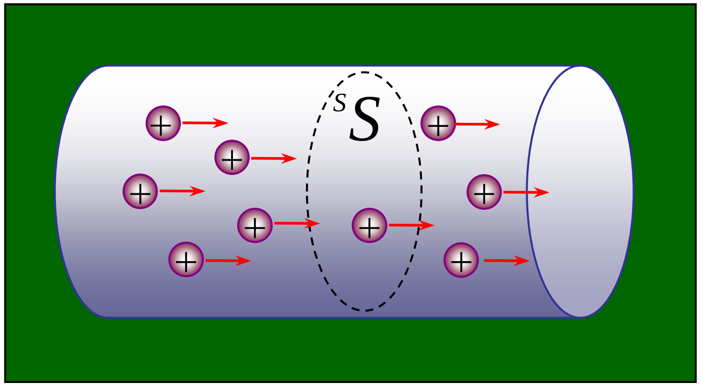
第七章　稳恒电流的磁场

§7.1-7.2 恒定电流 电源



一、电流与电流强度

电流—大量电荷的定向运动。

正电荷流动的方向为电流的方向

载流子—电子、质子、离子、空穴。

形成电流条件(导体内)：

(1)导体内有可以自由运动的电荷；

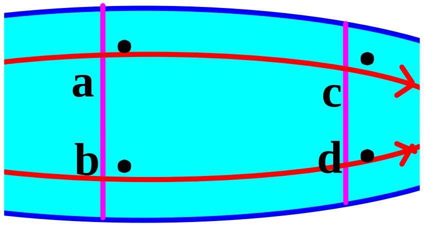
(2)导体内要维持一个电场。

电流强度：单位时间通过导体某一横截面的电量

$$I=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{dq}{dt}$$

方向：正电荷运动的方向

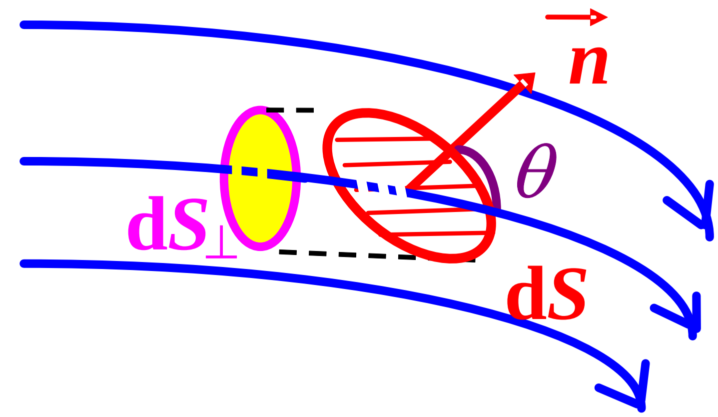
单位：安培(A)



二、电流密度

通过垂直于电流方向的单位面积的电流强度.

$$\boxed{j = \frac{dI}{dS_{\perp}}} \Rightarrow j = \frac{dI}{dS\cos\theta}$$



描写空间各点电流大小和方向

$$dI = j dS\cos\theta = \vec{j}\bullet d\vec{S}$$

$$I = \int \vec{j}\bullet d\vec{S}$$

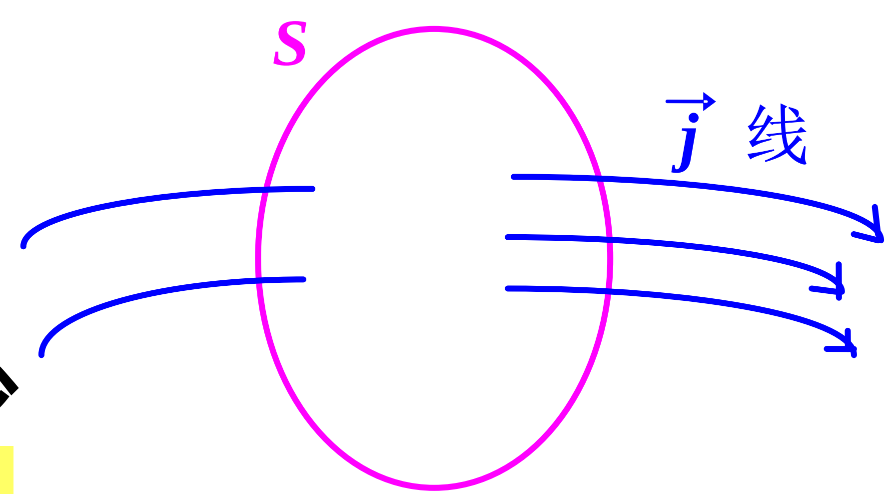
电流线

方向：电流密度方向，即该点正电荷定向运动的方向。

大小：等于电流密度

三、电流的连续性方程

$$I = \oint \vec{j} \bullet d\vec{S}$$



单位时间内由*S*流出的净电量应等于*S*内电量的减少

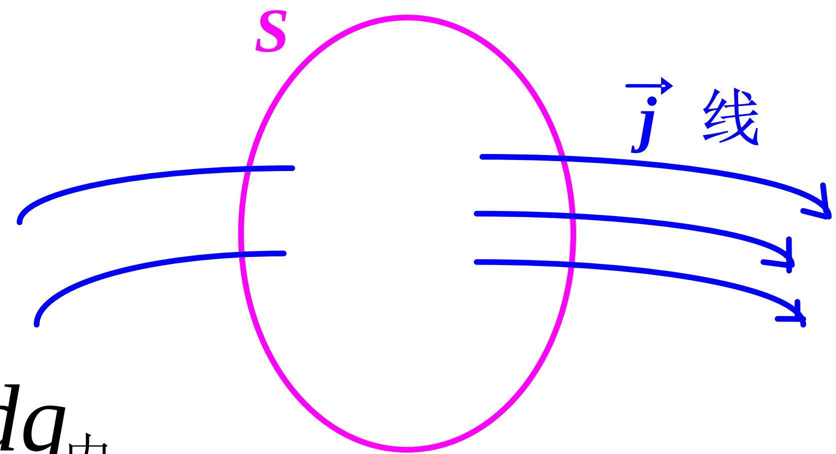
$$\oint \vec{j} \bullet d\vec{S} = -\frac{dq_{内}}{dt}$$

……电流的连续性方程

若 $\oint \vec{j} \bullet d\vec{S} > 0, \quad \frac{dq_{内}}{dt} < 0 \Rightarrow$ **S面内的净电荷减少**

反之亦然

四、恒定电流(稳恒电流)



1、定义：

电流场中每一点处 $\vec{j}$ 的大小和方向均不随时间改变

2.恒定条件

要求空间电荷分布不随 t 变 $\Rightarrow$ $\dfrac{dq_{内}}{dt}=0$

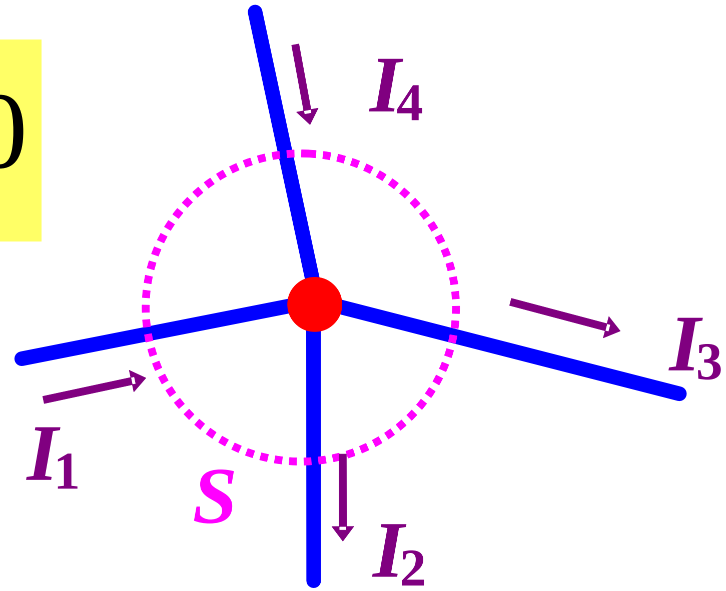
$$\oint \vec{j}\bullet d\vec{S}=-\frac{dq_{内}}{dt}=0$$

意义：同一时间内从闭合曲面的某部分流进去的电量必然等于从其他部分流出的电量

3.由恒定条件所得结论

$$I=\oint \vec{j}\bullet d\vec{S}=0$$

$$-I_1-I_4+I_2+I_3=0$$



基尔霍夫第一定律

在电路的任一节点处，流入节点的电流强度之和等于流出节点的电流强度之和

五、恒定电场(稳恒电场)

