

# 声波谐振管综合实验报告

物理系 基地班 饶昀萱 201711140205

## 【实验目的】

1. 研究声波在谐振管中的运动规律;
2. 利用共振法和回声法测量声波的传播速度;

## 【实验仪器】

PESCO WA-9612 型谐振管装置, 示波器, 信号发生器。

## 【实验原理】

### 1. 空气中的声波

声波是由扬声器的膜片震动产生的, 并通过空气传播。声波是纵波。

理论上, 空气中的声速:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{\mu}}$$

其中,  $\gamma = C_p/C_v$  为空气定压热容和定容比热之比,  $\mu$  为空气的摩尔质量,  $T_0$  为气体的热力学温度,  $R$  为热力学普适常数。对于干燥空气,  $\gamma = 7/5$ ,  $\mu = 28.96 \text{ g/mol}$ ,  $0^\circ\text{C}$  声速

$$v_0 = \sqrt{\frac{1.4 \times 8.31 \times 273.15}{0.02896}} = 331 \text{ (m/s)}$$

展开到 1 阶,  $t^\circ\text{C}$  声速约为

$$v_t \approx C_0 \left( 1 + \frac{t}{2 \times 273.15} \right) = (331 + 0.606t) \text{ m/s}$$

### 2. 管中的声场

假设在右图管道中, 声波向右传播, 其行进波与反射波的声压方程为[1]:

$$p_i = p_{a_i} e^{j(\omega t - kx)}$$

$$p_r = p_{a_r} e^{j(\omega t + kx)}$$

其中  $p_i$  和  $p_r$  分别为行进波和反射波的声压,  $p_{a_i}$  和  $p_{a_r}$  为行进波和反射波的振幅,  $\omega$  表示声波的原频率,  $k$  为波矢。管中合成波的声压为

$$p = p_i + p_r = |p_a| e^{j(\omega t + \varphi)}$$

其中  $p_a$  为合成波的振幅,  $\varphi$  固定为相位因子, 定义声波界面反射系数为  $r_p$ , 则:

$$r_p = \frac{p_{a_r}}{p_{a_i}} = |r_p| e^{j\sigma\pi}$$

$|r_p|$  表示反射系数的绝对值,  $\sigma\pi$  为界面处反射波和入射波的相位差。将 (4) 式带入 (3) 式中, 考虑  $\varphi$  为固定相位, 对分析不受影响可略去, 则总声压可表示为

$$p = p_{a_i} [e^{-jkx} + |r_p| e^{j(kx + \sigma\pi)}] e^{j\sigma\pi}$$

其振幅为:

$$|p_a| = p_{a_i} \sqrt{1 + |r_p|^2 + 2|r_p| \cos 2k(x + \frac{\sigma\lambda}{4})}$$

当  $2k(x+\sigma\lambda/4)=\pm(2n+1)\pi$  时,  $|p_a|$  具有极小值:  $|p_a|_{min} = p_{a_i}(1 - |r_p|)$

当  $2k(x+\sigma\lambda/4)=\pm 2n\pi$  时,  $|p_a|$  具有极大值:  $|p_a|_{max} = p_{a_i}(1 + |r_p|)$

定义驻波比  $G$  为:

$$G = \frac{|p_a|_{max}}{|p_a|_{min}} = \frac{1 + |r_p|}{1 - |r_p|}$$

则界面反射系数可以表示为:

$$|r_p| = \frac{G - 1}{G + 1}$$

声波反射可以发生在闭合管(闭管)或打开管(开管)的尾部,闭管时空气被阻挡,空气位移的波节(或声压的波腹)出现在管尾;开管时管内外压强相当,则声压的波节(或空气位移的波腹)出现在管尾。

### 3. 管中声波的谐振

声波在管中会发生多次多次反射,在某些特定频率这些反射波的相位一致,产生一个振幅非常大的驻波,这些频率称为谐振频率。

要形成谐振,声波在管内来回一次积累的相位必须是  $2\pi$  的整数倍哦。

对于开管,波长满足以下条件:

$$l = n\lambda/2$$

其中  $n$  为正整数,  $n$  不同表示不同的谐振模式。

又  $v = \lambda f$ , 则谐振频率可以表示为:

$$f = nv/2l = nf_1$$

其中  $f_1$  为  $n=1$  的频率,称为基频。

对于闭管,波长与管长之间满足:

$$l = (n-1/2)\lambda/2, \\ f = (n-1/2)v/2l$$

$n=1$  时:  $f_1 = v/4l$ , 则:

