大学物理

相关：

期末总评：平时成绩+期中成绩+期末卷面成绩

20%-30%　10%-20%　60-70%

平时成绩包括：考勤+作业

平时小测：不定期，线上

教学云平台 http://ucloud.bupt.edu.cn/

大物竞赛：每年12月初 全国部分地区大学生物理竞赛

10月份，校内物理竞赛

第39届全国部分地区大学生物理竞赛

- **考试时间：预计12月初（星期日）14:00-16:30**
- **考试形式：笔试　　　　　　地点：北邮校园**
- **考试内容：**
  和大学物理课程学习内容基本一致，主要包括力、电磁、热、振动与波动、光、近代物理等内容，可参考《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》）
- **竞赛相关资料、辅导课程、交流答疑（请进课堂派:加课码UBV9MJ，或扫描二维码）**

正式报名通知约在10月发布，请提前备赛。

数学是工程技术之父，物理是工程技术之母

《大学物理》是理工科学生的必修基础理论课。

- 较全面系统的认识自然界中各种基本运动形式及规律；
- 在实验技能、科学思维能力和独立工作能力方面受到初步训练；
- 是学习专业知识和近代科学技术的基础；

物理学的研究方法：

概念体系、数学演绎、实验验证

处理实际问题时，要建立模型

大学物理与高中物理的不同：

高中：特殊的情况，

大学：一般的情况，涉及

微分、积分、矢量

物理学是研究物质及物质运动规律的基础学科

经典物理学
- 力学
- 电磁学
- 振动与波动
- 光学
- 热力学

近代物理学
- 狭义相对论
- 量子物理基础

预备知识:矢量的加减法

一.表示

在直角坐标系中

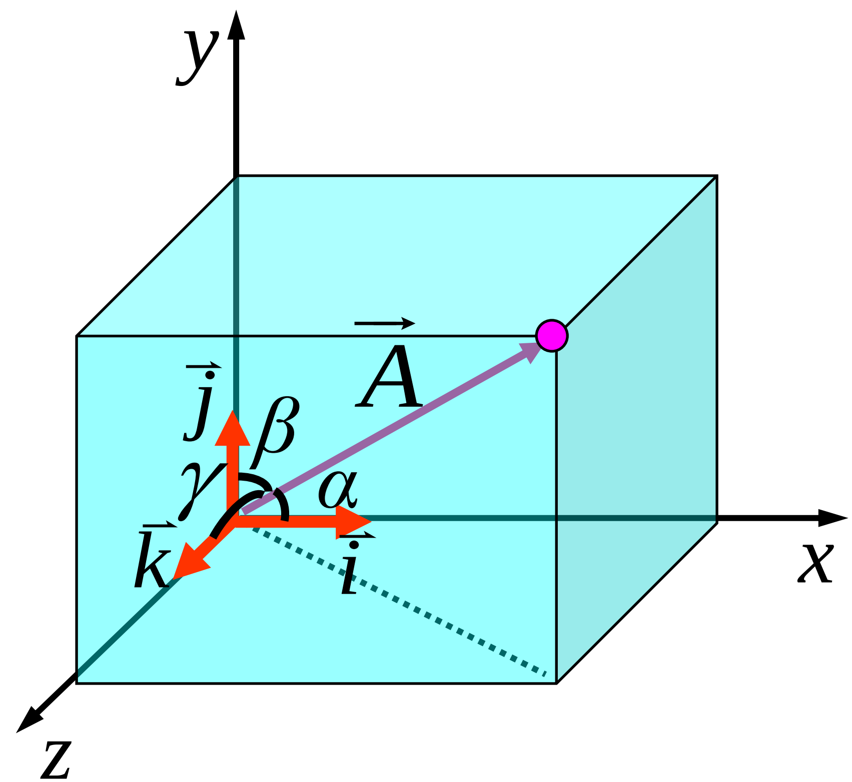
$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y j + A_z k$$

位矢的大小:

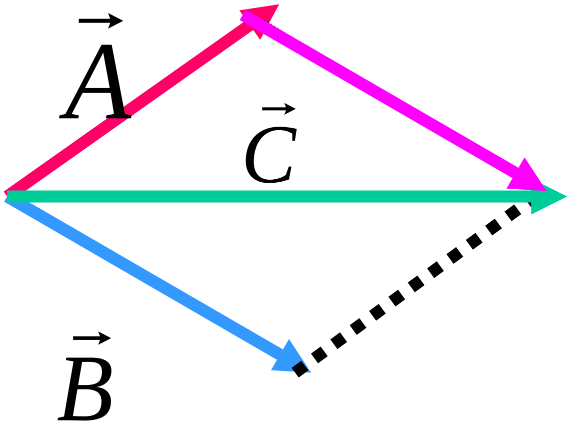
$$A = \left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^{\ 2} + A_y^{\ 2} + A_z^{\ 2}}$$

位矢的方向余弦:

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A}, \quad \cos\beta = \frac{A_y}{A}, \quad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$



二.运算



1、加法：

遵循平行四边形法则

$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$$

2、减法

$$\vec{C}-\vec{A}=\vec{B}$$

结果指向第一个减矢量

3、交换律、结合律

$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$$

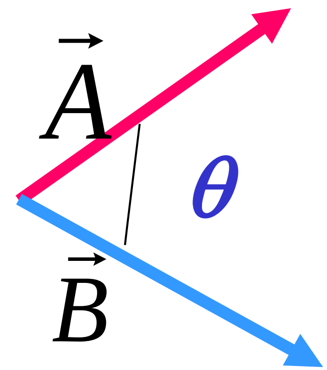
$$\left(\vec{A}+\vec{B}\right)+\vec{C}=\vec{A}+\left(\vec{B}+\vec{C}\right)$$

4、两矢量的乘法

(1)、数乘

$$b\cdot\vec{A}=\vec{A}\cdot b=bA_x\hat{i}+bA_y j+bA_z k$$

(2)、点乘(标积)



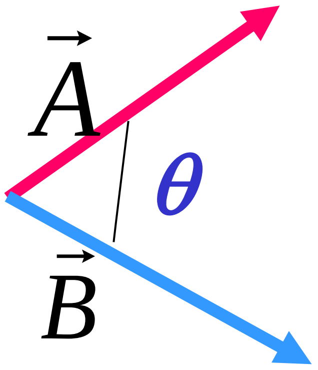
$$\vec{A}\bullet\vec{B}=BA\cos\theta$$

$$\left(A_x\hat{i}+A_y j+A_z k\right)\bullet\left(B_x\hat{i}+B_y j+B_z k\right)$$

$$=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

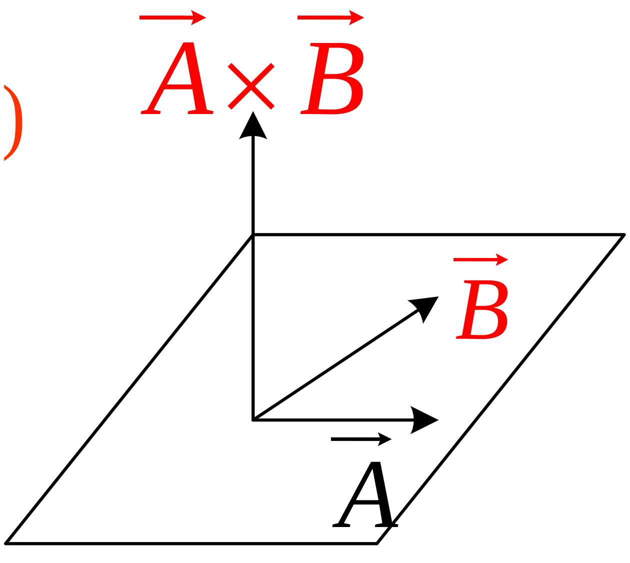
(3)、叉乘(矢积)

$$\left|\vec{A}\times\vec{B}\right| = AB\sin\theta$$



$$\vec{A}\times\vec{B} = \vec{C}$$

$$= (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})\times(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$



$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(A_yB_z - A_zB_y\right)\hat{i} - \left(A_xB_z - A_zB_x\right)j + \left(A_xB_y - A_yB_x\right)k$$

结论：

(1) $\theta = 0$ 时，$\vec{A} \times \vec{B} = 0$

(2) $\theta = \pi / 2$ 时，$\vec{C}$的模最大$\left|\vec{C}\right| = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|$

(3) $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

(4) $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$

$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \ \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}, \ \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$

6、矢量的微分

$$\vec{A}(t)=A_x(t)\hat{i}+A_y(t)\hat{j}+A_z(t)\hat{k}$$

$$\frac{d\vec{A}}{dt}=\frac{dA_x}{dt}\hat{i}+\frac{dA_y}{dt}\hat{j}+\frac{dA_z}{dt}\hat{k}$$

$$\frac{d^2\vec{A}}{dt^2}=\frac{d^2A_x}{dt^2}\hat{i}+\frac{d^2A_y}{dt^2}\hat{j}+\frac{d^2A_z}{dt^2}\hat{k}$$

7、矢量的积分

对矢量我们不能直接积分，可以先把矢量投影到x，y，z轴，对各分量分别进行积分，再对得到的各分量值进行矢量合成。

$$A_x=\int dA_x,\ A_y=\int dA_y,\ A_z=\int dA_z$$

$$\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$$

数学补充知识：

点积 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ $\vec{a}\cdot\vec{a}=a^2$