由不随时间改变的电荷分布产生的

稳恒电场与静电场的比较

相同处：

电场不随时间改变；
满足高斯定理；
满足环路定理，是保守力场，

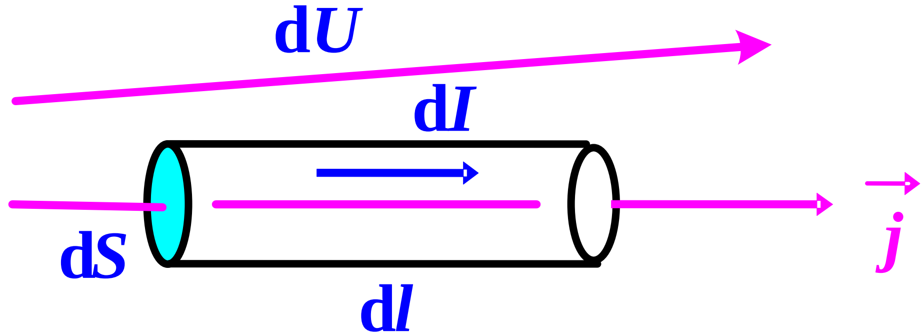
不同处：

产生恒定电流的电荷是运动的(电荷分布不随 t 变)。

恒定电场对运动的电荷要作功，恒定电场的存在，总伴随着能量转移。

六、欧姆定律的微分形式

$$U = IR$$



导体电流场中设想取一小圆柱体

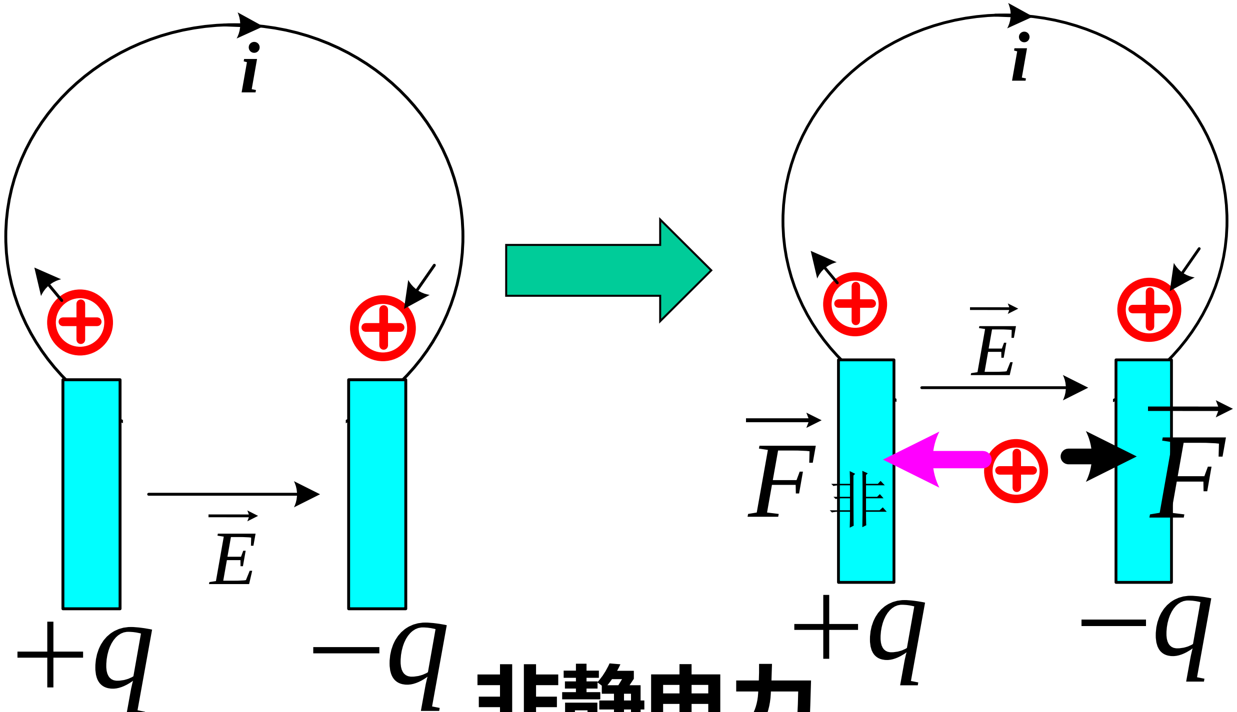
$$dU = dI \times R$$

$$Edl = jdS \times \rho \frac{dl}{dS} \Rightarrow j = \frac{1}{\rho} E$$

电导率： $\sigma = 1/\rho$ $\Rightarrow$ $j = \sigma E$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

七、电动势

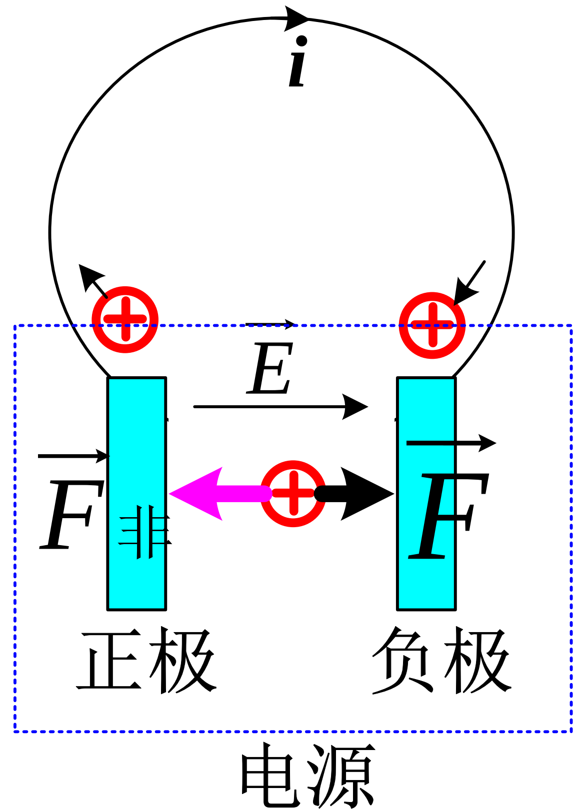


非静电力

电源：提供非静电力的装置

把电荷q由负极移向正极(经电源内部) 非静电力作功

$$W_{非} = \int_{-}^{+} \vec{F}_{非} \bullet d\vec{l} = \int_{-}^{+} q\vec{E}_{非} \bullet d\vec{l}$$