$$f = 2n(f_1 - 1)$$

对于驻波公式的管口修正:

$$\text{开管: } l + 0.8d = n\lambda/2$$

$$\text{闭管: } l + 0.4d = (n-1/2)\lambda$$

其中  $d$  为管的直径。

### 4. 声波的传播速度的测量

#### 01. 共振法:

根据公式(10)到(16),通过调节声波的频率在管中形成谐振,然后测量声波的基频或振动模式求出声速。

#### 02. 回波法

测量探测器与端口之间的距离,初始波和反射波之间的时间间隔来测量声速

为了减小误差,常常通过改变探测器与端口之间的距离,通过线性拟合来求声速。

### 【实验内容】

1. 研究开管、闭管中声波谐振频率及其对应的振动模式数之间的关系,求基频;

2. 测量开管、闭管中驻波的声压分布，计算声波的声速；
3. 研究特定频率下，闭管中的长度与谐振模式数之间的关系，计算声速；
4. 观察开管、闭管中回声波的特点，用回声法测量声速（选作）。

### 【实验数据处理和实验结果】

#### 1. 谐振管参数记录：

- a. 室温：t=22°C
- b. 谐振管有效长度：l=89.0cm
- c. 谐振管内管径：d=3.20cm

根据公式： $v_t \approx C_0 \left( 1 + \frac{t}{2 \times 273.15} \right) = (331 + 0.606t) \text{ m/s}$

