = 855\text{Hz}$ $\therefore n = \frac{2(l + 0.8d)f}{\lambda} + \frac{1}{2} \approx 5$ $\therefore f_1 = \frac{f}{2n-1} = \frac{855}{9} = 95\text{Hz}$
直径 $d = 2\text{cm}$
 $l = 90\text{cm}$

2. 开管: $f = 1065\text{Hz}$ $l = 90\text{cm}$

距左管口长度 (cm)	2	4	6	8	10	11	13	15	17	18	19
幅度 (mV)	176	152	112	72	48	32	18	9	6	4	2

21 23 25 26 27 30 33 35 37 39 42 43 44 47 48 49

距左管口长度 (cm)	21	23	25	26	27	30	33	35	37	39	42	43	44	47	48	49
幅度 (mV)	144	104	48	42	38	128	168	168	100	80	32	32	64	136	182	168

50.5 52 55 57 58 59 60 63 65 66.5 66 67 70 73

距左管口长度 (cm)	50.5	52	55	57	58	59	60	63	65	66.5	66	67	70	73
幅度 (mV)	176	168	112	64	32	32	64	104	112	176	184	176	136	64

闭管: $f = 855\text{Hz}$ $l = 90\text{cm}$

距左管口长度 (cm)	2	3	4	5	8	12	14	15	15	16	20	22	23	24
幅度 (mV)	316	336	340	340	300	160	52	84	36	44	88	164	328	340

25 26 28 32 34 34.5 35 37 40 42 43 44 45 47 52 54 55 56 57 60

距左管口长度 (cm)	25	26	28	32	34	34.5	35	37	40	42	43	44	45	47	52	54	55	56	57	60
幅度 (mV)	302	340	300	144	48	32	36	128	264	320	336	252	260	332	160	160	24	66	120	252

3. $f = 855.0\text{Hz}$

序号	1	2	3	4	5
$l(\text{cm})$	8.00	27.80	47.00	67.6	90.00
n	1	2	3	4	5

$\therefore v = 346.86\text{m/s}$ $\lambda = 4\text{cm}$

4. $\Delta T = 2.36\text{ms}$ $l - l_1 = 40\text{cm}$
 \therefore 计算得声速 $v = 338.9\text{m/s}$