电动势

$$\varepsilon = \frac{W_{非}}{q} = \int_{-}^{+} \vec{E}_{非} \bullet d\vec{l}$$

意义：把单位正电荷经电源内部由负极移向正极过程中，非静电力所作的功。

电源电动势的方向：电源内部电势升高的方向。

对闭合回路

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{非} \bullet d\vec{l}$$

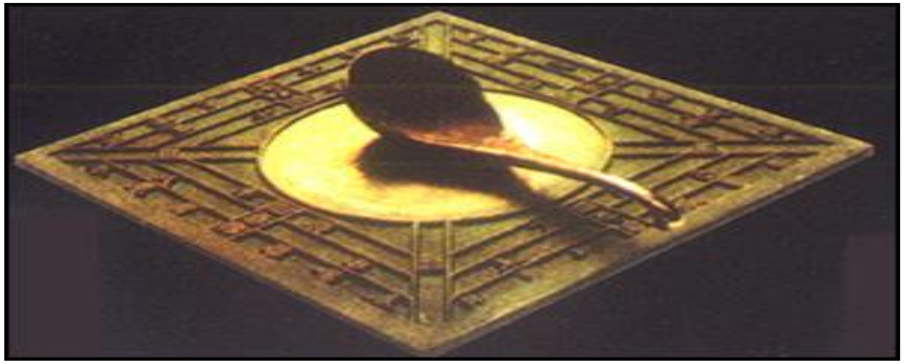
§7.3 磁场 磁感应强度

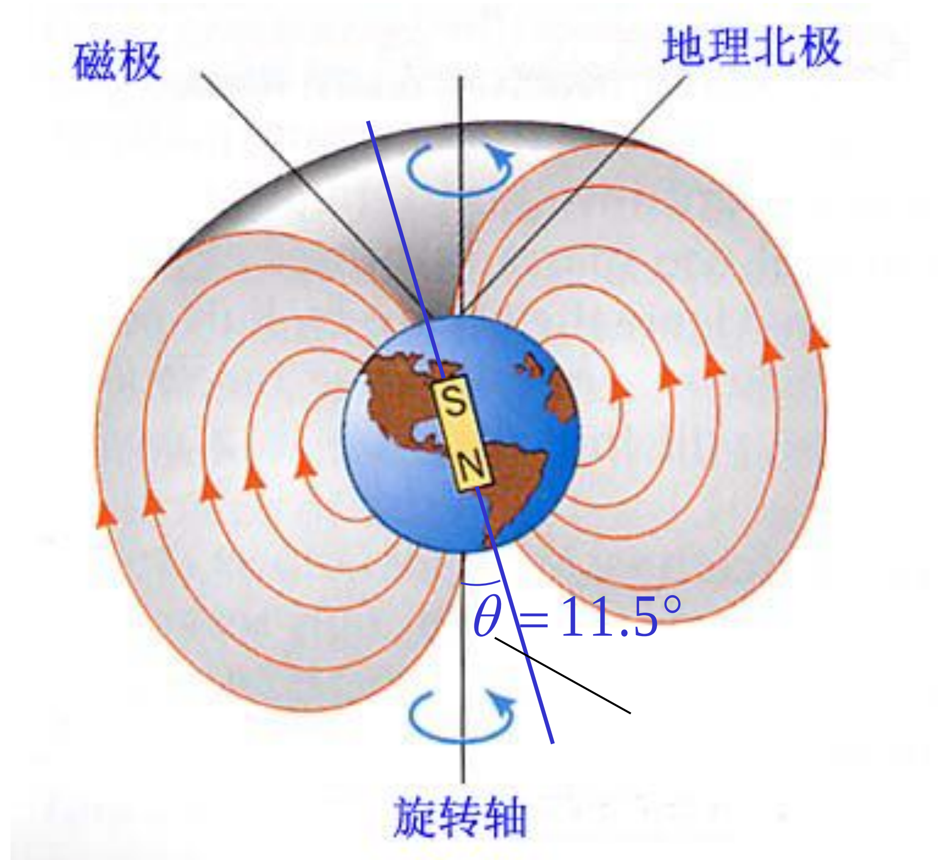
一、基本磁现象

1、永磁体

（1）具有磁性，能吸引铁、钴、镍等物质。

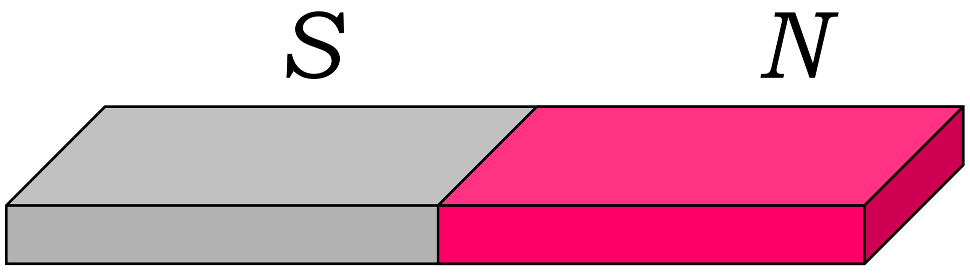
（2）具有磁极，分磁北极N和磁南极S。

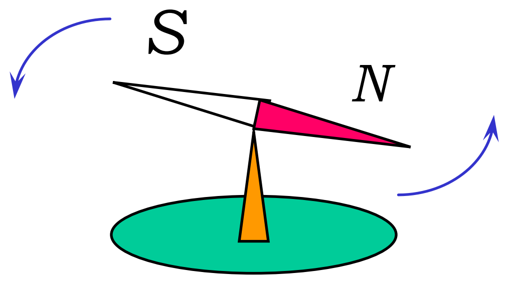




磁极
地理北极
S
N
$\theta=11.5°$
旋转轴

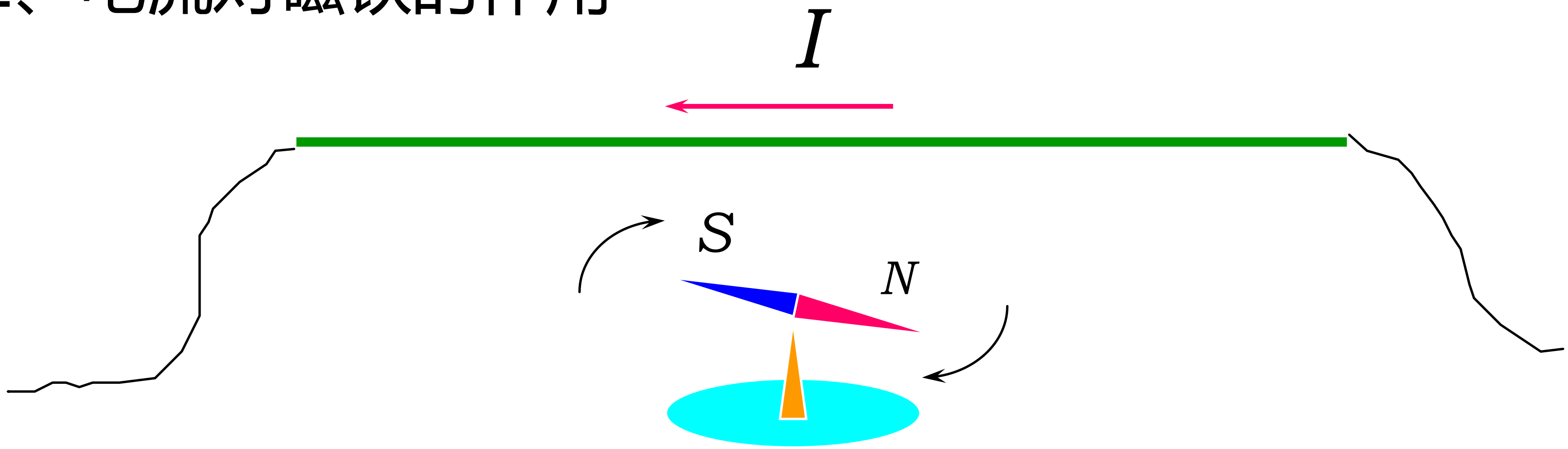
2、磁铁之间的相互作用





同性磁极相互排斥,异性磁极相互吸引

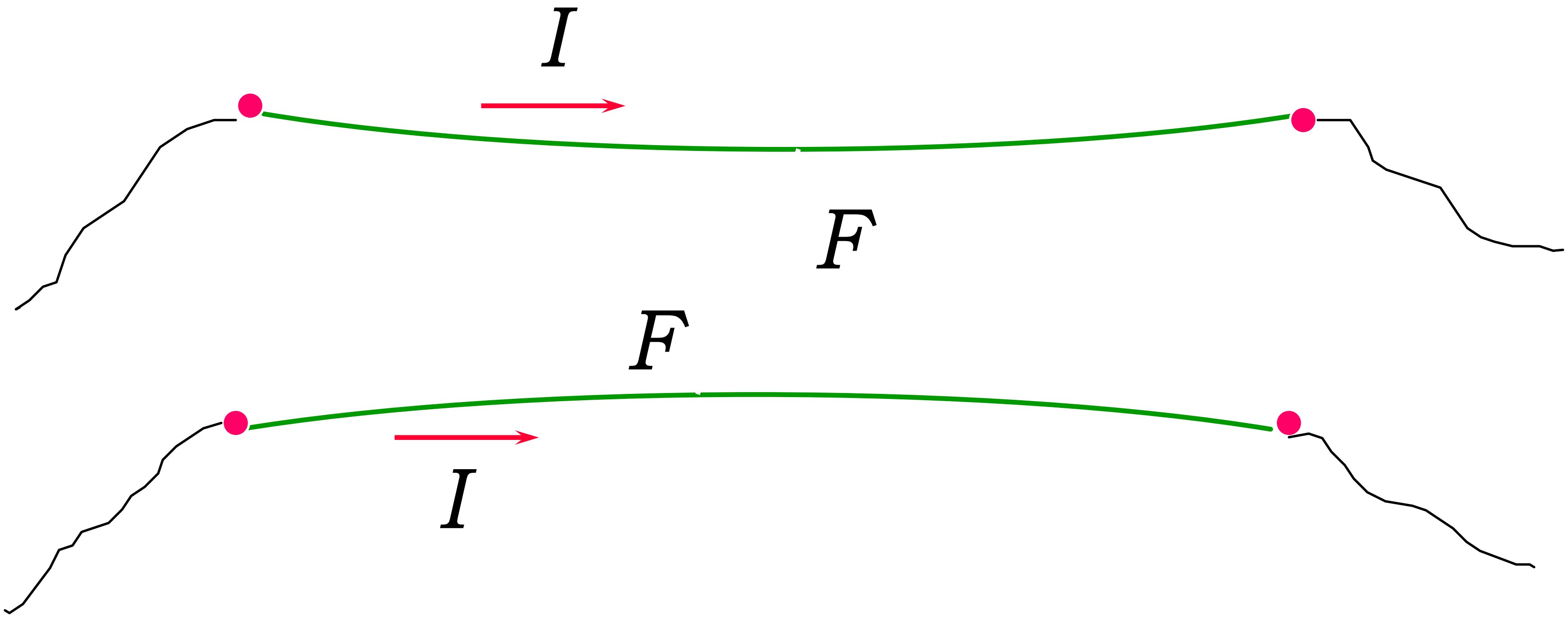
2、电流对磁铁的作用



1820年 奥斯特　　　电流的磁效应

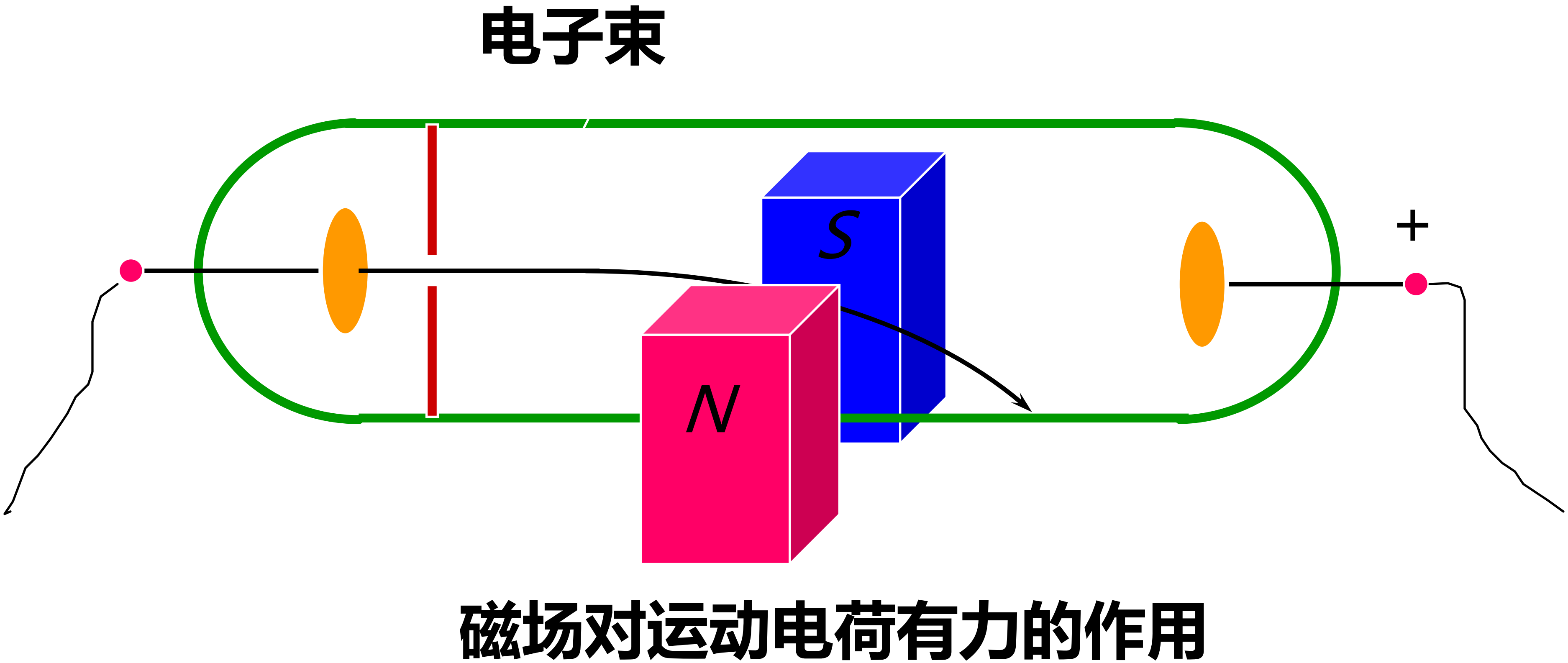
电流能够产生磁场

3、电流与电流之间的相互作用



电流产生磁场，磁场对电流有力的作用

4、磁场对运动电荷的作用



所有磁现象可归纳为：

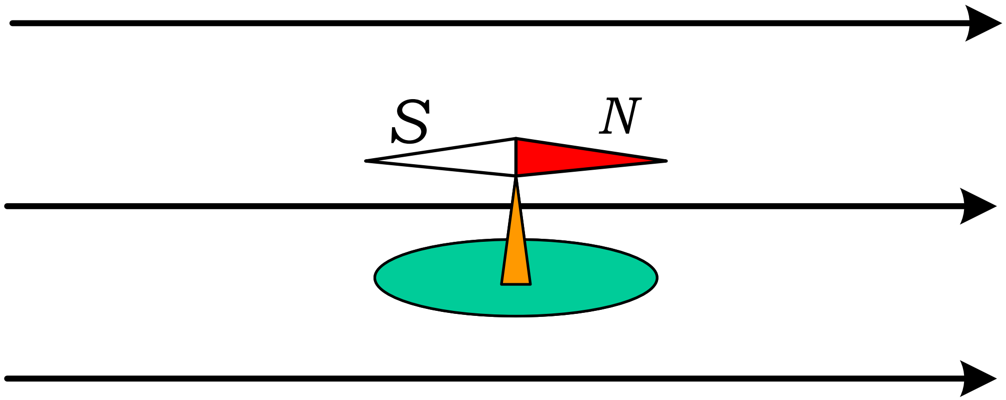
运动电荷				运动电荷
载流导体	⟺	磁场	⟺	载流导体
磁体				磁体

磁场的宏观性质：对运动电荷(或电流)有力的作用，磁场有能量

二、磁感应强度

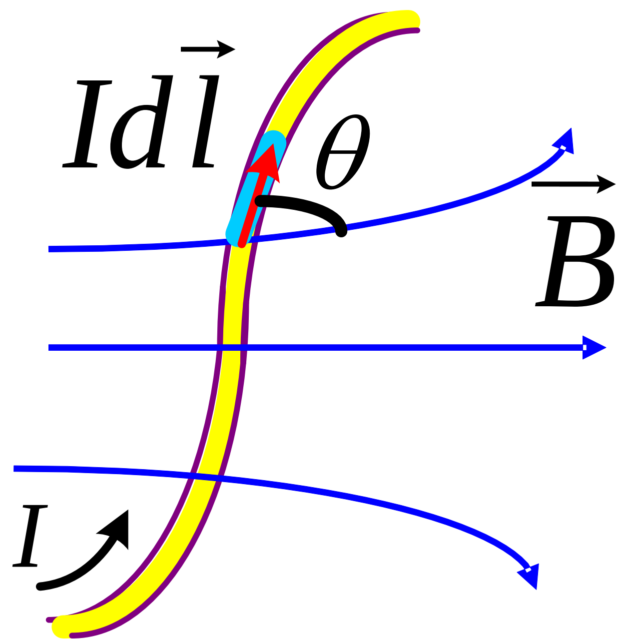
1、磁场的描述:磁感应强度 $\vec{B}$

方向：　磁针静止时，N极指向即B的正方向



2、B的大小：

以磁场对载流导线的作用为例



电流元所受到的磁场力

$$dF \propto Idl\sin\theta$$

磁感应强度

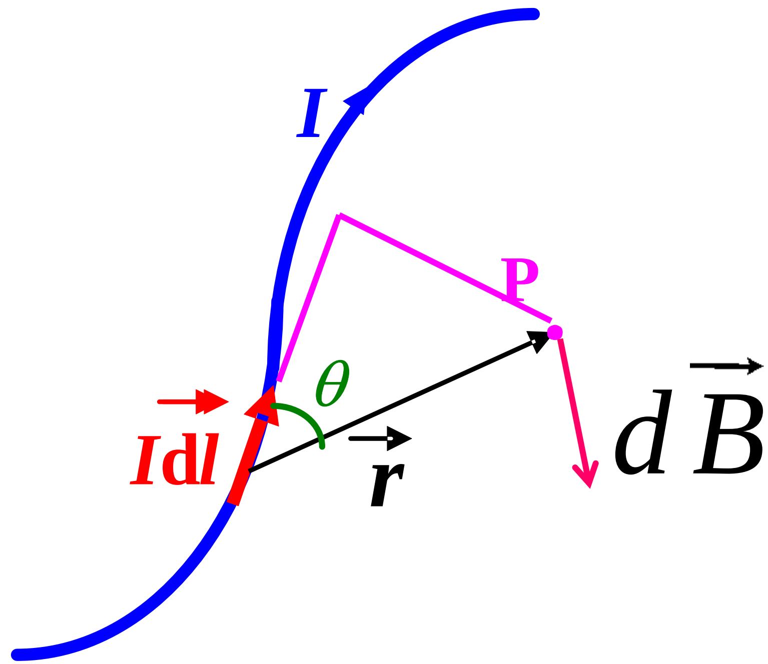
$$B = \frac{dF}{Idl\sin\theta}$$

电流元所受到的磁场力 $dF = BIdl\sin\theta$

§7.4 毕奥-萨伐尔定律

一、毕奥-萨伐尔定律

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\theta}{r^2}$$



真空中磁导率

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N / A^2$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