得到理论声速： $v_t = 344.332 \text{ m/s}$

#### 2. 研究开管、闭管中声波谐振频率和其对应的谐振模式数之间的关系，求基频。

##### a. 开管：

选用正弦波，从 f=700Hz 起不断增加输出的正弦波的频率，记录下每一次图像峰-峰值达到最大时的频率值。

根据开管谐振管中驻波的修正公式：

$$l + 0.8d = n\lambda / 2$$

得到谐振模式数：

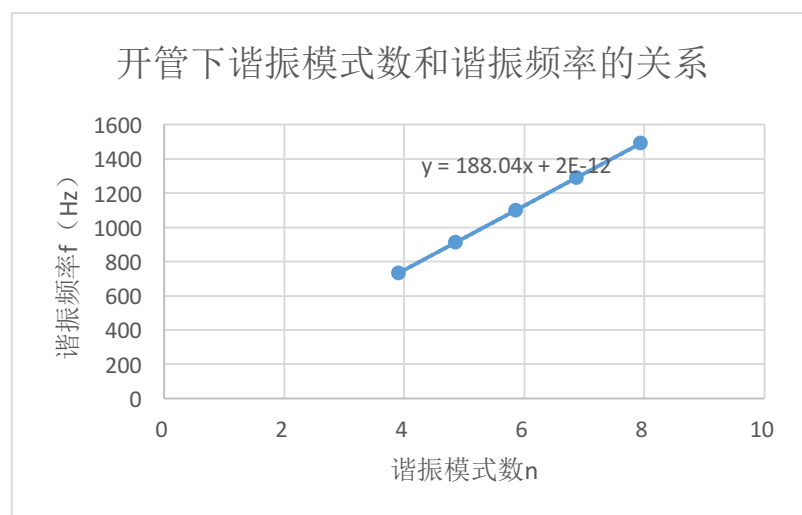
$$n = 2f(l + 0.8d) / v$$

将所求谐振模式数取整，得到的实验数据如下：

编号	1	2	3	4	5
谐振频率 f(Hz)	732.6	913	1100	1291	1492
谐振模式数 n	4	5	6	7	8

又，谐振频率 f 和基频  $f_1$  存在关系  $f = nf_1$ ；

所以将谐振模式数 n 为横轴，所对应的谐振频率 f 为纵轴，得到以下图像：



根据上述公式可以知道，图像的斜率的大小即为基频的大小，所以基频：

$$f_1 = 188.04 \text{ Hz}$$

##### b. 闭管：

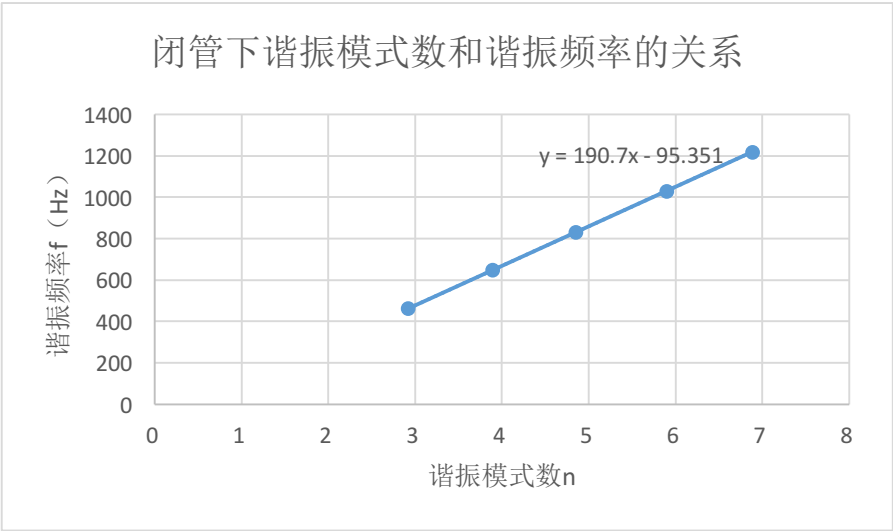
选用正弦波，不断增加输出的正弦波的频率，记录下每一次图像峰-峰值达到最大时的频率值。

根据闭管谐振管中驻波的修正公式： $l+0.4d=(n-1/2)\lambda/2$

得到： $n=1/2+2f(l+0.4d)/v$

编号	1	2	3	4	5
谐振频率 f(Hz)	461.4	647	829.5	1029	1218
谐振模式数 n	3	4	5	6	7

又，在闭管中谐振频率与谐振频率频率数之间存在关系： $f=(2n-1)f_1$   
所以令谐振模式数 n 为横轴，所对应的谐振频率 f 为纵轴，得到以下图像：



根据上面的公式，知道图像的斜率的大小为  $2f_1$ ，所以基频：  
 $f_1=95.35\text{Hz}$

3. 测量开管、闭管中驻波的声压分布，计算声波的声速

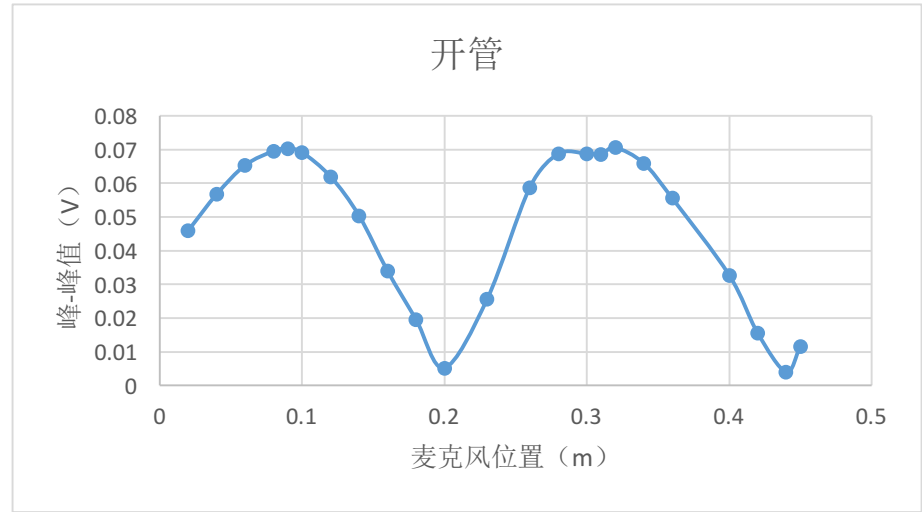
a. 开管

选定谐振频率： $f=732.6\text{Hz}$ ，记录此时管中的声压（峰-峰值）分布规律：

f=732.6Hz 时的峰-峰值			
x (cm)	峰-峰值 (mV)	x (m)	峰-峰值 (V)
2	46	0.02	0.046
4	56.8	0.04	0.0568
6	65.4	0.06	0.0654
8	69.6	0.08	0.0696
9	70.4	0.09	0.0704
10	69.2	0.1	0.0692
12	62	0.12	0.062
14	50.4	0.14	0.0504
16	34	0.16	0.034
18	19.6	0.18	0.0196
20	5.2	0.2	0.0052
23	25.6	0.23	0.0256

