第二章 质点动力学

§ 2.1 牛顿运动定律

§ 2.2 惯性系与非惯性系

§ 2.3 功与能

§ 2.4 动量定理与动量守恒定律

§ 2.5 角动量定理与角动量守恒定律

§ 2.1 牛顿运动定律

一、牛顿运动定律

- 动力学是研究物体与物体之间的相互作用以及由于这种相互作用而引起的物体运动状态的变化规律
- 牛顿三个基本运动定律是整个动力学的基础

胡克

第一定律：

任何物体都保持**静止**或**匀速直线运动**状态，直到有**力**迫使其改变这种状态为止

质点处于静止或匀速直线运动状态时：

$$\sum \vec{F}_i = 0$$ —— **静力学基本方程**

- **牛顿运动定律中的物体指的是质点或作平动的物体。**

➢ **惯性：** **物体具有保持其运动速度不变的性质**

➢ **力：** **是迫使物体运动状态发生变化产生加速度的原因**

➢ **惯性系：** **惯性定律在其中严格成立的参考系叫惯性参考系，简称惯性系**

第二定律：

物体受合力F作用时，其动量将发生改变，某时刻物体动量随时间的变化等于该物体所受的合外力。

$$\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt}$$

- **m为常量时，牛顿第二定律可表示为**

$$\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt}=\frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=m\vec{a}$$

●瞬时性 —— 第二定律是一个瞬时关系式

●矢量性 —— （矢量叠加定理）

●质量是物体惯性大小的量度 —— 惯性质量

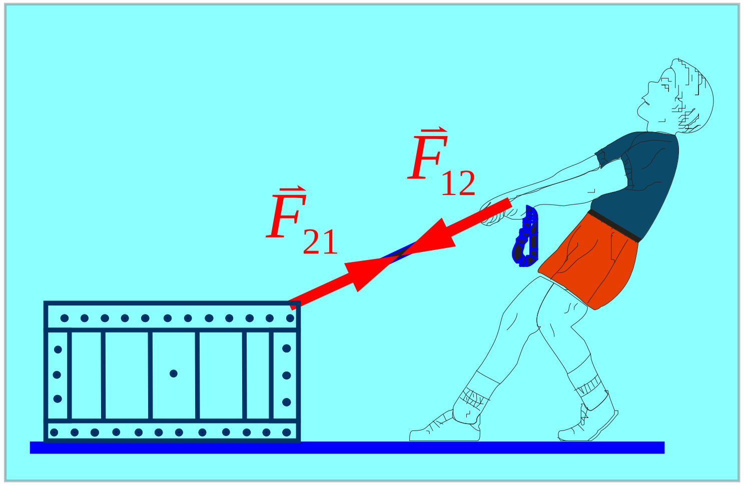
直角坐标系中 $F_x=ma_x \quad F_y=ma_y \quad F_z=ma_z$

自然坐标系中 $F_t=ma_t=m\dfrac{dv}{dt} \quad F_n=ma_n=m\dfrac{v^2}{\rho}$

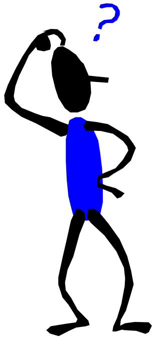
第三定律：

两个物体间的相互作用力总是等值、反向且沿着同一直线。

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



- **成对性——物体之间的作用是相互的；**
- **一致性——作用力与反作用力性质一致；**
- **同时性——相互作用之间是相互依存，同生同灭。**



思考：马拉车时，为什么是马把车拉动，而不是车把马拉动？

二、单位和量纲

单位

基本单位(SI)

秒(s)、米(m)、千克(kg)

安培(A)、开(k)、摩尔(mol)

坎德拉(发光强度单位)