毕-萨定律表达式

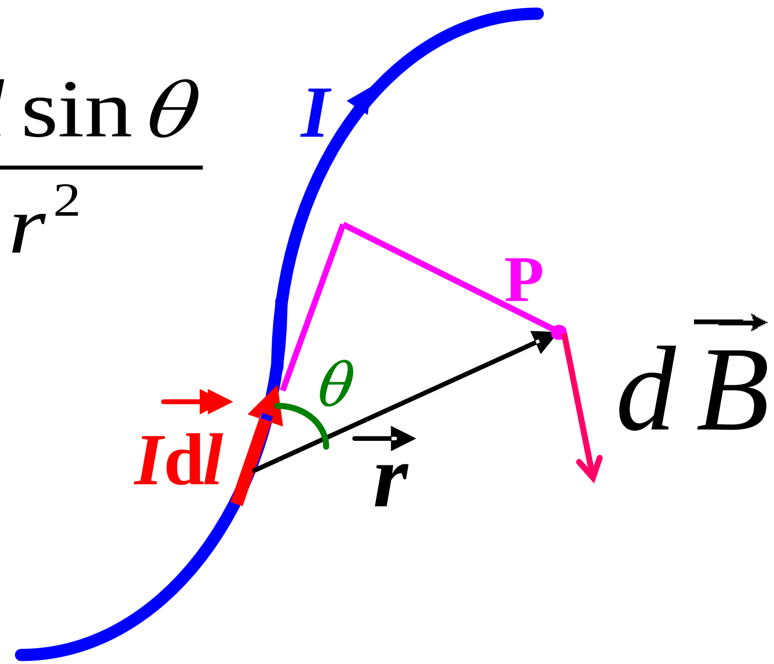
二、毕-萨定律的讨论

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

若θ =0或 π 则dB=0

则电流元在其直线延长线方向不产生磁场

若$\theta = \pi/2$，则dB最大



$$\boxed{\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}}$$

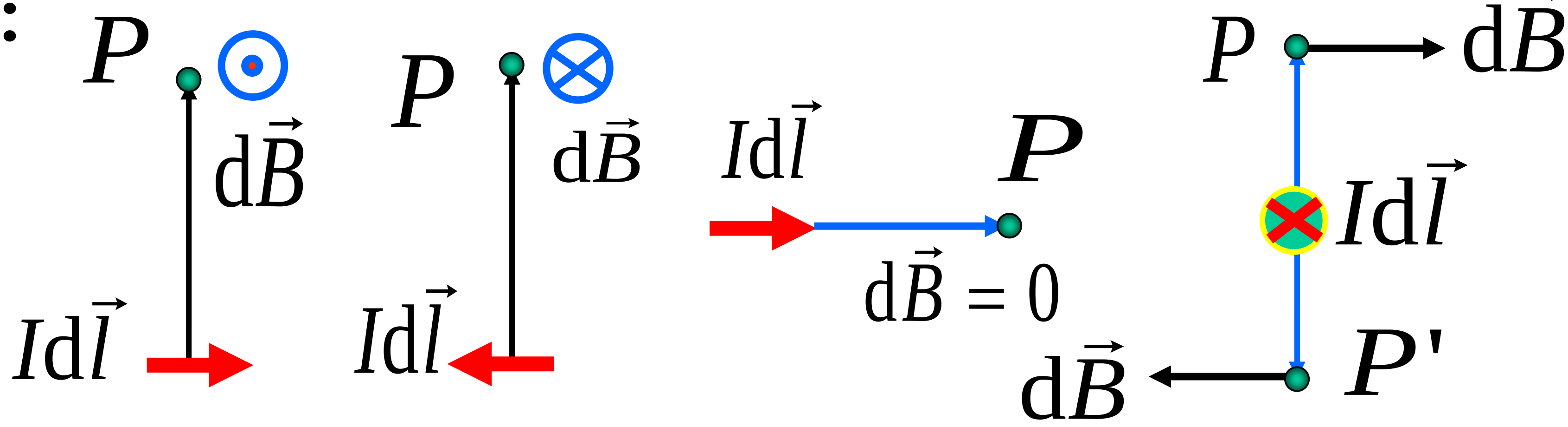
三、磁场叠加原理

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \cdots$$

$d\vec{B}$ **的方向——右手法则**

$$\vec{B}=\int d\vec{B}=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

例：



四、毕-萨定律的应用

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

方法:

(1)将电流分解为无数个电流元

(2)由电流元求$d\vec{B}$ (据毕—萨定律)

(3)对dB积分求$\vec{B}=\int d\vec{B}$

矢量积分须化作分量积分去做

$$B_x=\int dB_x,\ B_y=\int dB_y,\ B_z=\int dB_z$$

例题1 直线电流在P点的磁场

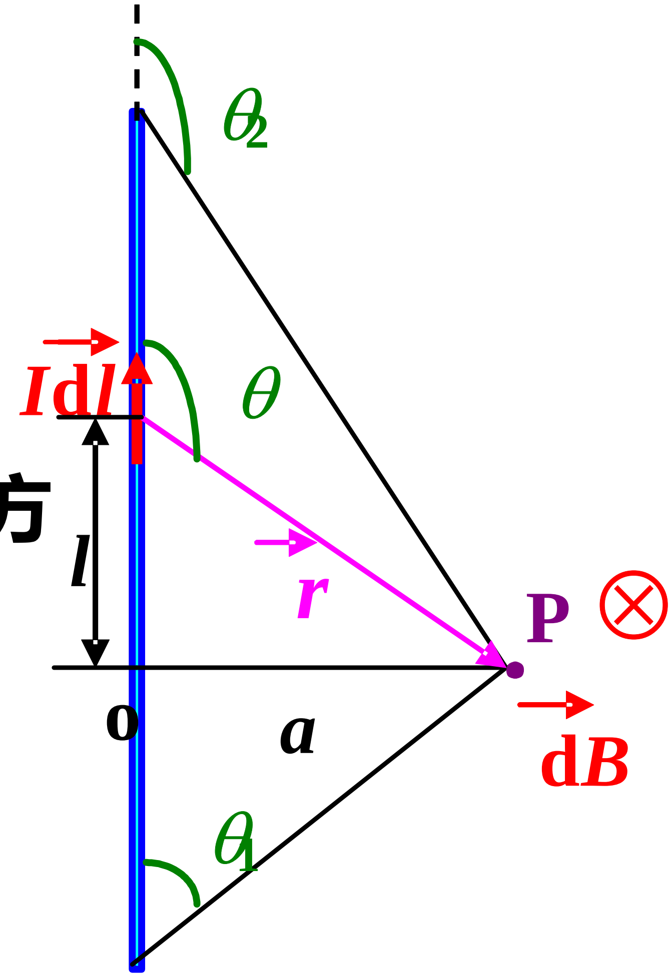
解： 任取电流元 —— $I\vec{dl}$

它在P点产生的磁场大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

由于所有电流元在P点产生的磁场方向相同，于是P点*B*的大小为

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$



$$B=\int dB=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

根据几何关系：

$$r=\frac{a}{\sin(\pi-\theta)}=\frac{a}{\sin\theta}$$

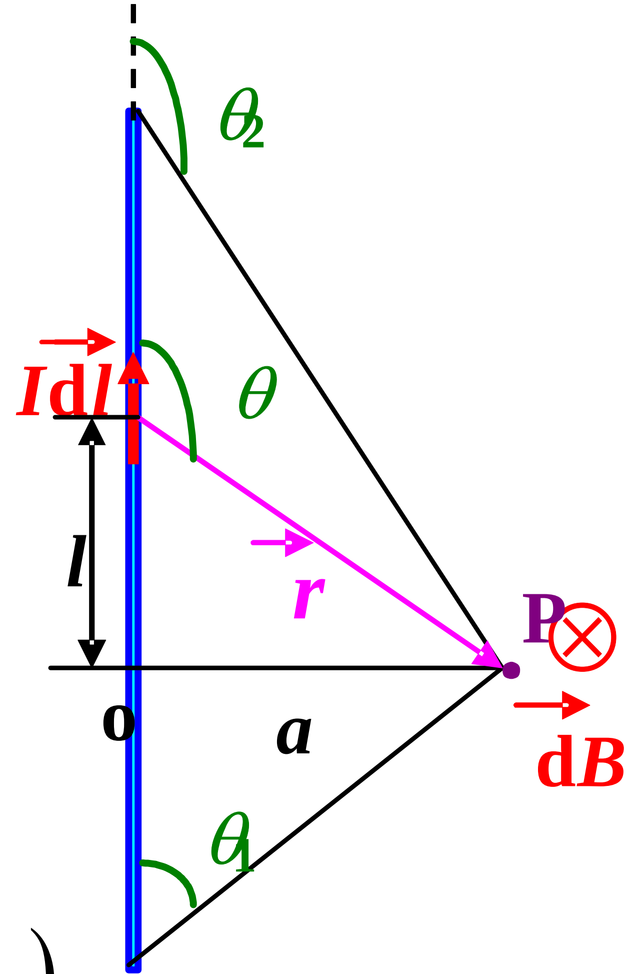
$$l=a\,\mathrm{c}tg\left(\pi-\theta\right)=-a\,\mathrm{c}tg\theta$$

$$dl=\frac{a}{\sin^2\theta}d\theta$$

得到：

$$B=\int dB=\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\sin\theta d\theta$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$$