26	58.8	0.26	0.0588
28	68.8	0.28	0.0688
30	68.8	0.3	0.0688
31	68.6	0.31	0.0686
32	70.6	0.32	0.0706
34	66	0.34	0.066
36	55.6	0.36	0.0556
40	32.8	0.4	0.0328
42	15.6	0.42	0.0156
44	4	0.44	0.004
45	11.6	0.45	0.0116

以麦克风位置 x 为横轴，峰-峰值为纵轴，作出其分布图像：



当峰-峰值最大时，声压最小，峰-峰值最小时，声压最大。  
 根据图像可以知道波长 $\lambda \approx 0.23 \times 2(\text{m}) = 0.46\text{m}$   
 所以  $v = \lambda f = 336.996 \text{ m/s}$   
 和理论值的误差： $H_v = |1 - 336.996 / 344.332| \times 100\% = 2.13\%$

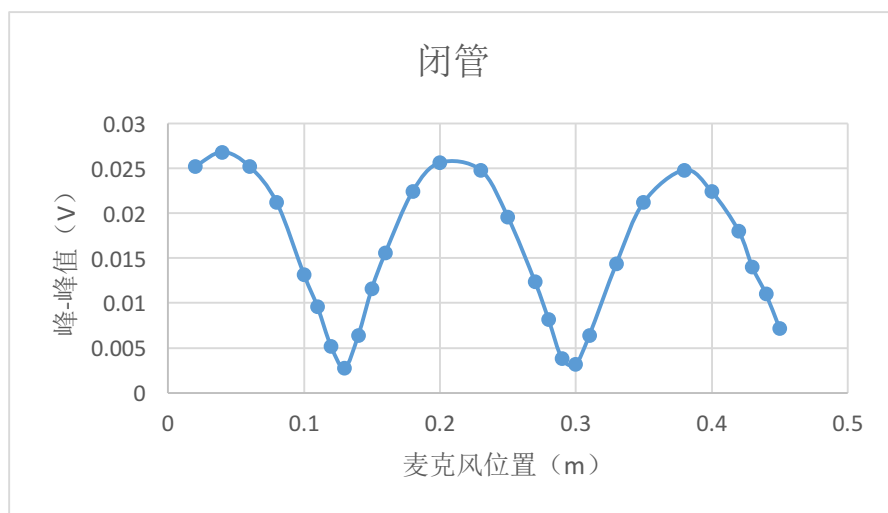
b. 闭管

选定谐振频率： $f = 1029\text{Hz}$ ，记录此时管中的声压（峰-峰值）分布规律：

f=1029Hz 时的峰-峰值			
x (cm)	峰-峰值 (mV)	x (m)	峰-峰值 (V)
2	25.2	0.02	0.0252
4	26.8	0.04	0.0268
6	25.2	0.06	0.0252
8	21.2	0.08	0.0212
10	13.2	0.1	0.0132
11	9.6	0.11	0.0096
12	5.2	0.12	0.0052
13	2.8	0.13	0.0028

14	6.4	0.14	0.0064
15	11.6	0.15	0.0116
16	15.6	0.16	0.0156
18	22.4	0.18	0.0224
20	25.6	0.2	0.0256
23	24.8	0.23	0.0248
25	19.6	0.25	0.0196
27	12.4	0.27	0.0124
28	8.2	0.28	0.0082
29	3.8	0.29	0.0038
30	3.2	0.3	0.0032
31	6.4	0.31	0.0064
33	14.4	0.33	0.0144
35	21.2	0.35	0.0212
38	24.8	0.38	0.0248
40	22.4	0.4	0.0224
42	18	0.42	0.018
43	14	0.43	0.014
44	11	0.44	0.011
45	7.2	0.45	0.0072

以麦克风位置  $x$  为横轴，峰-峰值为纵轴，作出其分布图像：



当峰-峰值最大时，声压最小，峰-峰值最小时，声压最大。

根据图像可以知道波长  $\lambda \approx 0.13 \times 2(\text{m}) = 0.26\text{m}$

所以  $v = \lambda f = 349.86 \text{ m/s}$

和理论值的误差： $H_v = |1 - 349.86/344.332| \times 100\% = 1.605\%$

4. 研究特定频率下，闭管中的长度与谐振模式数之间的关系，计算声速  
所选频率： $f = 829\text{Hz}$

移动闭管中活塞的位置，记录下每一次峰-峰值最大时活塞所在的位置：

次数	1	2	3	4	5
X (m)	0	0.085	0.243	0.500	0.708

可知，谐振频率数  $n=5$

根据公式  $l+0.4d=(n-1/2)\lambda$ ，得到  $v=2f(l+0.4d)/(n-1/2)$

算出  $v=332.63\text{m/s}$

和理论值的误差： $H_v=|1-332.63/344.332|\times 100\% = 3.398\%$

### 【思考题】

1. 用麦克风探测器可以确定波节和波腹的位置，你认为哪一个可信度更高？请分析原因

答：波腹处。

当探测器处于波腹处时，示波器上峰-峰值最小，处于波节时，信号最大，波节和波腹都是一个范围，当信号小的时候，信号波动的影响也更小，则取点也更准确，因此选取波腹的位置可信度更高。