叉积 $\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$ $\vec{a}\times\vec{a}=0$

$$\vec{c}\times(\vec{a}\times\vec{b})=\vec{a}(\vec{b}\cdot\vec{c})-\vec{b}(\vec{a}\cdot\vec{c})$$

$$\vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})=\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})$$

点积的微商 $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{a}\cdot\vec{b})=\vec{a}\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{b}}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{b}$$

叉积的微商 $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{a}\times\vec{b})=\vec{a}\times\frac{\mathrm{d}\vec{b}}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}t}\times\vec{b}$$

力学部分

第一章 质点运动学

第二章 牛顿运动定律

第三章 功和能

第四章 动量 角动量

第一章 质点运动学

§ 1.1 质点运动的描述

质点、参考系、坐标系
位移、速度、加速度

§ 1.2 圆周运动

§ 1.3 相对运动

§ 1.1 质点运动的描述

一、参考系、坐标系、质点

参考系：用来描述物体运动而选作参考的物体或物体系(不变形的物体)。

诗词：“*坐地日行八万里*”

歌曲：“*山不转来水在转，水不转来云在转*，…”

(1)(运动学中)参考系可任选；

(2)不同参考系对物体运动的描述不同；

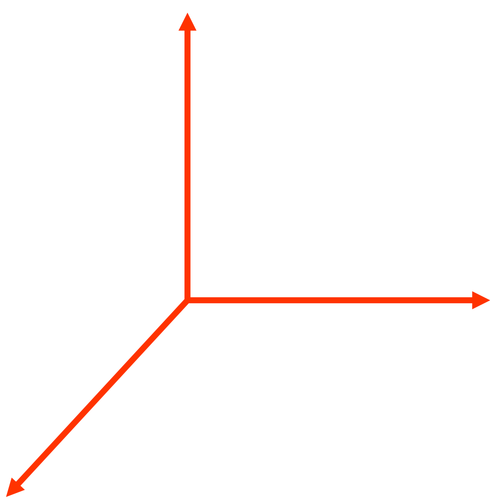
(3)常用参考系：

太阳参考系(太阳--恒星参考系)；**地心参考系**(地球--恒星参考系)；**地面参考系**；**质心参考系**

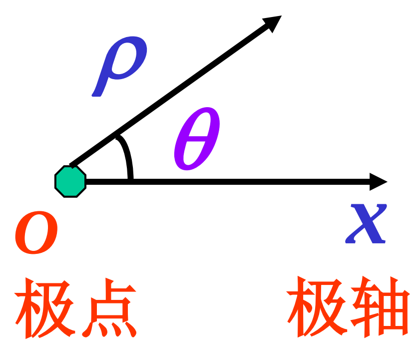
坐标系

为了对物体的运动作出定量描述而对参考系的一种数学抽象。

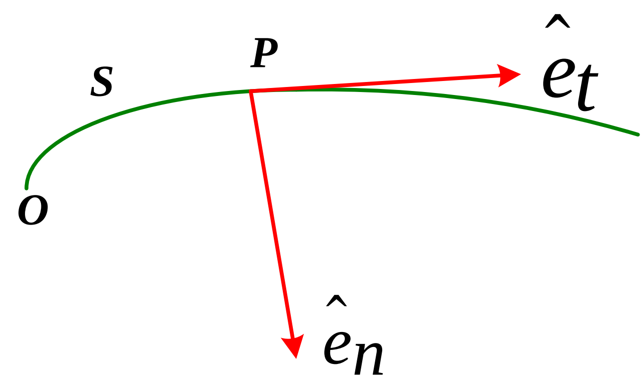
直角坐标系（笛卡尔）



平面极坐标系



自然坐标系



质点 --- 抽象模型

质点：具有质量，忽略体积、形状

物体的线度相对于物体与观察者的距离很小；

物体不小，但物体大小与形状在特定的力学系统中不起作用，即物体上各点运动状态相同。

如：火车、刚体 、理想气体 、点电荷

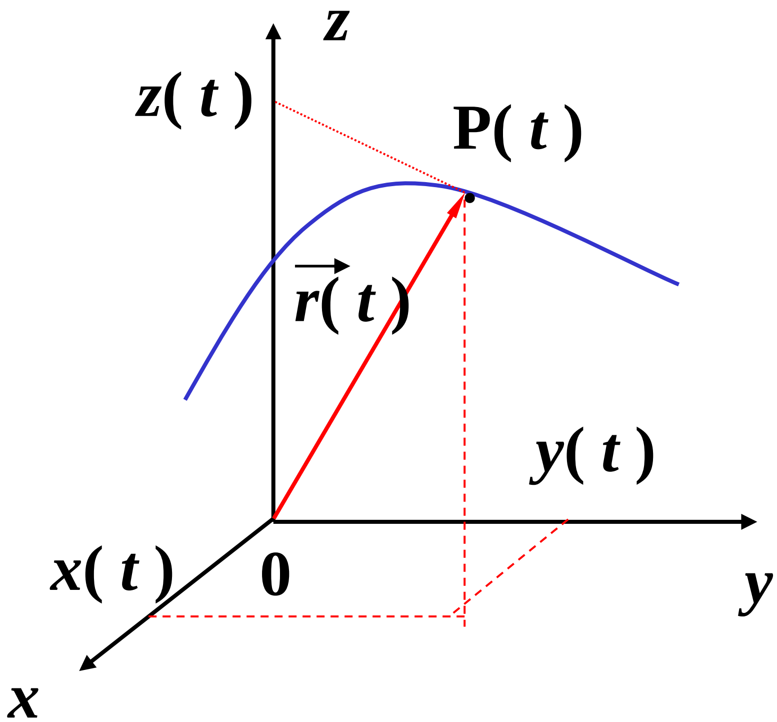
注：质点是理想模型；
质点的概念是相对的。

二、位置矢量

描述质点（或物体）的位置随时间的变化

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

……质点的运动方程



在直角坐标系中

矢量式：

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)j + z(t)k$$

分量式：

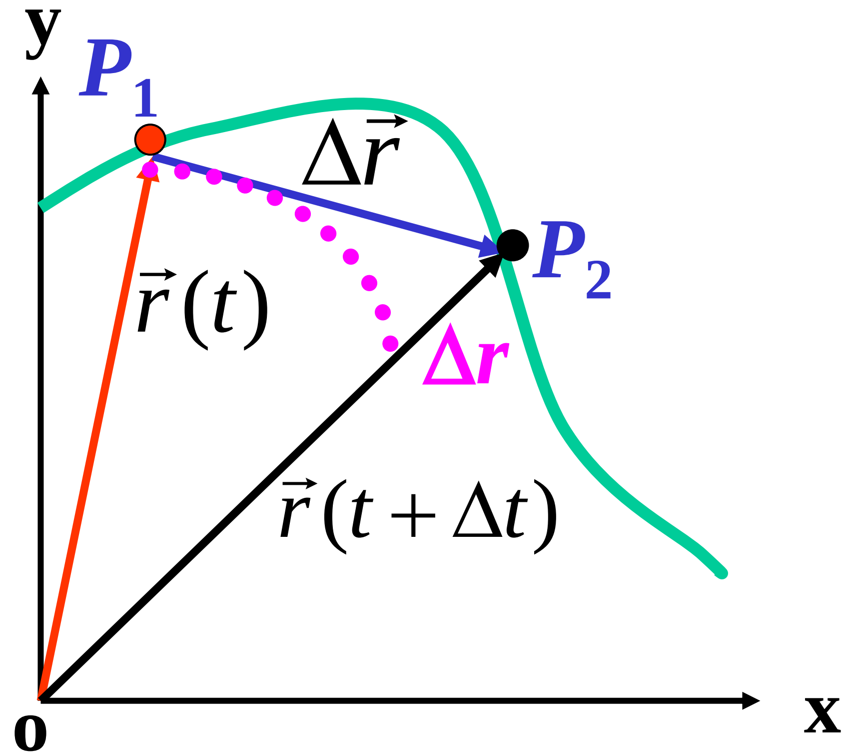
$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

三、位移与路程

1、位移

描述质点位置变化的物理量

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \vec{r}\left(t+\Delta t\right) - \vec{r}\left(t\right)}$$



注意:

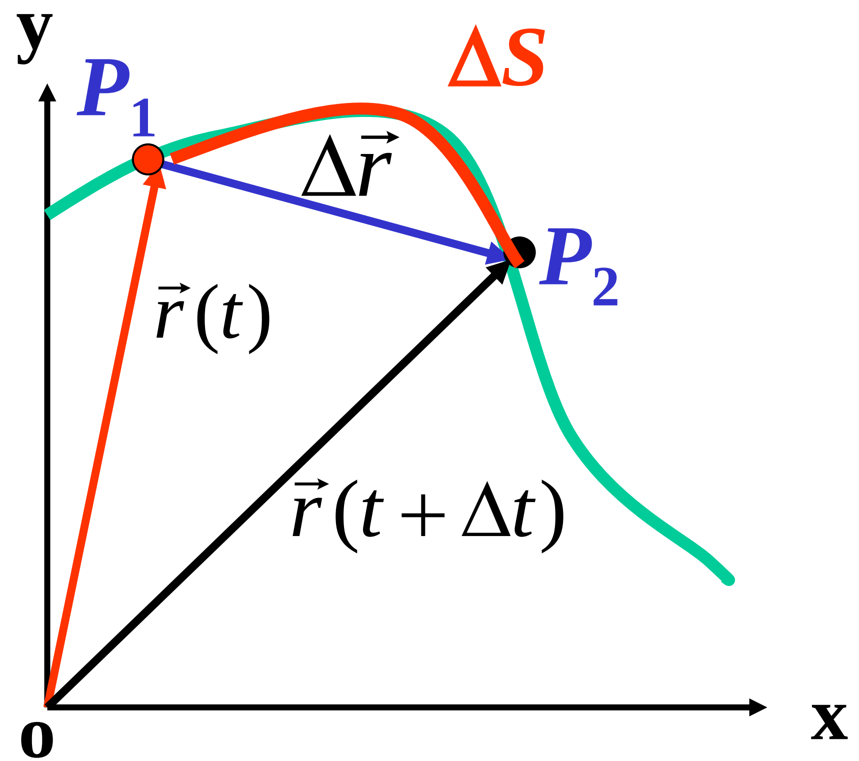
a.位置矢量和位移矢量

b.一般 $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta r = \Delta|\vec{r}|$

"差之模"和"模之差(位置矢量大小的变化)"

2、路程　s

物体运动时沿轨迹实际走过的路径长度



注意：　区分位移和路程

(1)路程是标量，位移是矢量。

(2)位移的大小一般不等于路程。

即 $\left|\Delta\vec{r}\right| \neq \Delta s$

当Δt很小时近似相等，即

当$\Delta t \to 0$时 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\left|\Delta\vec{r}\right| = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\Delta s$ **即** $\left|\mathrm{d}\vec{r}\right| = \mathrm{d}s$

例1：质点从A点顺时针沿圆周运动到B点，求：路程和位移

解：路程：$S=\dfrac{3}{2}\pi R$

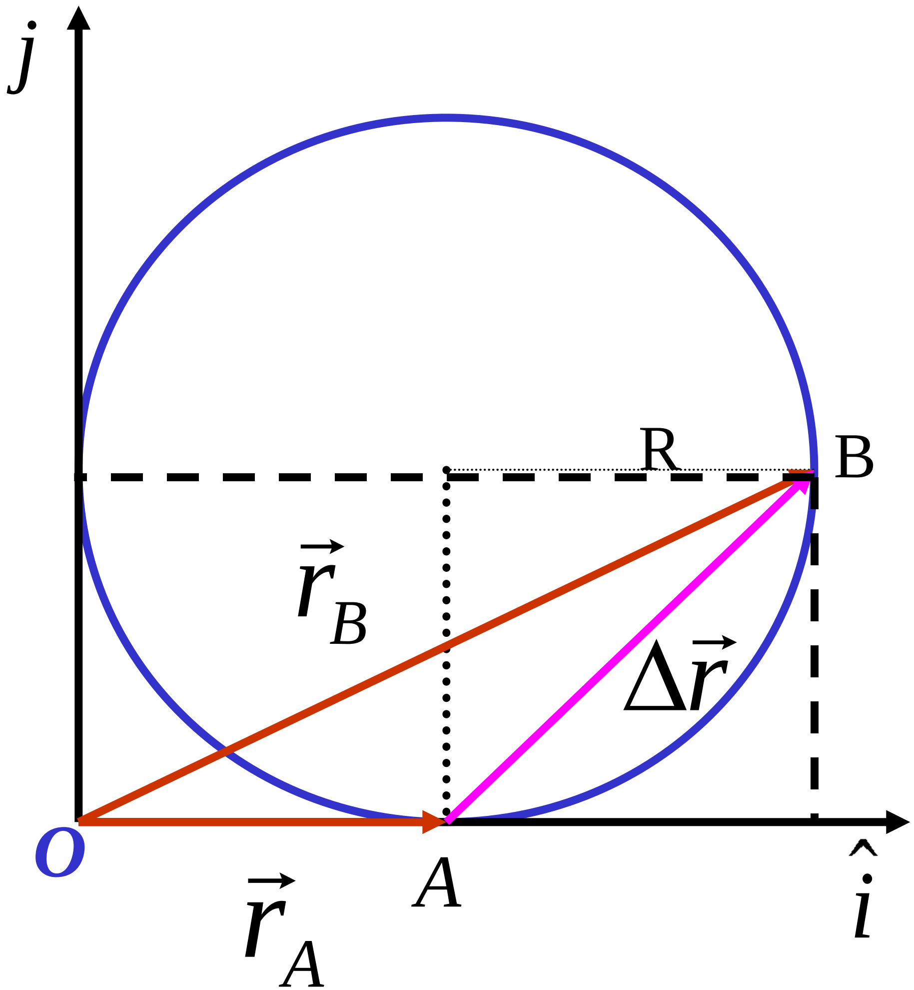
位移：$\Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A$

$$\vec{r}_B=2R\hat{i}+R\,j$$

$$\vec{r}_A=R\hat{i}$$

于是有：$\Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A$

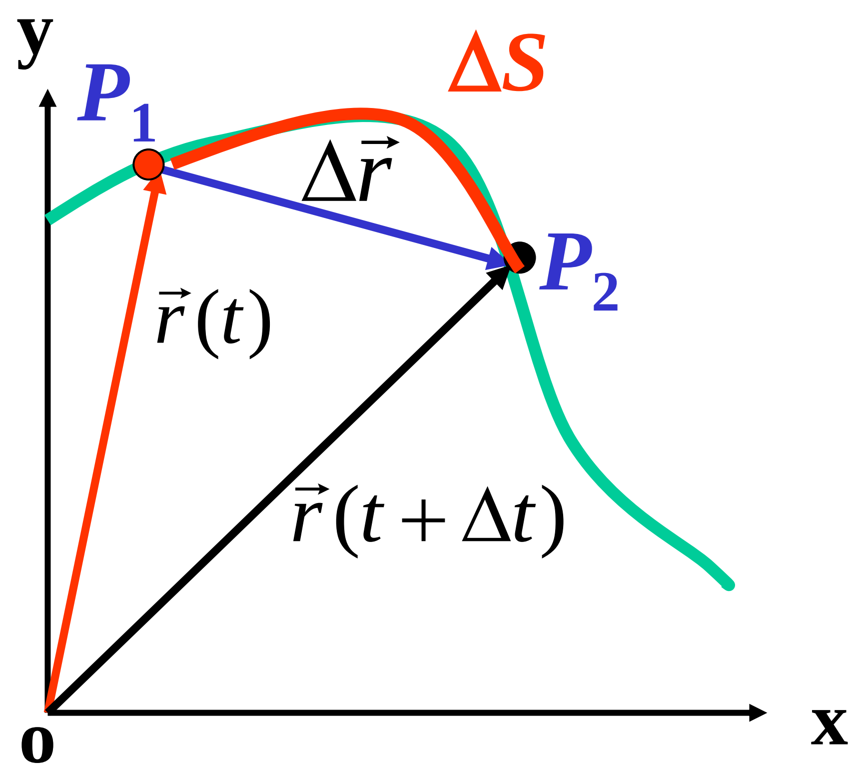
$$=R\hat{i}+R\,j$$



四、速度

位移对时间的变化率。

描述质点运动快慢的物理量



1、平均速度

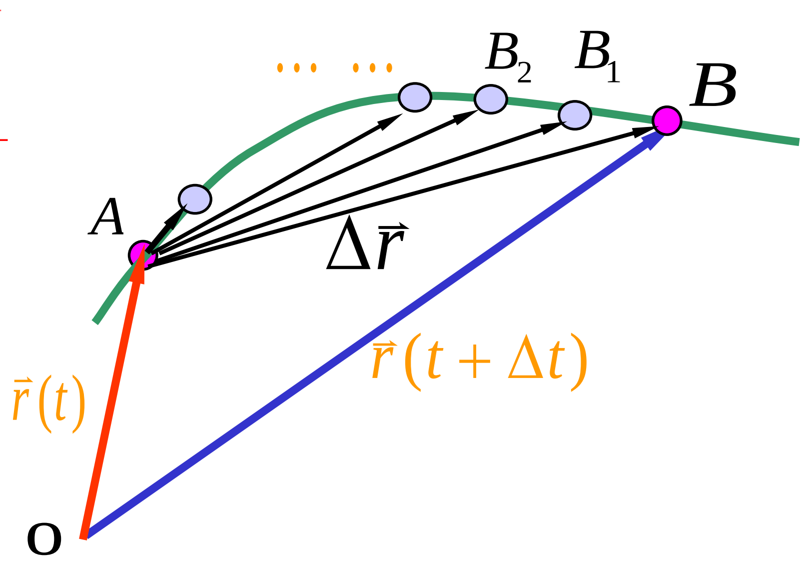
$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

其大小 $$\left|\bar{\vec{v}}\right| = \left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| = \frac{\left|\Delta\vec{r}\right|}{\Delta t}$$

平均速率 $$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

2、瞬时速度

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}$$



方向：沿轨迹切线方向

瞬时速率：$|\vec{v}|=\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|=\frac{|d\vec{r}|}{dt}$

