LaTeX 综合示例一

序言

十七世纪后期，出现了一个崭新的数学分支——数学分析。它在数学领域中占据着主导地位。这种新数学思想的特点是，非常成功地运用了无限过程的运算即极限运算。而其中的微分和积分这两个过程，则构成系统微分学和积分学（通常简称为微积分）的核心，并奠定了全部分析学的基础。

……

我们希望目前这本新的著作，对于年轻的一代科学家将有所助益。我们深知本书有许多不足之处，因此，诚恳地欢迎批评指正，这对于本书今后的修订会有好处。

R. 柯朗，F. 约翰

1965 年 6 月

目录

第一章 引言

自古以来，关于连续地变化、生长和运动的直观概念，一直在向科学的见解挑战。但是，直到十七世纪，当现代科学同微分学和积分学（简称为微积分）以及数学分析密切相关地产生并迅速发展起来的时候，才开辟了理解连续变化的道路。

……

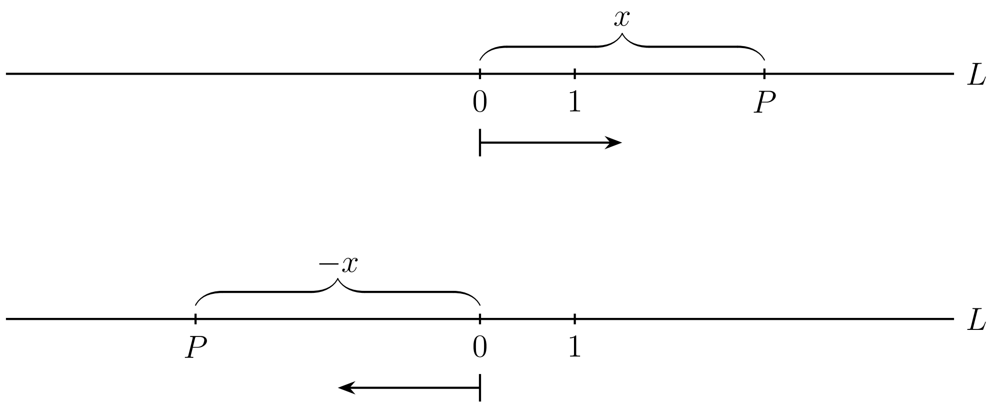

图 1.1 数轴

……

在 $n=2$ 的特殊情况下，我们选取

$$a_1=\sqrt{x},\ a_2=\sqrt{y},\ b_1=\sqrt{y},\ b_2=\sqrt{x},$$

这里 x 和 y 都是正数。这时，柯西-希瓦兹不等式成为：$(2\sqrt{xy})^2 \leqslant (x+y)^2$，或者

$$\sqrt{xy} \leqslant \frac{x+y}{2}.$$

此不等式表明：两个正数 x,y 的几何平均值 $\sqrt{xy}$ 决不超过其**算术平均值** $\frac{x+y}{2}$。如果直角三角形的高将斜边分为两个线段，其长度分别为 x 和 y，则两个数 x,y 的几何平均值就可解释为此高的长度。因此，上述不等式表明，在直角三角形中，斜边上的高不超过斜边的二分之一（见图 1.6）[1]。

[1]有兴趣的读者，可在下列著作中找到更多的资料：F. F. Beckenbach and R. Bellman，An Introduction to lnequalities（不等式引论），Random House，1961 以及 N. Karzarinoff，Geometric Inequalities（几何不等式），Random House，1961。

