北京邮电大学 2018-2019 学年

线性代数期末试题（A）

注意：请将所有题（包括填空题）的答案写在答题纸上，否则无效.

一. 填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 已知 x_1, x_2, x_3 是方程 $x^3 + px + q = 0$ 的 3 个根，

则 $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix} =$ ________.

2. 已知 $\alpha = (1,-1,1)^T$， $A = E + \alpha\alpha^T$，则 $A^2 =$ ________.

3. 已知直线 L_1： $x-1 = y+2 = -z-4$ 与直线 L_2： $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = at-3 \\ z = t-2 \end{cases}$ 共面，

则 $a =$________.

4. 将 3 阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 表示为两个初等矩阵相乘：

$A =$________.

5. 设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，$\beta_1=\alpha_1+\alpha_2+2\alpha_3$，$\beta_2=2\alpha_2+\alpha_3-3\alpha_1$，$\beta_3=\alpha_1+6\alpha_2+a\alpha_3$. 则当$a=$ ______时，β_1,β_2,β_3线性相关.

6. 已知A,A^*,B都是n阶非零矩阵（A^*是A的伴随矩阵），若$AB=O$（O为零矩阵）， 则$r(B)=$______.

7. 已知$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\x&y&z\\0&0&1\end{pmatrix}$的3个特征值为1,2,3，则$x=$______.

8. 已知A与$\begin{pmatrix}1&1&-3\\0&-2&4\\0&0&5\end{pmatrix}$相似，则$|\lambda E-A|=$______.

9. 已知4阶实对称矩阵A满足$A^2+A=O$，其中O为零矩阵，若$r(A)=3$，则$f=x^TAx$在正交变换$x=Oy$下的标准形为______.（其中$x=(x_1,x_2,x_3,x_4)^T$， $y=(y_1,y_2,y_3,y_4)^T$）

10 . 空间曲线$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=9\\ y-z=1\end{cases}$在$xoy$面上的投影曲线方程为______.

二.（10 分）计算 n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix} x & y & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & y \\ y & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}(n\geq 2)$.

三.（**10 分**）已知可逆矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 10 \end{pmatrix}$，若矩阵 B 满足

$A^{-1}BA=2A^{-1}B+E$，求 B.

四.（10 分）设$\alpha_1=(1,-2,3,1)^T$，$\alpha_2=(2,0,4,-3)^T$，

$\alpha_3=(4,-4,10,-1)^T$，$\alpha_4=(3,-2,5,-2)^T$，求$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$的一组极大无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示.

五.（12 分）已知方程组$\begin{cases} x_1-2x_2+2x_3-x_4=1 \\ x_1-2x_2+4x_3=1 \\ 2x_1-4x_2+2x_3-3x_4=t \\ x_1-2x_2+x_3-2x_4=2 \end{cases}$有解.

（1）求t；（2）求该方程组的通解.

六.（10 分） 设 $\alpha_1=(1,-1,1,-1)$，$\alpha_2=(-1,2,0,1)$，$\alpha_3=(-1,1,0,0)$，利用施密特正交化方法，求与 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 等价的正交向量组 β_1,β_2,β_3，其中 $\beta_1=\alpha_1$.

七.（12 分）已知二次型 $f = 4x_1^2 + 5x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3$ 在正交变换 $x = Py$ 下化为标准形 $f = y_1^2 + ay_2^2 + by_3^2 (a < b)$，其中 $x = (x_1, x_2, x_3)^T$， $y = (y_1, y_2, y_3)^T$.

（1）求 a, b；（2）求正交矩阵 P.

八.（6 分） 已知 A 为 n 阶可逆矩阵，A^* 为 A 的伴随矩阵.

求证：$(A^*)^* = |A|^{n-2} A$.