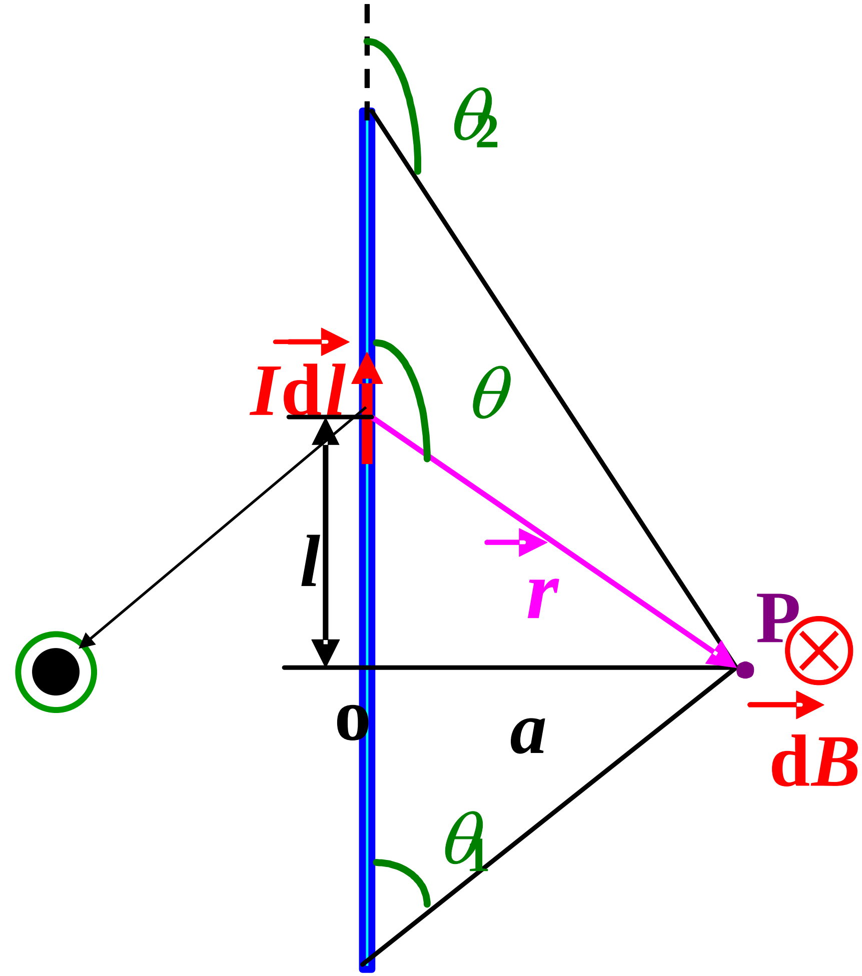
$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$$

若直线电流为无限长时

$$\theta_1\rightarrow 0 \qquad \theta_2\rightarrow\pi$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos 0-\cos\pi\right)$$

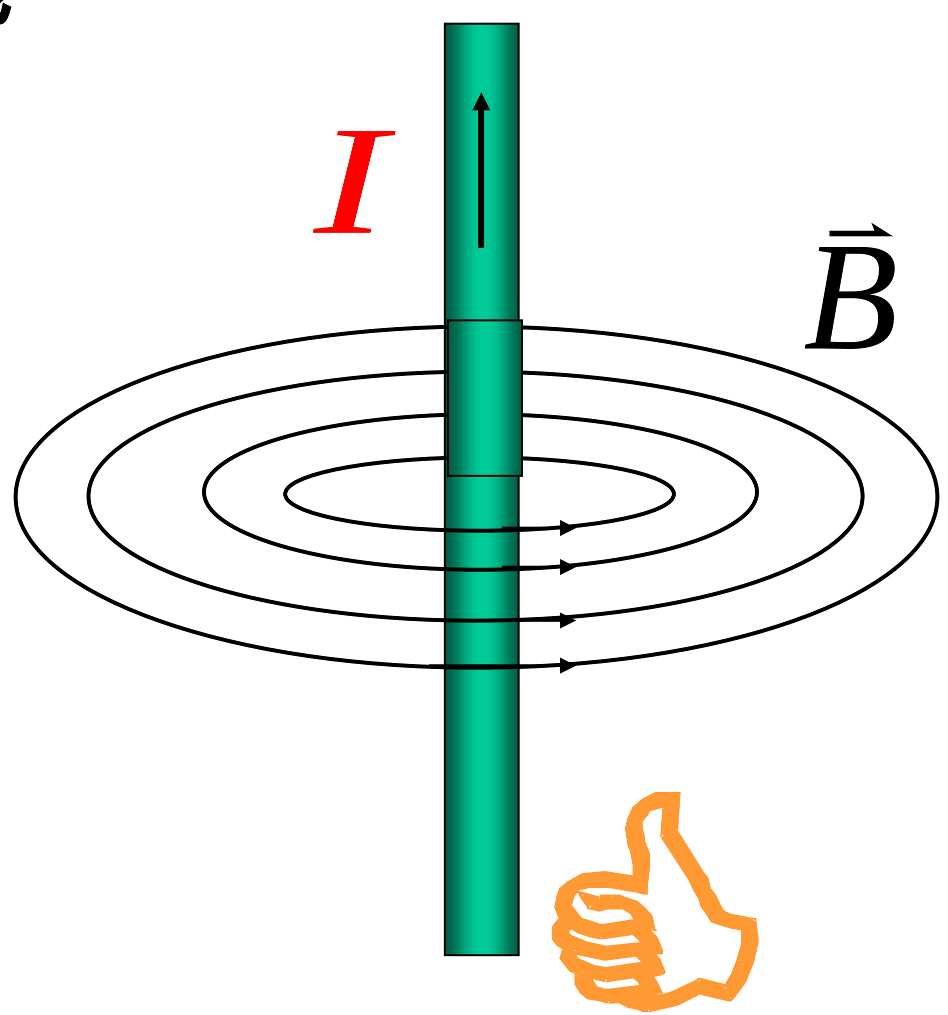
$$=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