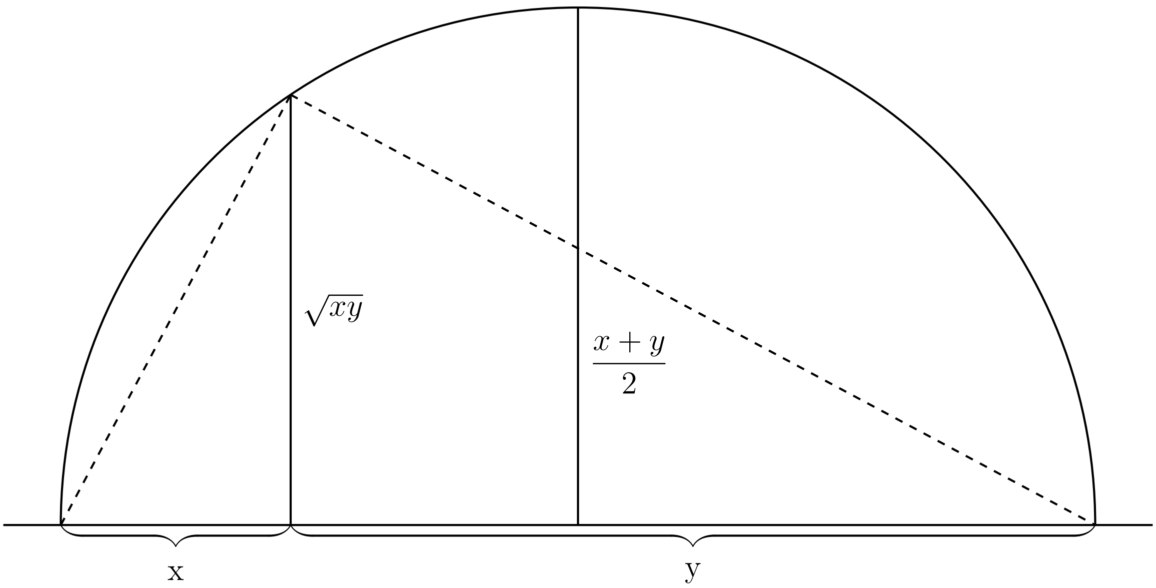

图 1.6　x 和 y 的几何平均值和算术平均值

……

在本章和以后各章中，我们几乎完全是研究单个自变量（譬如说 x）和单个因变量（譬如说 y）的情况，正如在例 b 中所表明的那样[2]。这种函数，我们通常是按标准方式，用它在 x,y 平面上的图形，即用由点 (x,y) 组成的曲线来表示的，曲线各点的纵坐标 y 同横坐标 x 满足特定的函数关系（见图 1.7）。对于例 b 来说，其图形是围绕着坐标原点半径为 1 的圆的上半部。