2. 假设声速已知，怎样利用该实验学到的内容测量谐振管的管长？

你设计的有关测量管长的方法有什么潜在的实际应用？

答：反射法：测量探测器收集到的前后两次信号的时间间隔  $t$ ，则管长  $l=vt/2$

应用：测量船未知洞穴/井的深度；煤矿塌方后预测塌方位置

3. 声音在管中的传播速度与管的内直径尺寸有关吗？为什么？

答：有关

实验中发现，实际中的波节大约位于管外 0.4 倍管径的位置，因而波速和管径之间存在关系： $l+0.8d=n\lambda/2$ （闭管）和  $l+0.4d=(n-1/2)\lambda/2$ ，其中  $\lambda=v/f$ ，所以可以知道声音在管中的传播速度与管的内直径尺寸有关

4. 管中声波的特性研究可以应用在哪些方面？

答：1、测量声速；

2、测量船未知洞穴/井的深度；

3、煤矿塌方后预测塌方位置；

4、测量管道界面的反射系数

### 【误差分析】

1. 外界声音会影响数据的采集；
2. 示波器的分辨率有限；
3. 实验时测量的峰-峰值等的数值都在一定范围内波动，可能导致结果不够精确；
4. 麦克风本身有一定长度，收集的数据并不准确的在某一点上，存在误差。



# 声波谐振管实验数据.

(1). 室温:  $22^{\circ}\text{C}$

陈 09/20

(2). 开管:

①.  $l=89\text{cm}$ .

谐振频率:  $732.6\text{Hz}$ ,  $913.0\text{Hz}$ ,  $1.10\text{kHz}$ ,  $1.291\text{kHz}$ ,  $1.492\text{kHz}$ .

② 在  $f=732.6\text{Hz}$  时. 峰-峰值测量:

$x(\text{cm})$	2	4	6	8	9	10	12
峰-峰值 <sup>(mV)</sup>	46.00	56.8	65.4	69.60	70.40	69.20	62.90
	14	16	18	20	23	26	28
	30.40	34.00	37.60	41.20	25.60	58.80	68.80
	30	31	32	34	36	40	42
	68.80	68.60	70.60	66.00	55.60	32.80	15.60
	44	45					
	400	11.60					

(3). 闭管:  $l=89\text{cm}$ .

① 谐振频率:  $829.5\text{Hz}$ ,  $1029\text{Hz}$ ,  $1218\text{Hz}$ ,  $1417.0\text{Hz}$ ,  $1614\text{Hz}$ .

② 在  $f=1.029\text{kHz}$  下, 峰-峰值测量:

$x(\text{cm})$	2	4	6	8	10	11	12
峰-峰值(mV)	25.20	26.80	25.20	21.20	13.20	9.60	5.20
	13	14	15	16	18	<del>20</del>	20
	2.80	6.40	11.60	15.60	22.40	<del>12.60</del>	25.60
	23	25	27	28	29	30	31
	24.80	19.60	12.40	8.20	3.80	3.20	6.40



<del>32</del>	33	35	38	40	42	43
<del>7.60</del>	14.40	21.20	24.80	22.40	18.00	14.00

44	45
11.00	7.20

附 = 9/20

③. ~~管长 L (cm):~~ ~~管径 d (cm):~~ ~~f (Hz):~~

~~80 cm~~      ~~736.3~~      ~~941.8~~      ~~1168~~      ~~1375~~

频率:  $f = 829 \text{ Hz}$

$L(\text{cm}) = 70.8 \quad 50.0 \quad 24.3 \quad 8.5$

管径  $d = 3.2 \text{ cm}$

④  ~~$f = 10 \text{ Hz}$~~ ,  ~~$\Delta t = 1.8 \text{ ms}$~~ ,  ~~$t = 4 \text{ cm}$~~ ,  ~~$t = 8 \text{ cm}$~~