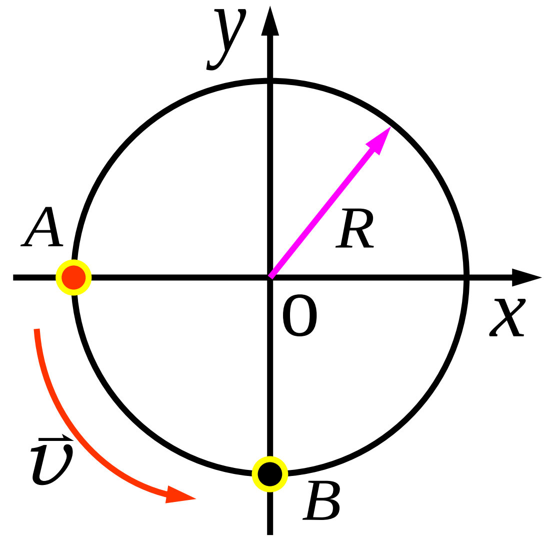
根据路程和速度的定义 $\upsilon=|\vec{\upsilon}|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{ds}{dt}$

在直角坐标系中

$$\vec{\upsilon}=\frac{dx}{dt}\hat{i}+\frac{dy}{dt}\hat{j}+\frac{dz}{dt}\hat{k}=\upsilon_x\hat{i}+\upsilon_y\hat{j}+\upsilon_z\hat{k}$$

大小：$|\vec{\upsilon}|=\upsilon=\sqrt{\upsilon_x{}^2+\upsilon_y{}^2+\upsilon_z{}^2}$

例 质点作半径为R，速率为v的匀速率圆周运动。试写出由A点到B点下列各物理量：位移$\Delta\vec{r}$ 路程s 速度变化$\Delta\vec{v}$ 速度变化的大小$|\Delta\vec{v}|$ 速率的变化Δv



解 由图可知，位移

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = -R\,j - (-R\hat{i})$$

$$= R\hat{i} - R\,j$$

路程 $s = \dfrac{1}{2}\pi R$

速度增量 $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = v\hat{i} - (-v\,j) = v\hat{i} + v\,j$

速度增量的大小 $|\Delta\vec{v}| = \sqrt{v^2 + v^2} = \sqrt{2}v$

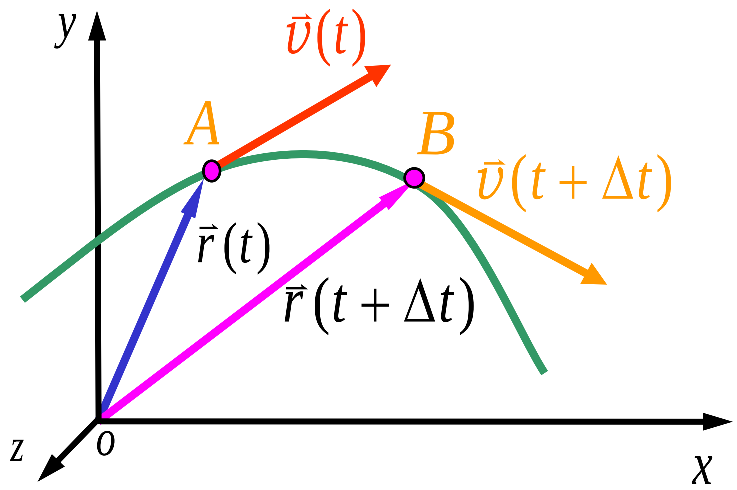
速率的增量 $\Delta v = v - v = 0$

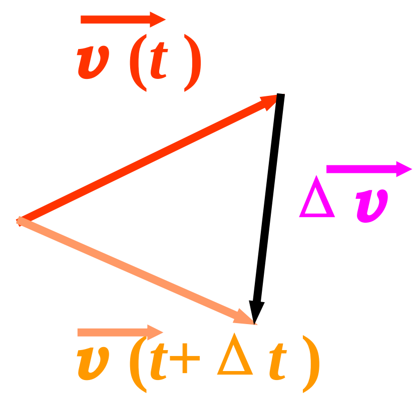
五、加速度

描述质点运动速度变化快慢的物理量

1. 平均加速度

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\vec{v}(t+\Delta t)-\vec{v}(t)}{\Delta t}=\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$





2. 瞬时加速度

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

加速度等于速度对时间的一阶导数，位矢对时间的二阶导数。

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

直角坐标系下

$$\vec{a}=\frac{dv_x}{dt}\hat{i}+\frac{dv_y}{dt}j+\frac{dv_z}{dt}k$$

$$=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\hat{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}j+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}k=a_x\hat{i}+a_y j+a_z k$$

大小： $a=\left|\vec{a}\right|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$

方向：$\Delta t\to 0$ 时$\Delta\vec{v}$的方向。

- 说明：

  1.曲线运动中，加速度总指向运动轨道凹的一侧。

  2.一维运动情况下$\vec{a}$与$\vec{v}$的方向在同一直线上。

小结

$$\vec{r}$$

求导数 $\downarrow$

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$$

求导数 $\downarrow$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\vec{a}$$

积分 $\downarrow$

$$\int d\vec{v}=\int \vec{a}dt$$

积分 $\downarrow$

$$\int d\vec{r}=\int \vec{v}dt$$

六、几种特殊运动

1、匀速运动

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

加速度 $\vec{a} = 0$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

速度 $\vec{v} =$ 常数

位置矢量 $\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}t$

直角坐标系中的匀速直线运动

$v =$ 常数

$x = x_0 + vt$

2、匀变速运动

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$$

加速度 $\vec{a}=$ 常数

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$$

速度 $\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t$

位置矢量 $\vec{r}-\vec{r}_0=\vec{v}_0 t+\frac{1}{2}\vec{a}t^2$

直角坐标系中

$$\upsilon_x=\upsilon_{0x}+a_x t$$
$$\upsilon_y=\upsilon_{0y}+a_y t$$
$$\upsilon_z=\upsilon_{0z}+a_z t$$

$$x-x_0=v_{0x}t+\frac{1}{2}a_x t^2$$
$$y-y_0=v_{0y}t+\frac{1}{2}a_y t^2$$
$$z-z_0=v_{0z}t+\frac{1}{2}a_z t^2$$

- 匀变速直线运动

$$v = v_0 + at$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\left(x - x_0\right)$$

- 抛物线运动

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

- 自由落体运动

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

七、质点运动学研究的问题

1. 第一类问题

已知质点的运动方程，求质点在任意时刻的位置，速度和加速度。 ——微分法

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \Rightarrow \vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

- **只要知道运动方程，就可以确定质点在任意时刻的位置、速度和加速度。**
- **从运动方程中消去时间参数*t*，还可得质点运动的轨迹方程。**

例1：质点的运动方程为 $\vec{r}=2t\,\hat{i}+(2-t^2)\,\hat{j}$ **(SI)**

求：

(1)质点的轨迹方程；

(2)质点在第1s和第2秒的运动速度；

(3)质点在第1s和第2秒的加速度。

SI = the International System of Units

国际单位制

解：

$$\vec{r} = 2t\,\hat{i} + (2 - t^2)\,\hat{j}$$

(1) $x = 2t$

$y = 2 - t^2$ $\Rightarrow$ $y = 2 - \dfrac{1}{4}x^2$

(2) $$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\hat{i} - 2t\,\hat{j}$$

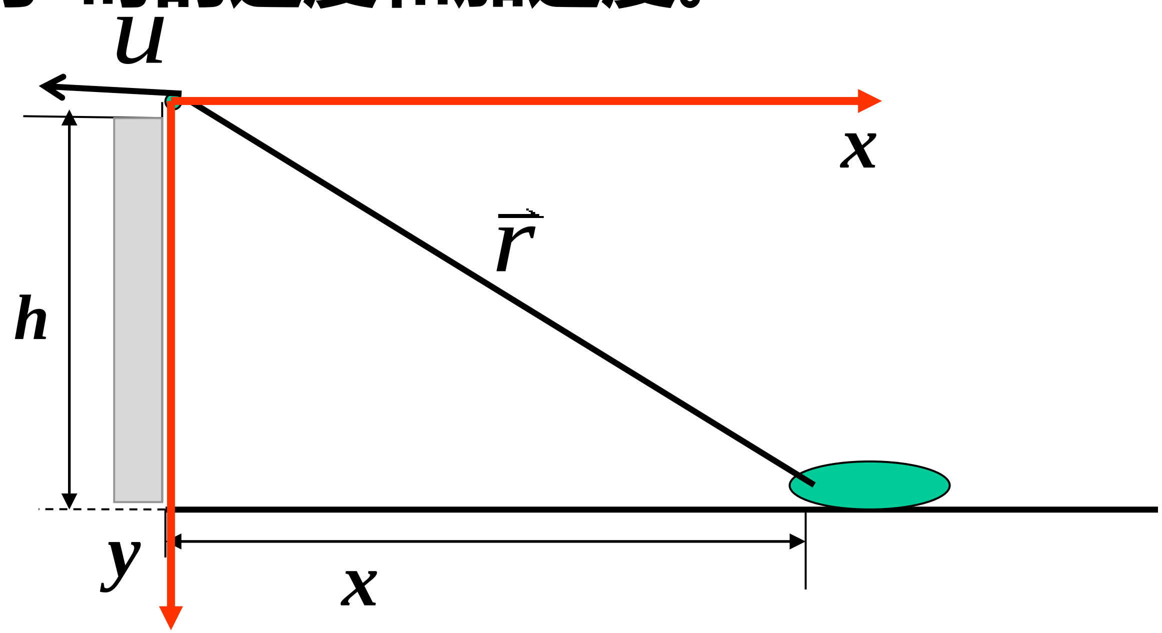
t=1s, $$\vec{v}_1 = 2\hat{i} - 2\,j$$

t=2s, $$\vec{v}_2 = 2\hat{i} - 4\,\hat{j}$$

(3) $$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -2\,\hat{j}$$

例2 **在离水面高为h 的岸边，有人用绳子拉小船靠岸，人以不变的速率u 收绳。**

求 **当船在离岸距离为x时的速度和加速度。**



解 **任意时刻船的位矢**

$$\vec{r} = x\hat{i} + h\,\hat{j}$$

设船靠岸的速度为 $\vec{\upsilon}$

$$\vec{\upsilon} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\hat{i} + \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}\hat{j}$$

$$= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\hat{i} = \upsilon_x \hat{i}$$

