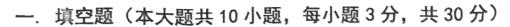
## 2020-2021 字牛界一子州

## 《高等数学 A》(上)期末考试题(A1)



1. 
$$\lim_{n \to \infty} \left( \frac{n^2 - 2}{n^2 + 3} \right)^{n^2} = \underline{\hspace{1cm}}.$$

2. 
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x + \sin x^4}{\cos^2 x \cdot \ln(1 + x^2)} = \underline{\hspace{1cm}}$$

3. 函数 
$$f(x) = \frac{\arcsin x + x^2}{x(x-1)}$$
 的可去间断点是\_\_\_\_\_\_.

4. 设函数 f(x), g(x) 都在 (-1,1) 上有定义,且都在 x = 0 点处连续,若

$$f(x) = \begin{cases} g(x)/x, & x \neq 0, \\ 2, & x = 0. \end{cases} \quad \text{if } g'(0) = \underline{\qquad}.$$

5. 设函数 
$$y = y(x)$$
 由方程  $e^{x+y} + \cos(xy) = 0$  确定,则  $\frac{dy}{dx} =$ \_\_\_\_\_.

6. 设 
$$F(x) = \frac{x^2}{x-2} \int_2^x f(t) dt$$
 , 其中  $f(x)$  连续且  $f(2) = 1$  , 则

$$\lim_{x\to 2} F(x) = \underline{\hspace{1cm}}$$

7. 
$$\int \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx = \underline{\hspace{1cm}}$$

8. 
$$\Re f(1) = \frac{1}{2}$$
,  $f'(1) = 0$   $\Re \int_0^1 f(x) dx = 2$ ,  $\Im \int_0^1 x^2 f''(x) dx = \underline{\qquad}$ 

9. 
$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 8} = \underline{\hspace{1cm}}$$

10. 微分方程 
$$y' = \frac{y(1+2x^2)}{x}$$
 的通解为\_\_\_\_\_\_

二(10 分) 设 f(x) 在  $(-\infty, +\infty)$  连续, 在 x = 0 处可导, 且 f(0) = 0, 令

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} \int_0^x t f(t) dt, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$$

(1) 试求 A 的值,使 F(x) 在  $(-\infty, +\infty)$  上连续; (2) 求出 F'(x) 并讨论其连续性.

三(10分)已知当 $x \to 0$ 时 $x - (a + be^{x^2})\sin x$  是关于x 的 5 阶无穷小, 求常数 a 和 b 的值.

四(12分)证明不等式:

(1) 当 
$$x > 0$$
 时  $(1+x) \ln^2(1+x) < x^2$ ;

(2) 当 
$$x \in (0,1)$$
 时  $\frac{1}{\ln(1+x)} - x > \frac{1}{\ln 2} - 1$ .

五(12分) 求不定积分.

(1) 
$$\int \frac{dx}{(2x^2+1)\sqrt{x^2+1}};$$

(2) 设 
$$\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$
.

六(12分) 过曲线  $y=\sqrt[3]{x}$   $(x\geq 0)$  上点 A 作切线, 使该切线与曲线及 x 轴围成的平面图形 D 的面积  $S=\frac{3}{4}$ .

(1) 求点 A 的坐标; (2) 求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

七(14分)设
$$f(x)$$
, $g(x)$ 满足 $f'(x) = g(x)$ , $f(0) = 1$ 且

$$g(x) = 1 + \int_0^x [6\sin^2 t - f(t)]dt$$

求 f(x) 和 g(x).