若直线电流为半无限长时 $B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}$

无限长载流导线

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



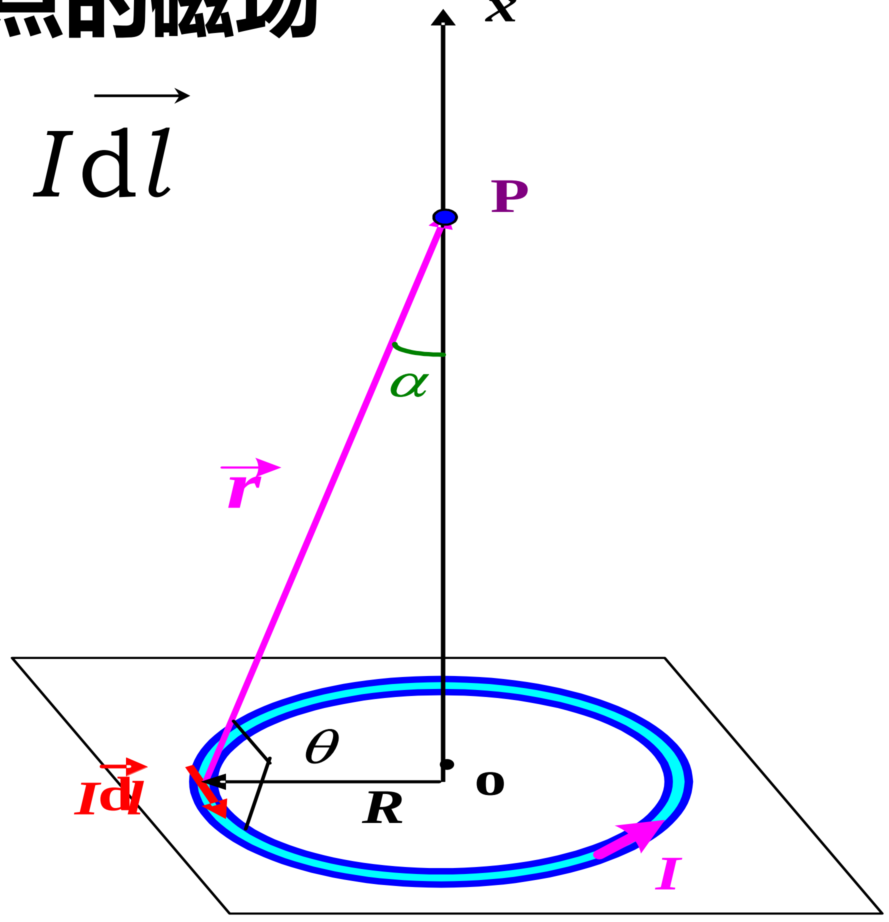
例题2 圆电流中轴线上P点的磁场

解： 任取电流元 —— $I\vec{dl}$

它在P点产生的磁场大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

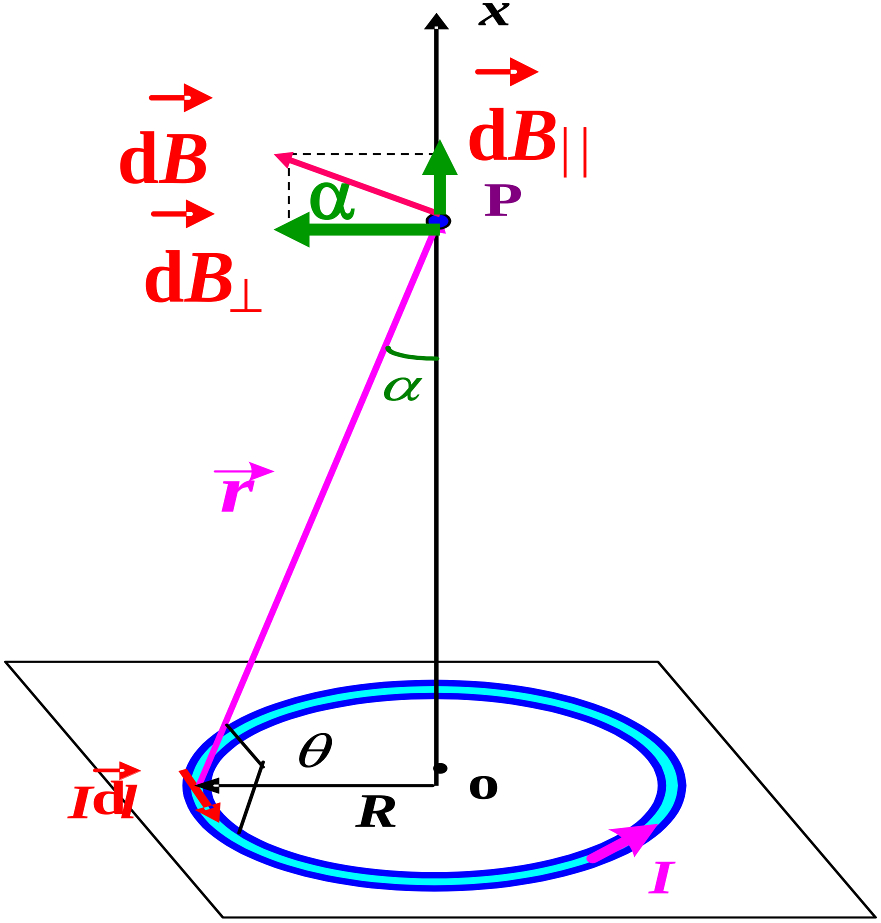
$$dB_{//} = dB\sin\alpha = dB\frac{R}{r}$$

$$dB_{\perp} = dB\cos\alpha$$

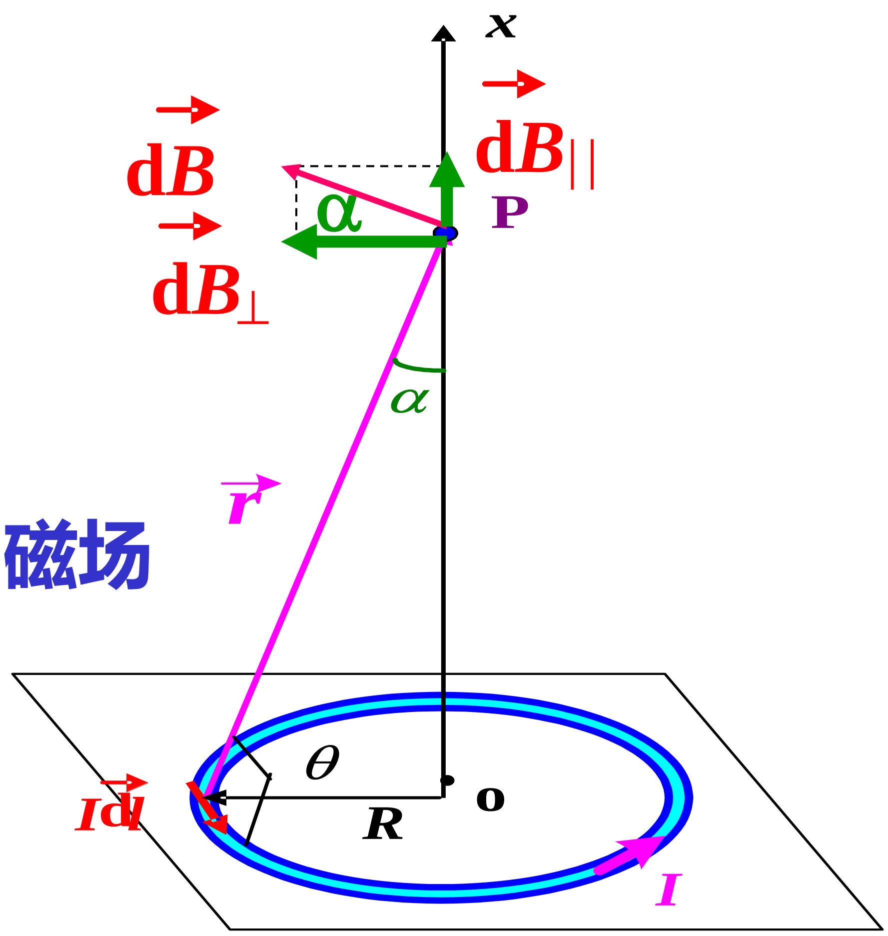
根据对称性，垂直分量抵消

$$B = \int dB_{//} = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\frac{R}{r}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\frac{R}{r}\int dl = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}$$



$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}=\frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$



方向：沿x轴

特例：圆电流中心($x=0$)处的磁场

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$$

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$\vec{B}=\int d\vec{B}=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

无限长载流直导线

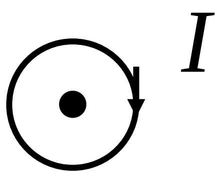
$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

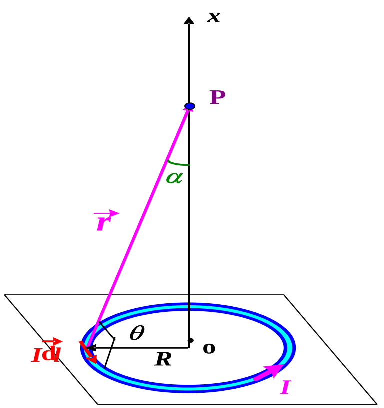
若直线电流为半无限长时

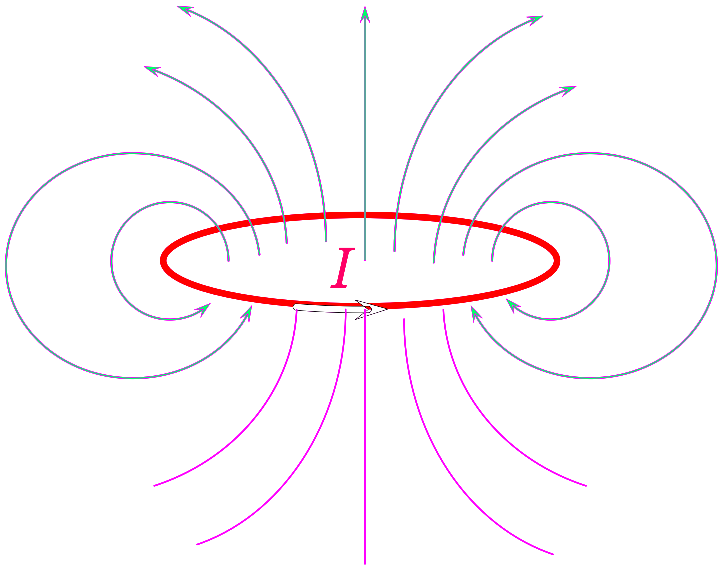
$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

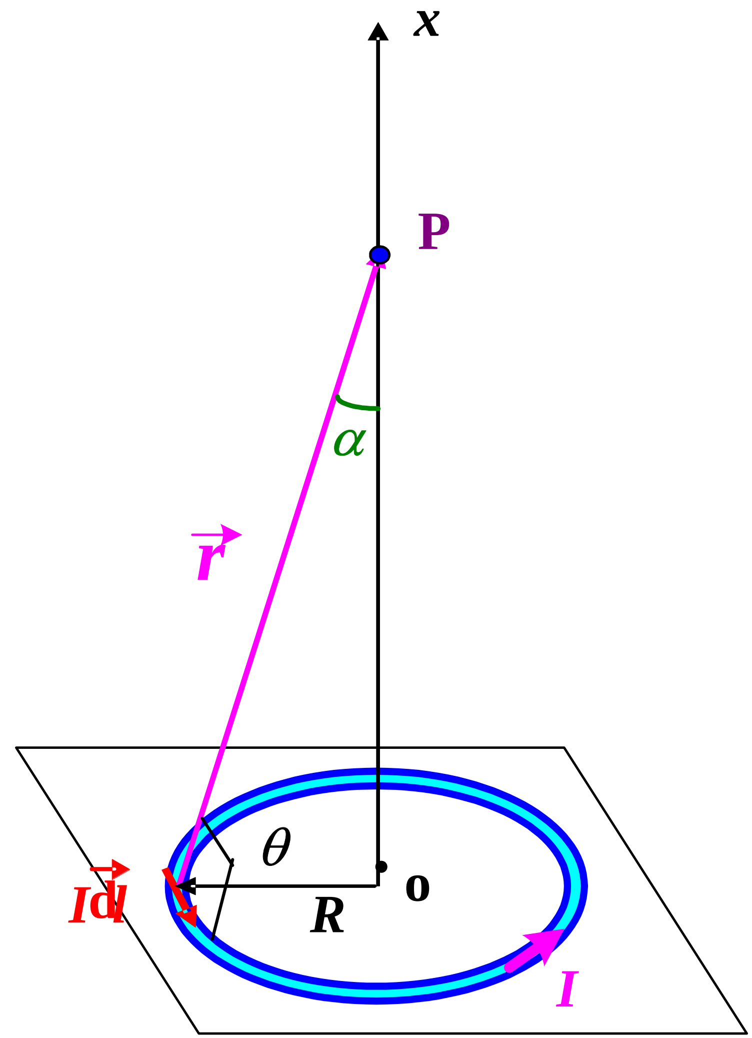
$$B=\frac{\mu_0 I R^2}{2r^3}$$

圆电流中心的场 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2r}$









磁偶极子

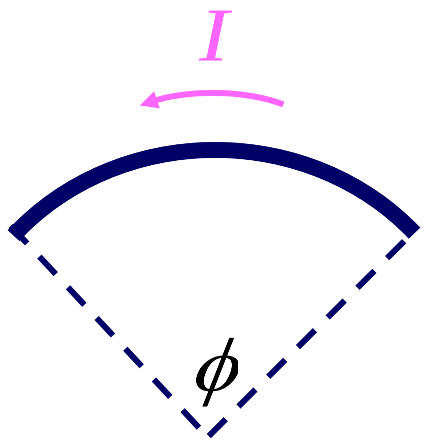
引入 磁矩:

$$\vec{m} = IS\,n$$

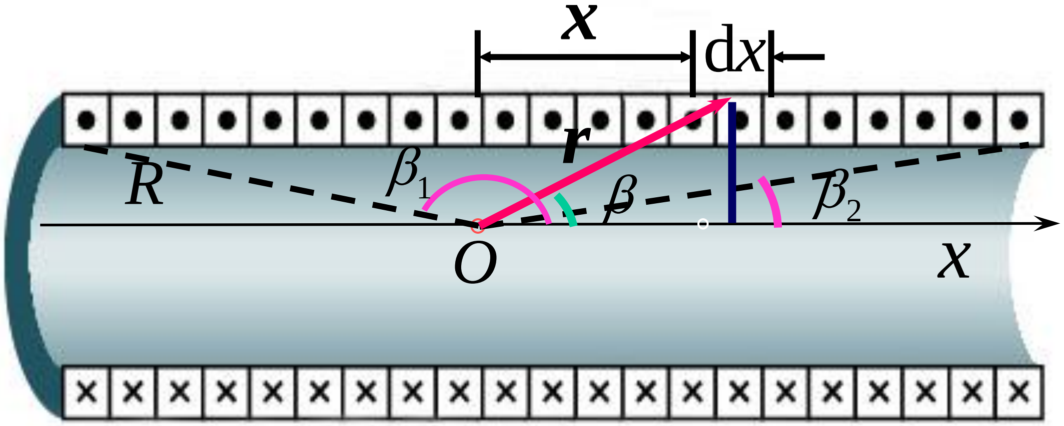
特例：

一段圆弧在圆心处产生的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{\phi}{2\pi}$$



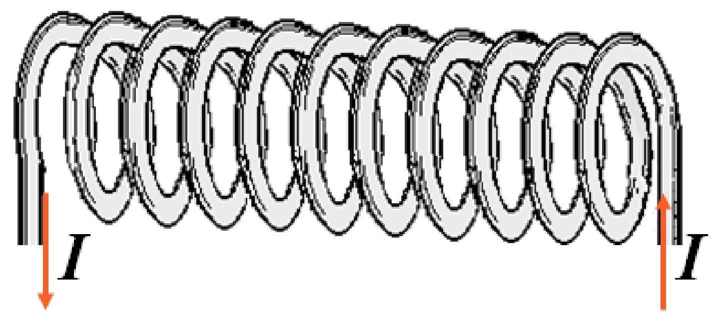
例题3.密绕长直螺旋线圈，长为*L*，半径为*R*，线圈上单位长匝数为*n*，线圈中电流为*I*，求线圈轴线上任一点O的磁感强度。



解:

取长为d*x*的元段，其上有*n*d*x*匝线圈，相当于圆电流

$$dI = nIdx$$



利用例2的结果 $B = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

则有

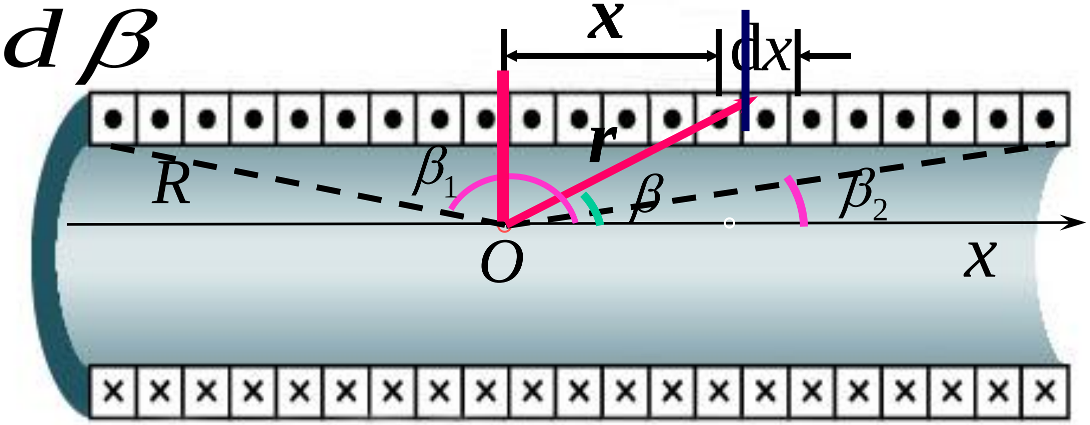
$$dB = \frac{\mu_0 R^2 dI}{2\left(R^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 R^2 nIdx}{2\left(R^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

各个元段在P点产生的磁感强度方向相同，

整个螺旋线圈在P点产生的磁感强度为 $B=\int \frac{\mu_0 R^2 nIdx}{2\left(R^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

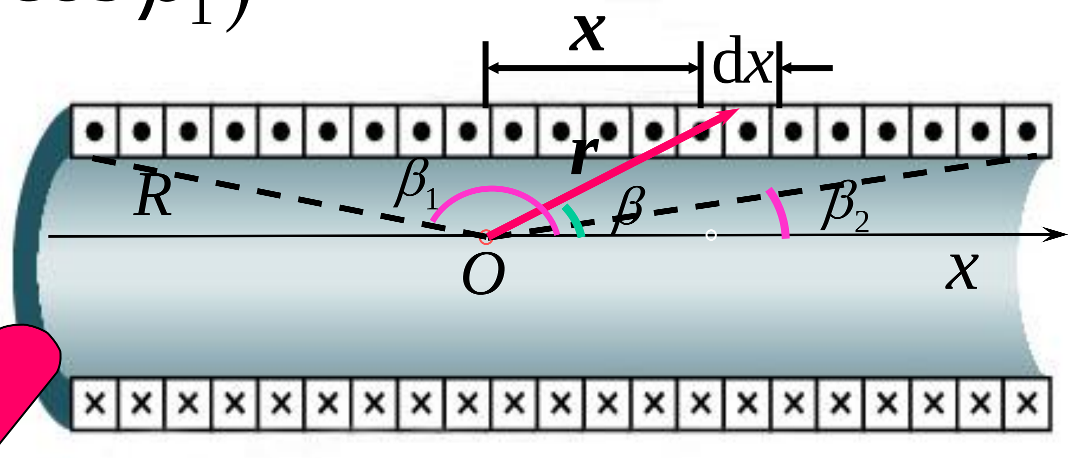
根据几何关系： $x=Rctg\beta$

$$dx=-\frac{R}{\sin^2\beta}d\beta$$



$$B=\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\left(-\sin\beta\right)d\beta=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)$$