任意时刻小船到岸边的距离x 都满足

$$x=\sqrt{r^2-h^2}$$

$$\upsilon_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{r^2-h^2}=\frac{r}{\sqrt{r^2-h^2}}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

按题意$u=-\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$是人收绳的速率，因为绳长$r$ 随时间在缩短，故 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}<0$

则有 $$\upsilon_x=-\frac{r}{\sqrt{r^2-h^2}}u=-\frac{\sqrt{x^2+h^2}}{x}u$$

$$\vec{\upsilon}=-\frac{\sqrt{x^2+h^2}}{x}u\hat{i}$$ （船速方向沿x 轴负向）

船靠岸的速率为 $v=\left|\vec{v}\right|=\dfrac{u}{\dfrac{x}{\sqrt{x^2+h^2}}}=\dfrac{u}{\cos\theta}>u$

船的加速度为 $\vec{a}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\hat{i}$

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(-\frac{\sqrt{x^2+h^2}}{x}u\right)=u\frac{h^2}{x^2\sqrt{x^2+h^2}}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$=\frac{-u^2h^2}{x^3}$$

即 $\vec{a}=a_x\vec{i}=-\dfrac{u^2h^2}{x^3}\hat{i}$ (船的加速度方向沿x 轴负向)

2. 第二类问题

已知质点运动的速度或加速度，并附以初始条件（即 t=0时，质点的位置 $\vec{r}_0$ 和速度 $\vec{v}_0$），求质点的运动方程。

——积分法

$$\mathrm{d}\vec{v} = \vec{a}\,\mathrm{d}t \quad \Rightarrow \quad \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} \mathrm{d}\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}\,\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{d}\vec{r} = \vec{v}\,\mathrm{d}t \quad \Rightarrow \quad \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \mathrm{d}\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}\,\mathrm{d}t$$

注意：**矢量积分在具体运算时要化为标量积分。**

例：一质点作直线运动，已知其加速度 $a= 2- 2t$ (SI)，初始条件为x_0=0，v_0=0，求
(1)质点在第1s末的速度；
(2)质点的运动方程；
(3)质点在前3s内经历的路程。

解 **(1) 求质点在任意时刻的速度**

由 $$a=\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}=2-2t$$

分离变量 $$\mathrm{d}\upsilon=(2-2t)\,\mathrm{d}t$$

两边积分 $$\int_0^{\upsilon}\mathrm{d}\upsilon=\int_0^{t}(2-2t)\,\mathrm{d}t$$

质点在任意时刻的速度 $$\upsilon=2t-t^2$$

t =1s 时的速度 $$\upsilon_1=1\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

(2)由质点的速度求运动方程

$$\upsilon = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 2t - t^2$$

分离变量 $$\mathrm{d}x = (2t - t^2)\,\mathrm{d}t$$

两边积分 $$\int_0^x \mathrm{d}x = \int_0^t (2t - t^2)\,\mathrm{d}t$$

质点的运动方程

$$x = t^2 - \frac{1}{3}t^3 \ \ \text{(m)}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}=2-2t \quad \upsilon=2t-t^2 \quad x=t^2-\frac{1}{3}t^3$$

(3) 质点在前三秒内经历的路程

$$s=\int_0^3|\upsilon|\mathrm{d}t=\int_0^3\left|2t-t^2\right|\mathrm{d}t$$

令 υ =2t-t^2=0，得 t =2

$$s=\int_0^2(2t-t^2)\mathrm{d}t+\int_2^3(t^2-2t)\mathrm{d}t=\frac{8}{3}\mathrm{m}$$

例：一个以速度v_0正在行驶的轮船发动机关闭后，有一个与它的速度方向相反的加速度，其大小与速度的平方成正比，即 $a = -kv^2$

其中k为常数，求关闭发动机后又直线行驶x距离时的速度

解：$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = -kv^2$$

即 $$\frac{\mathrm{d}v}{v} = -k\,\mathrm{d}x$$

两边积分 $$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v} = \int_{0}^{x}(-k)\,\mathrm{d}x$$

$$v = v_0 e^{-kx}$$

解题思路

1.运动学的第一类问题，用微分法。

①根据已知条件在选定的坐标系中写出运动方程。

②用求导数的方法求出速度和加速度。

③要注意描述质点运动的几个物理量的矢量表示方法，分清$|\Delta \vec{r}|$ 与Δr，$|\Delta\vec{v}|$ 与Δv。

2.运动学的第二类问题，用积分法。

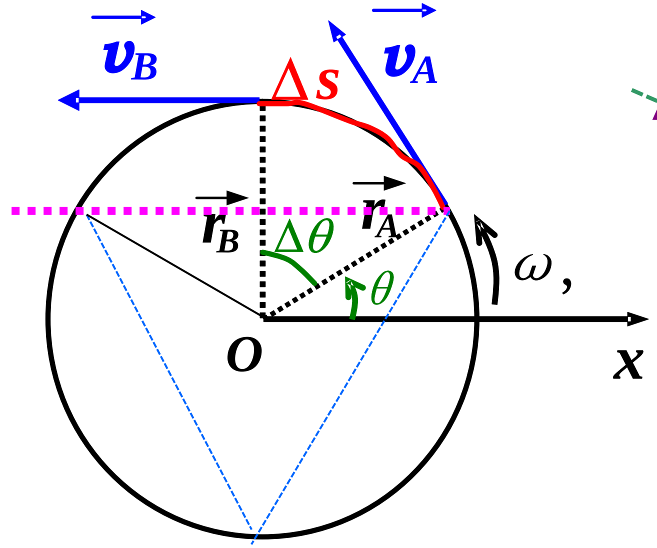
已知$a=a(t)$ 或$a=a(x)$或 $a=a(v)$

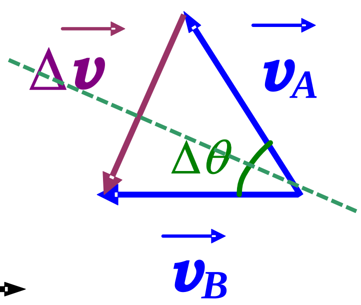
及初始条件用积分的方法求出速度和运动方程。

§ 1.2 圆周运动

过山车

一、匀速率圆周运动





$$|\vec{v}| = v = \text{常数}$$

方向改变

加速度 $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \begin{cases} |\Delta\vec{v}| = 2v\sin\dfrac{\Delta\theta}{2} \xrightarrow{\Delta t \to 0} 2v\dfrac{\Delta\theta}{2} = v\Delta\theta = v\dfrac{\Delta s}{r} \\ \text{方向：垂直于 } \vec{v}_A\text{，指向圆的中心} \end{cases}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v}{r}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{r}\frac{ds}{dt} = \frac{v^2}{r}$$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{v^2}{r}n}$$

法向加速度

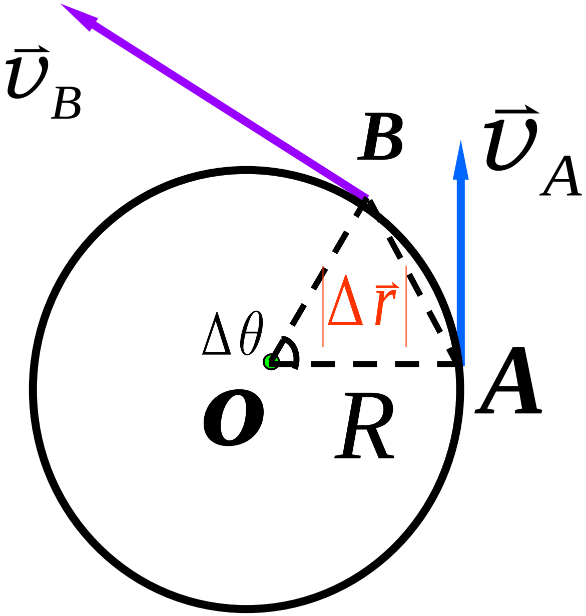
二、变速圆周运动

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

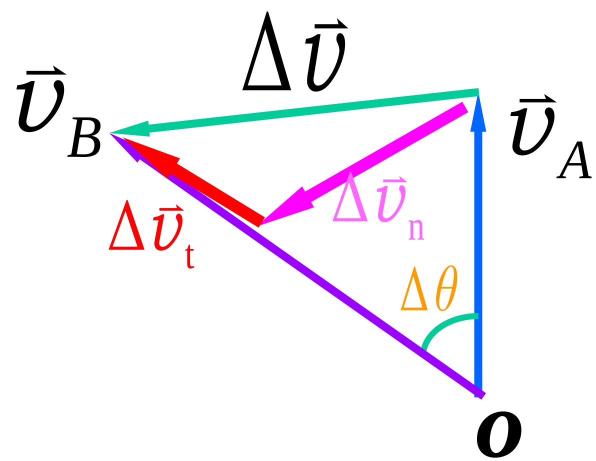
$$\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_{\mathrm{n}} + \Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}$$