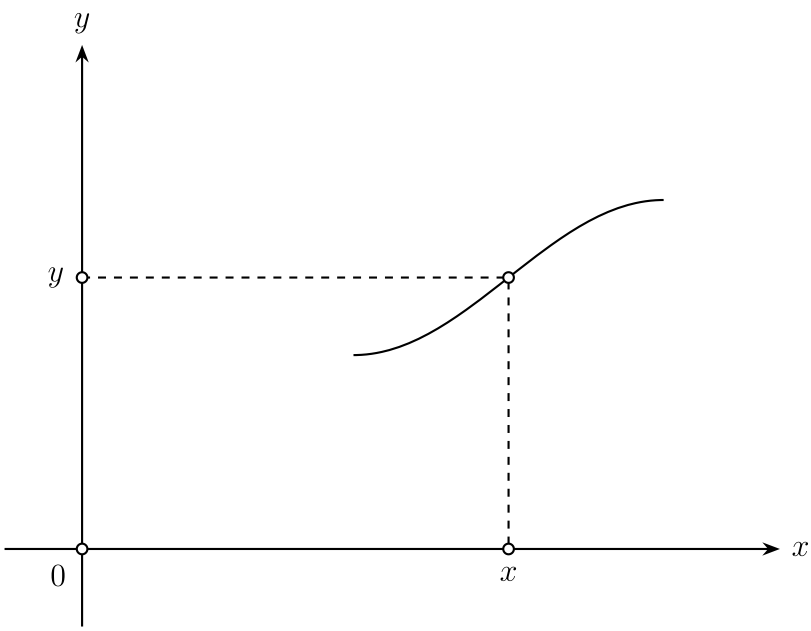

图 1.7　函数的图形

[2]然而，从一开始就应着重指出：在许多场合多变量函数的出现是很自然的。在第二卷中，将系统地讨论多变量函数。

另外，如把函数解释为由 x 轴上的定义域到 y 轴上的值域的映射，还可得到函数的另一种形象描述。这里我们不是把 x 和 y 解释为 x, y 平面上同一点的坐标，而是解释为两个不同的独立的数轴上的点。于是，函数就把 x 轴上的点 x 映射为 y 轴上的点 y。这种映射在几何学中是常常会出现的，例如，把 x 轴上的点 x 投影到平行的 y 轴上的点 y（投影中心 0 处于两轴所在平面内）时所产生的“仿射”映射（见图 1.8）。不难断定，这一映射可用线性函数 $y = ax + b$（其中 a 和 b 均为常数）解析地表示。显然，仿射映射是“一对一”的映射，其中每一个映象 y 反过来又对应着唯一的原象 x。另一个更为一般的映射是由同一类投影定义的“透视映射”，只是，两轴不一定平行。其中，解析表达式由形如 $y = (ax+b)/(cx+d)$ 的有理线性函数给出，其中 a, b, c, d 均为常数。

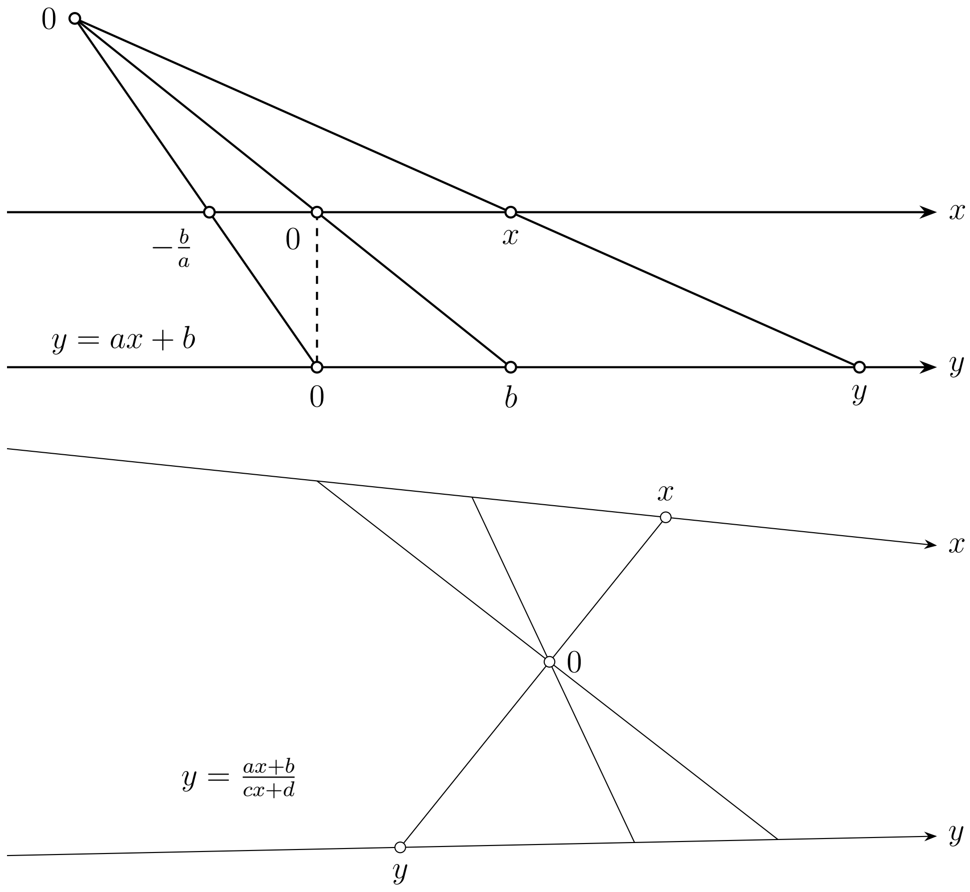

图 1.8 映射