$$B=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)$$



无限长螺线管

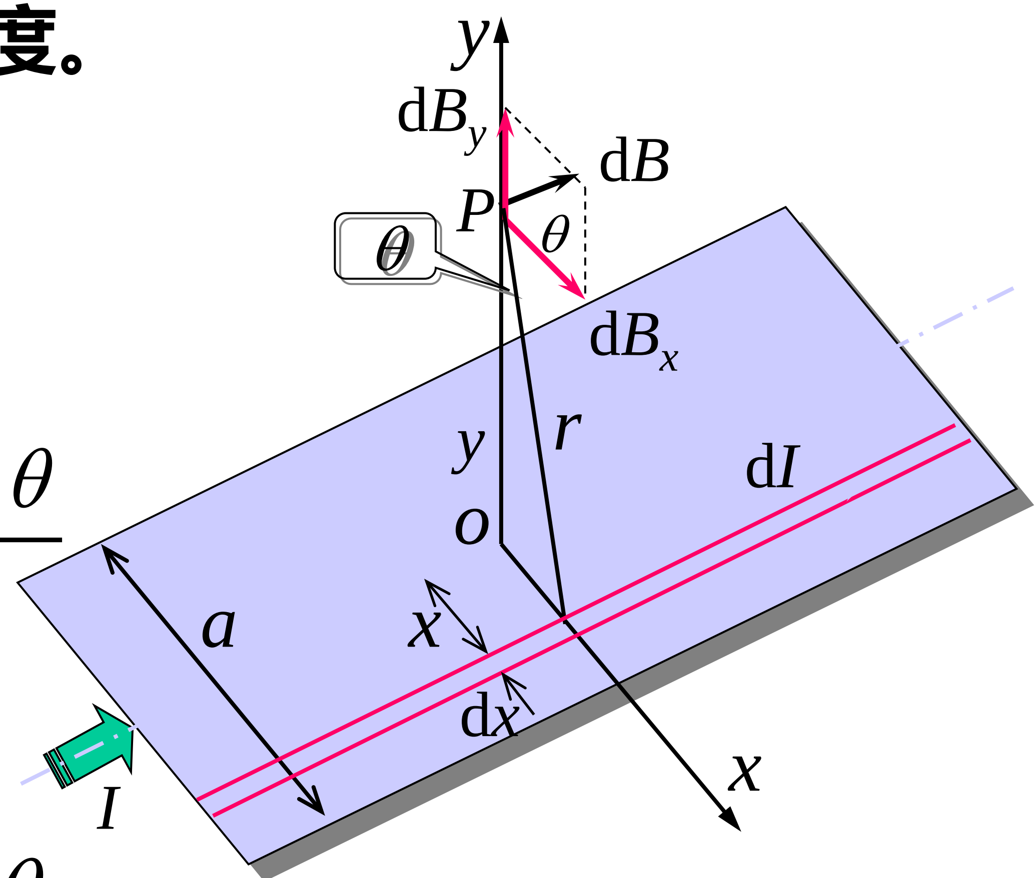
$$\beta_1\to\pi \quad \beta_2\to 0$$

得到： $B=\mu_0 nI$

半无限长螺线管的端部：

$$\beta_1=\frac{\pi}{2} \quad \beta_2\to 0 \quad B=\frac{\mu_0 nI}{2}$$

例5．无限长载流平板，宽度为a，电流强度为*I*。求正上方处*P*点的磁感应强度。



解：

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_o \mathrm{d}I}{2\pi r}$$

根据对称性： $\boldsymbol{B_y}=0$

$$\mathbf{d}B_x=\mathbf{d}B\cos\theta=\frac{\mu_o dI\cos\theta}{2\pi r}$$

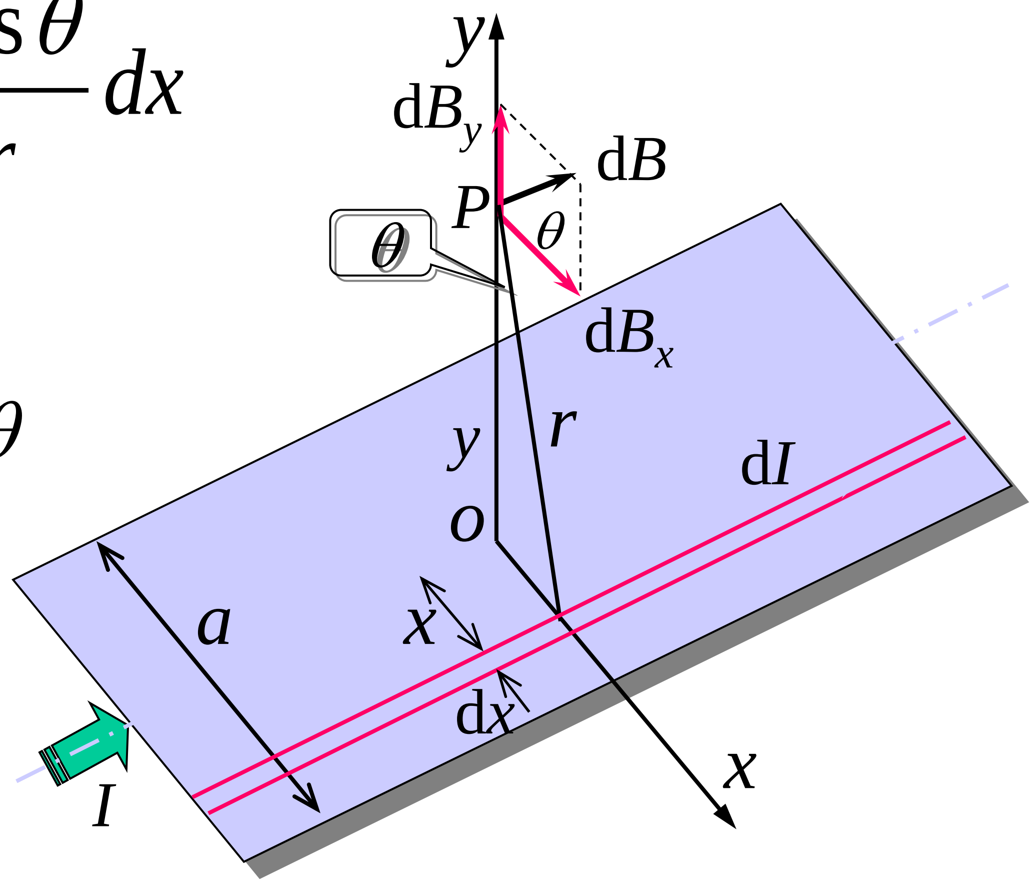
$$\mathrm{d}I=\frac{I}{a}\mathrm{d}x$$

$$\mathbf{d}B_x=\mathbf{d}B\cos\theta=\frac{\mu_o I\cos\theta}{2\pi ar}dx$$

$$\mathbf{d}B_x = \mathbf{d}B\cos\theta = \frac{\mu_o I\cos\theta}{2\pi a r}dx$$

$$r = \frac{y}{\cos\theta} \qquad x = y\,tg\,\theta$$

$$\mathrm{d}x = \frac{y}{\cos^2\theta}\mathrm{d}\theta$$

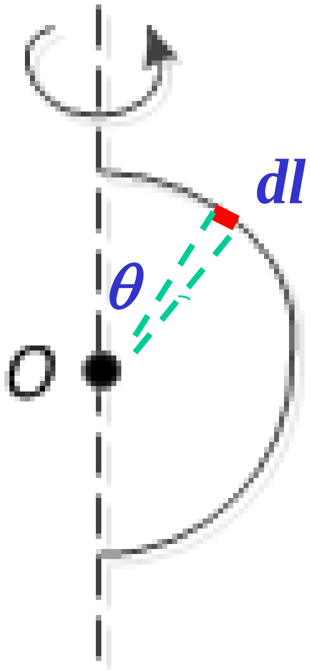


$$\mathbf{d}B_x = \frac{\mu_o I\mathbf{d}\theta}{2\pi a}$$

$$B_x = \int\frac{\mu_o I\mathbf{d}\theta}{2\pi\quad a}$$

$$= \frac{\mu_o I}{2\pi\quad a}\int_{-\mathrm{ar}\,ctg\frac{a}{2y}}^{\mathrm{ar}\,ctg\frac{a}{2y}}\mathbf{d}\theta = \frac{\mu_o I}{\pi\quad a}arctg\frac{a}{2y}$$

补. 半径为r的均匀带电半圆环，电荷为q，绕过圆心O的轴以匀角速ω转动，如图所示，求圆心O处的磁感应强度。



解：半圆环上任取一线元dl，所带电量为

$$dq = \frac{q}{\pi \mathrm{r}} a d\theta = \frac{q}{\pi} d\theta$$

dq以匀加速作半径为rsinθ的圆周运动，形成圆环电流，则

$$dI = \frac{\omega}{2\pi} dq = \frac{\omega q}{2\pi^2} d\theta$$

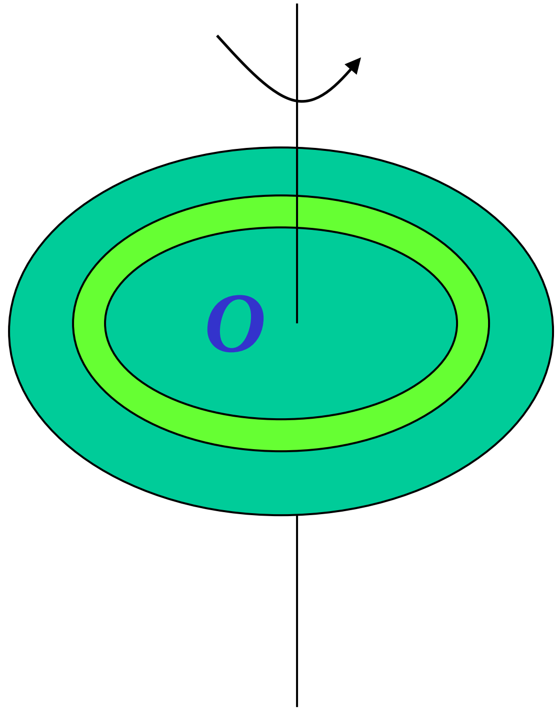
此微元在O点产生的磁场为

$$dB = \frac{\mu_0 \left(a \sin\theta\right)^2 dI}{2r^3} = \frac{\mu_0 \omega q}{4\pi^2 r} \sin^2\theta d\theta$$

磁场方向向上。显然，所有圆电流在O点产生的磁场均向上，故整个盘在O点产生的磁场为

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \omega q}{8\pi r}$$

补. 有一电介质盘表面均匀带正电*Q*，盘半径为a,盘绕垂直于盘面并通过圆心的轴转动，每秒*n*转，求盘中心处的磁感应强度。



解：带电盘绕固定轴转动，形成许多半径不等的圆电流，O点磁场正是由这些圆电流贡献的。如图，任取一圆环，半径为r，宽为dr，电流为dI，则

$$dI = n\sigma ds = n\frac{Q}{\pi a^2}2\pi r dr$$

此微元在O点产生的磁场为

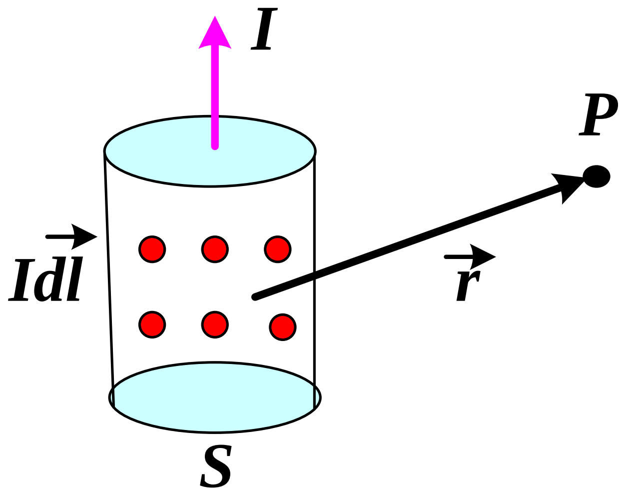
$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{\mu_0 nQ}{a^2}dr$$

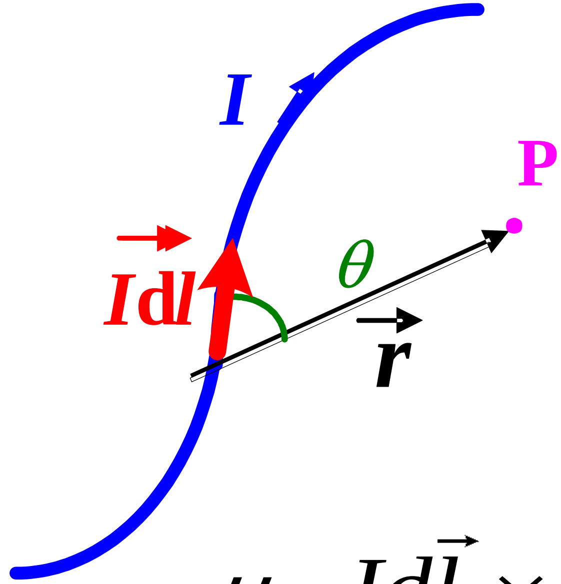
磁场方向垂直盘面向上。显然，所有圆电流在O点产生的磁场均向上，故整个盘在O点产生的磁场为

$$B = \int dB = \int_0^a \frac{\mu_0 nQ}{a^2}dr = \frac{\mu_0 nQ}{a}$$

五、运动电荷的磁场

单位体积内载流子的数目为*n*,每个载流子的电量*q*,以平均速度*v*定向运动





$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

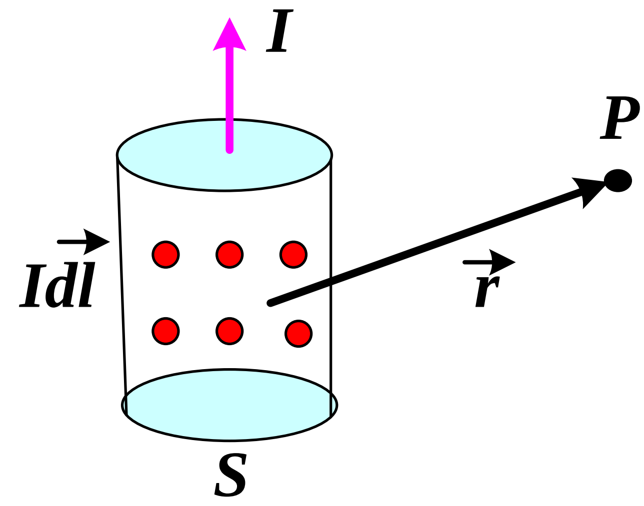
$$I = \frac{qnvtS}{t} = nqvS$$

电流元 $Idl = nqvSdl$

$$= qvdN$$

则有 $Id\vec{l} = q\vec{v}dN$

$$I d\vec{l} = q\vec{v} dN$$



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} dN$$

则一个载流子在P点产生的磁感应强度为

$$\vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

运动电荷的磁感应强度公式：

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{e}_r}{r^2}$$