$\Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}$ **反映速度方向变化。**

$\Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}$ **反映速度大小变化。**



$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}}{\Delta t}$$



$$\vec{a}_{\mathrm{n}} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}}{\Delta t} \qquad \vec{a}_{\mathrm{t}} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{\mathrm{n}} + \vec{a}_{\mathrm{t}}$$

$\vec{a}_{\mathrm{n}}$反映出质点速度方向的变化，称为**法向加速度**。

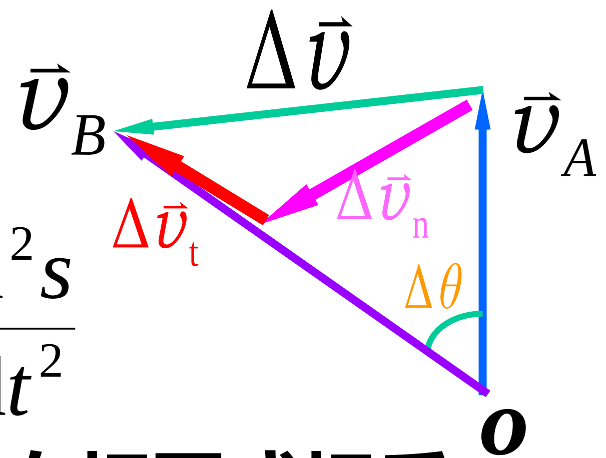
$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}\hat{n}$$

法向加速度的方向始终指向圆周的圆心。

$\vec{a}_{\mathrm{t}}$ 反映出质点速度大小的变化，称为**切向加速度**。

在Δt→0时

$$\left|\Delta \vec{\upsilon}_{\mathrm{t}}\right| = \left|\vec{\upsilon}_{\mathrm{B}}\right| - \left|\vec{\upsilon}_{\mathrm{A}}\right| = \Delta \upsilon$$



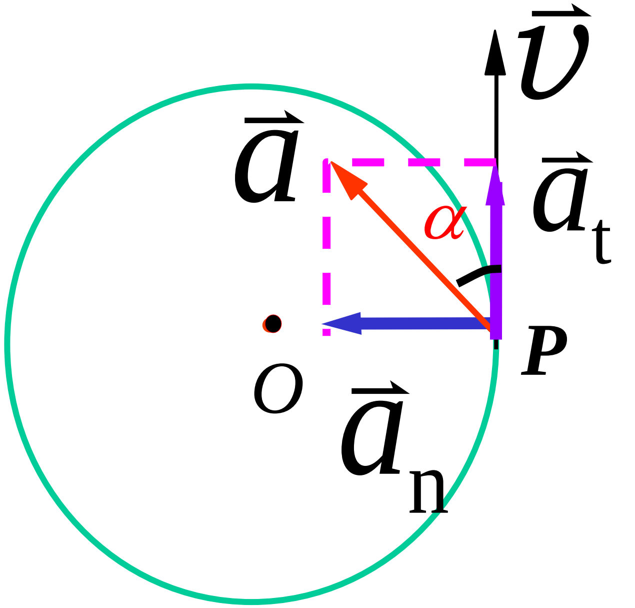
$$a_{\mathrm{t}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left|\Delta \vec{\upsilon}_{\mathrm{t}}\right|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$$

切向加速度的方向，与*A*点速度的方向相同或相反，即切线方向

自然坐标中，变速圆周运动的加速度

$$\vec{a} = \vec{a}_{\mathrm{n}} + \vec{a}_{\mathrm{t}} = a_{\mathrm{n}} n + a_{\mathrm{t}} \hat{t}$$

$$= \frac{v^2}{r}\hat{n} + \frac{dv}{dt}\hat{t}$$



大小

$$a = \sqrt{a_{\mathrm{t}}^2 + a_{\mathrm{n}}^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

方向 $\alpha = \arctan\dfrac{a_{\mathrm{n}}}{a_{\mathrm{t}}}$

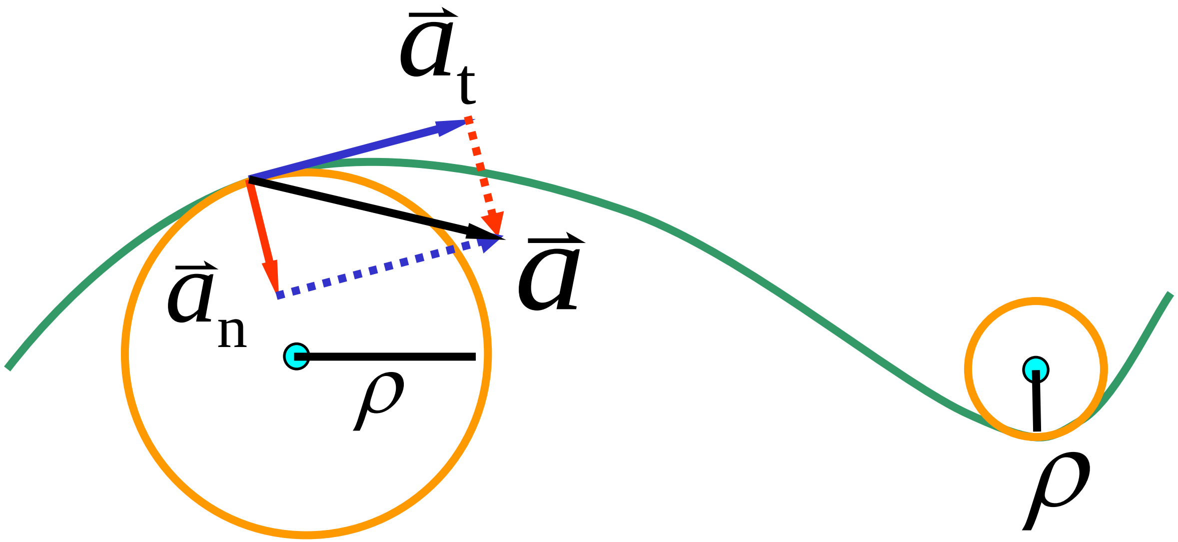
α **为加速度与速度之间的夹角**

➢ **讨论**

- **切向加速度引起速度大小的变化**
- **法向加速度引起速度方向的变化**

三、一般曲线运动

“以圆代曲”



$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

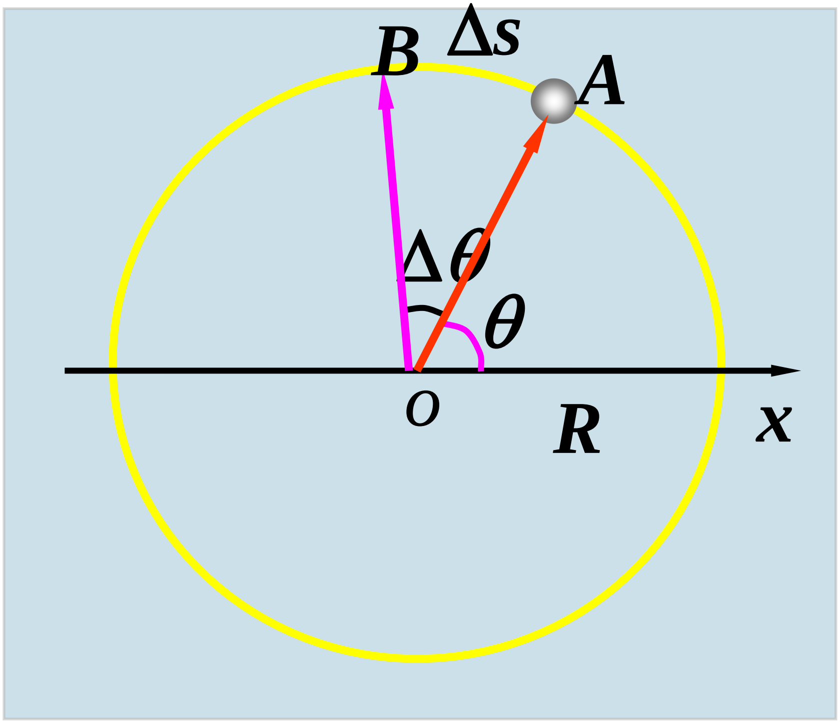
$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

ρ **为曲率半径**

四、圆周运动的角量描述

角位置 θ

角位移 $\Delta\theta$



方向:

沿逆时针转动，$\Delta\theta$为正；

沿顺时针转动，$\Delta\theta$为负。

角量表示的运动方程

$$\boxed{\theta = \theta(t)}$$

角速度 $$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

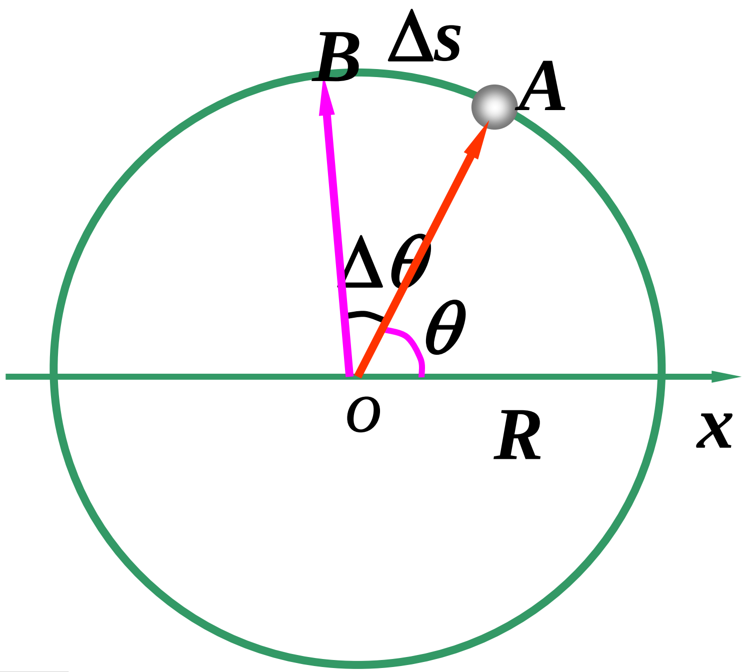
角加速度 $$\beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

用角量表示匀变速圆周运动的基本方程：

$$\omega = \omega_0 + \beta t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\beta(\theta - \theta_0)$$



角量和线量的关系：

$$\mathrm{d}s = r\mathrm{d}\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \qquad \boxed{\upsilon = r\omega}$$

$$\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \qquad \boxed{a_\mathrm{t} = r\beta}$$

$$a_\mathrm{n} = \frac{\upsilon^2}{r} = r\omega^2 \qquad \boxed{a_\mathrm{n} = r\omega^2}$$

角量与线量的比较

线　量		角　量		线量和角量的关系
位置	$\vec{r}$	角位置	θ	
位移	$\Delta\vec{r}=\vec{r}-\vec{r}_0$	角位移	$\Delta\theta=\theta-\theta_0$	
速度	$\vec{\upsilon}=\mathrm{d}\vec{r}/\mathrm{d}t$	角速度	$\omega=\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$	$\upsilon=r\omega$
加速度	$\vec{a}=\mathrm{d}\vec{\upsilon}/\mathrm{d}t$	角加速度	$\beta=\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$	
切线加速度	$\lvert\vec{a}_\mathrm{t}\rvert=\mathrm{d}\upsilon/\mathrm{d}t$			$a_\mathrm{t}=r\beta$
法向加速度	$\lvert\vec{a}_\mathrm{n}\rvert=\upsilon^2/r$			$a_\mathrm{n}=r\omega^2$
匀速直线运动	$\Delta x=\upsilon\Delta t$	匀速圆周运动	$\Delta\theta=\omega\Delta t$	
匀变速直线运动	$\upsilon=\upsilon_0+at$ $x=x_0+\upsilon_0 t+\frac{1}{2}at^2$ $\upsilon^2=\upsilon_0^2+2a(x-x_0)$	匀变速圆周运动	$\omega=\omega_0+\beta t$ $\theta=\theta_0+\omega_0 t+\frac{1}{2}\beta t^2$ $\omega^2=\omega_0^2+2\beta(\theta-\theta_0)$	

思考题

如果质点的切向加速度和法向加速度为下列各种情况，质点作何种运动？

1. $a_{\mathrm{t}} = 0 \quad a_{\mathrm{n}} = 0$

2. $a_{\mathrm{t}} \neq 0 \quad a_{\mathrm{n}} = 0$

3. $a_{\mathrm{t}} = 0 \quad a_{\mathrm{n}} \neq 0$

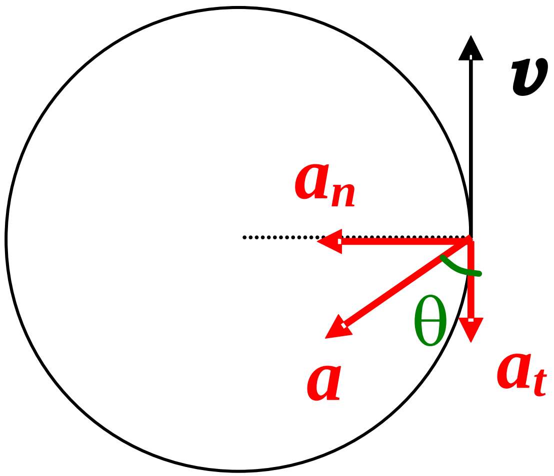
4. $a_{\mathrm{t}} \neq 0 \quad a_{\mathrm{n}} \neq 0$

例题：一个物体绕半径R的圆做圆周运动，运动方程为

$s = v_0 t - \frac{1}{2} b t^2$ **其中v_0和b都是正常数且** $v_0^2 > Rb$

问(1)何时$|\vec{a}_t| = |\vec{a}_n|$

(2)何时加速度大小等于b



解 (1) $s = v_0 t - \frac{1}{2} b t^2$

$$v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -b \qquad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}$$

若 $a_t = a_n \Rightarrow b = \frac{(v_0 - bt)^2}{R} \Rightarrow \boxed{t = \frac{v_0}{b} \pm \sqrt{\frac{R}{b}}}$

(2)

$$a = \sqrt{b^2 + \frac{(v_0 - bt)^4}{R^2}} = b \qquad \boxed{t = \frac{v_0}{b}}$$

例题：一个质点沿圆周运动，其切向加速度与法向加速度的大小保持相等。设 θ 为质点在圆周上任意两点速度 $\vec{v}_1$ 和 $\vec{v}_2$ 之间的夹角，试证明 $v_2 = v_1 e^{\theta}$

解 $a_n = \frac{v^2}{R}$ $a_t = \frac{dv}{dt}$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \omega\frac{dv}{d\theta} = \frac{v}{R}\frac{dv}{d\theta}$$

由 $a_t = a_n$

可得 $\frac{v^2}{R} = \frac{v}{R}\frac{dv}{d\theta} \Rightarrow d\theta = \frac{dv}{v}$

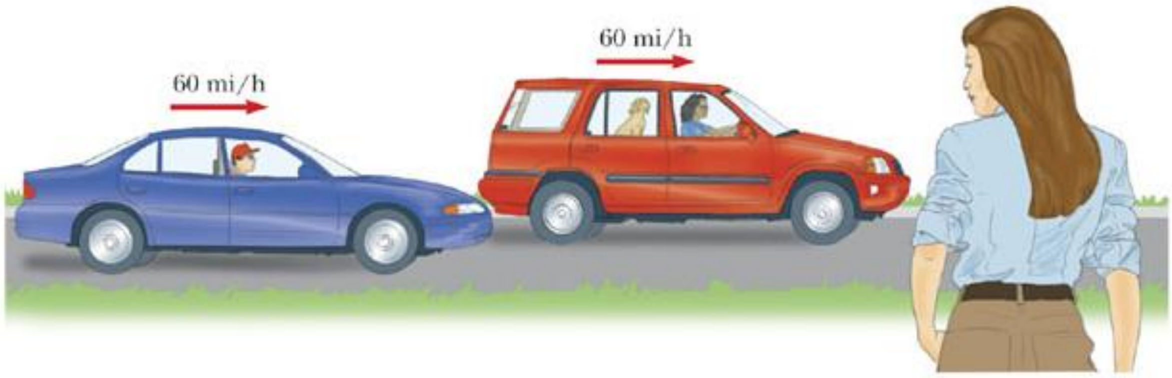
两边积分

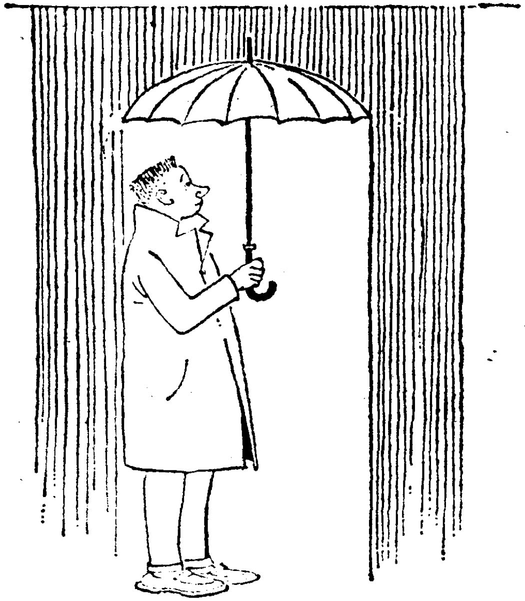
$$\int_0^\theta d\theta = \int_{v_1}^{v_2}\frac{dv}{v}$$

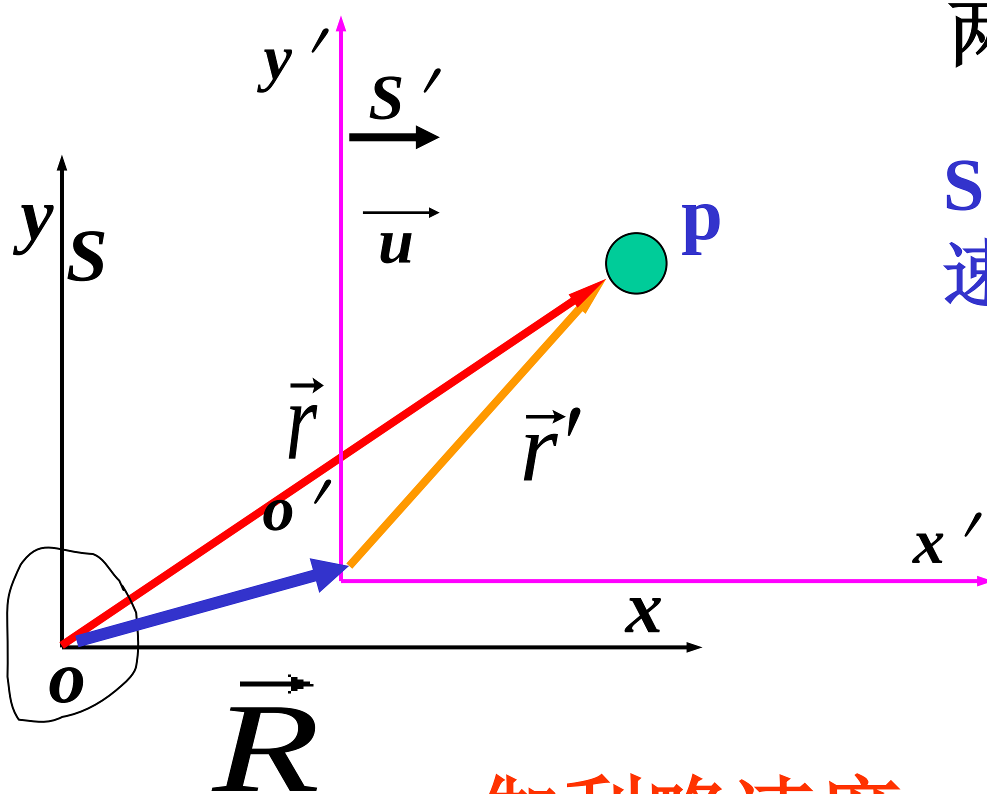
$$v_2 = v_1 e^\theta$$

§ 1.3 相对运动

在不同坐标系下一个物体的运动形式不同。







两个相对平动参照系

S′ 相对 S 平动，
速度为 u ……牵连速度

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{R}$$

$$\boxed{\vec{r}_{\mathrm{OP}} = \vec{r}\,'_{\mathrm{O'P}} + \vec{R}_{\mathrm{OO'}}}$$

伽利略速度
变换公式

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}}$$

绝对速度	相对速度	牵连速度

加速度关系： $\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{a}_0$

讨论

$$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u} \qquad \vec{a}=\vec{a}'+\vec{a}_0$$

1）以上结论是在**绝对时空观**下得出的

只有**假定**“长度的测量不依赖于参考系”

（空间的绝对性），才能给出：

$$\vec{r}=\vec{r}'+\vec{r}_{OO'} \text{ 和 } \Delta\vec{r}=\Delta\vec{r}'+\Delta\vec{r}_{OO'}$$

只有**再假定**“时间的测量不依赖于参考系”

（时间的绝对性），才能给出：

$$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u} \text{ 和 } \vec{a}=\vec{a}'$$

绝对时空观只在 $u \ll c$ 时才成立。

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}}$$

2）不可混淆 “运动的合成分解” 和 “伽利略速度变换关系”

运动的合成是在一个参考系中，总能成立；

伽利略速度变换则应用于两个参考系之间，只在$u << c$时才成立。

3）$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{OO'}$ 只适用于

两个参考系（S'系和S系）平动的情况

例. 雨天一辆客车在水平马路上以 $v_{车}=20m/s$

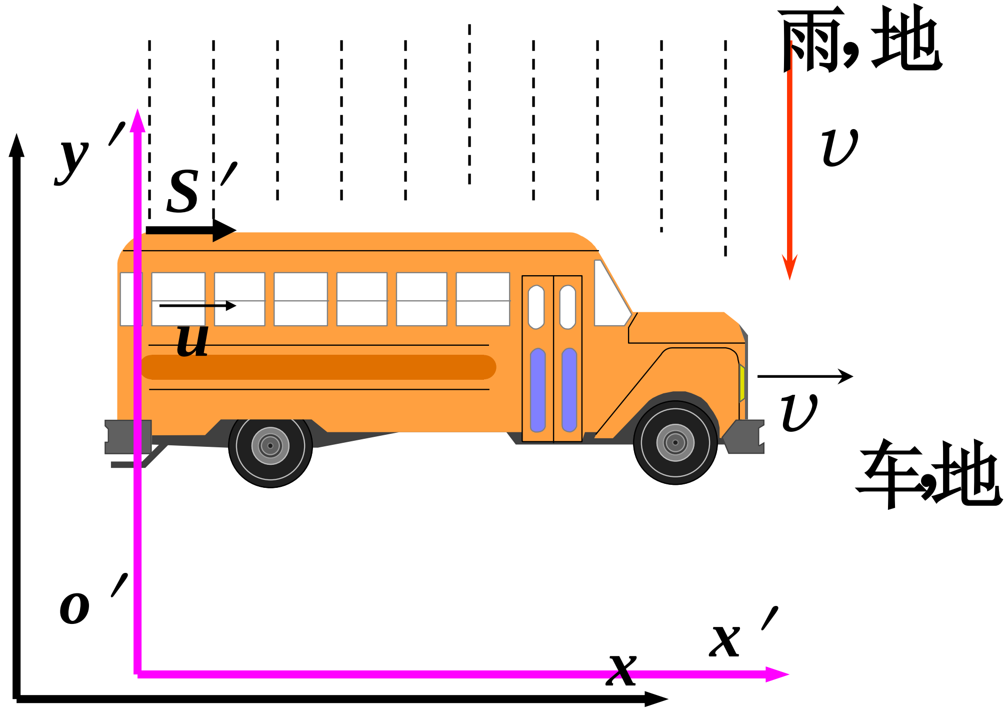
的速度向东开行,雨滴在空中以 $v_d=10m/s$

的速度竖直下落.求雨滴相对车箱的速度

分析：由伽利略变换

$$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u}$$

地面作为基本参照系，汽车看作运动参照系，
雨点作为研究对象



解：地面作为基本参照系，汽车看作运动参照系，
雨点作为研究对象

在地面参照系上观察: $\vec{v}_{雨滴} = -v_d \vec{j}$ 绝对速度

汽车相对于地面的速度 $\vec{u} = v_{车}\vec{i}$ 牵连速度

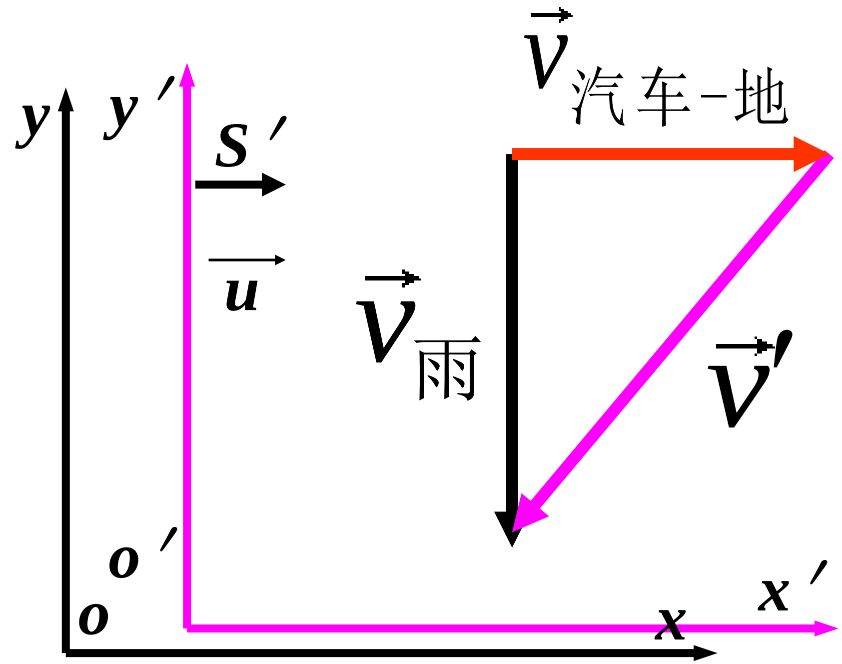
由伽利略变换 $\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}$

则 $\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{u}$

$$= -v_d \vec{j} - v_{车}\vec{i}$$

$$v'_{雨滴} = \sqrt{v_d^2 + v_{车}^2}$$

$$= \sqrt{10^2 + 20^2} = 22.4 m/s$$



总结

1.位置矢量、速度、加速度之间的关系

注意：分清$|\Delta\vec{r}|$与Δr，$|\Delta\vec{\upsilon}|$与$\Delta\upsilon$。

2.圆周运动：总加速度、切向加速度、法向加速度

$$\vec{a} = \mathrm{d}\vec{\upsilon}/\mathrm{d}t \qquad |\vec{a}_\mathrm{t}| = \mathrm{d}\upsilon/\mathrm{d}t \qquad |\vec{a}_\mathrm{n}| = \upsilon^2/r$$

$$\upsilon = r\omega \qquad a_\mathrm{t} = r\beta \qquad a_\mathrm{n} = r\omega^2$$

3.相对运动 $\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}$

第1章结束