还有两个辅助单位：

平面角单位，弧度，rad

立体角单位，球面度，sr

导出单位　基本单位的组合

量纲

- 基本量：秒(s)、米(m)、千克(kg)
  T　L　M
- 导出量：用T、L和M的幂次组合表示

表示方法：

$$[F] = MLT^{-2}$$

量纲中有一类特殊的量纲：量纲指数为零的物理量，称为**无量纲量**，比如弧度，摩擦系数等。

作用：

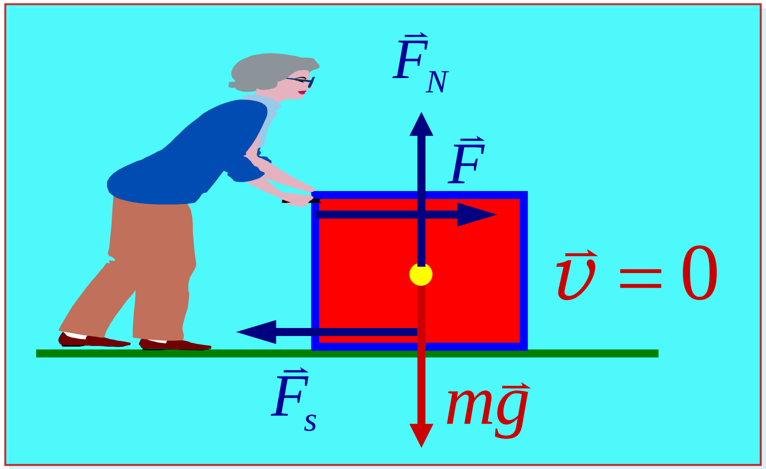
（1）便于不同单位制间的单位换算。

（2）验证公式。

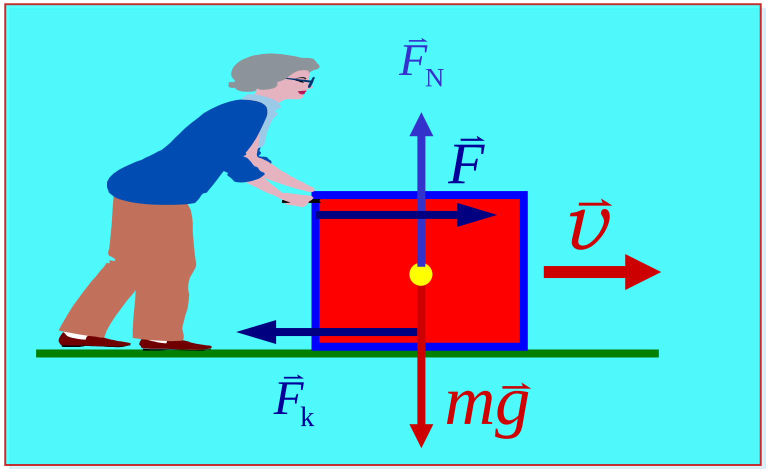
（3）还可以帮助我们在探讨新规律时作定性分析。

三、几种常见的力

力学中
万有引力、重力、
弹力、摩擦力



<u>静摩擦力</u>　　$F_{smax}=\mu_s F_N$



<u>滑动摩擦力</u>　　$F_k=\mu_k F_N$

自然界中的四种基本自然力

1）万有引力2）电磁力 3）强力 4）弱力

四、牛顿定律应用举例

已知质点的运动方程或任意时刻的速度和加速度，求质点所受的力。……微分法

$$\vec{r},\vec{v} \xrightarrow{\text{求导数}} \vec{a}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \Longrightarrow \vec{F}=m\vec{a}$$

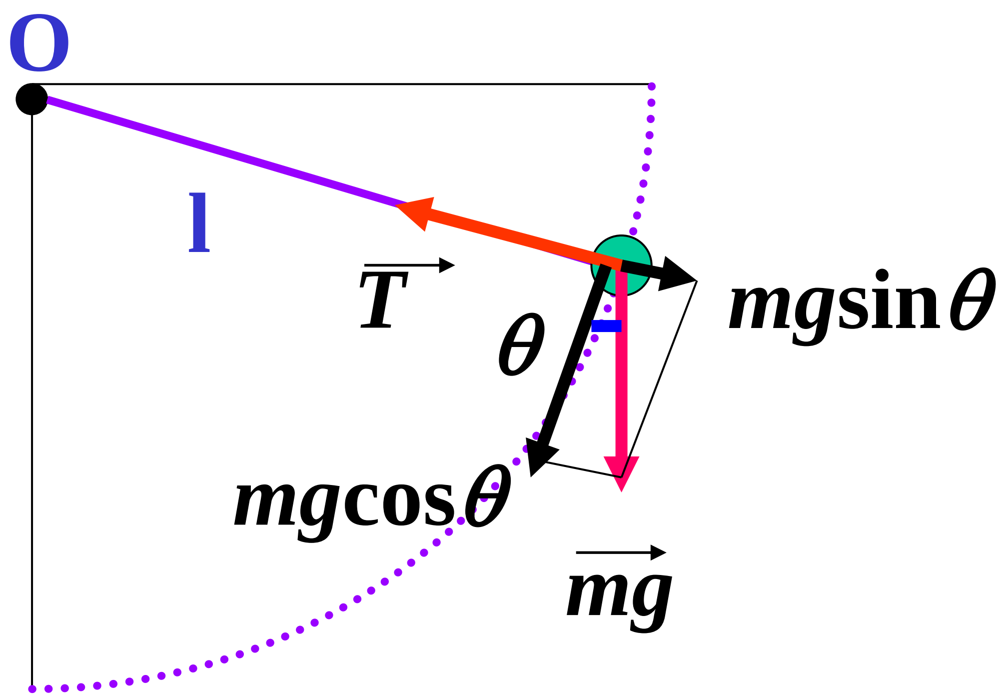
已知质点受到的力，求质点的运动方程、位置、加速度、速度。……积分法

$$\vec{F}=m\vec{a} \Longrightarrow \vec{a}\Rightarrow\vec{v}\Rightarrow\vec{r}$$

解题思路：

- **认物体(研究对象m)**
- **看运动**
- **分析力(求合力)**
  画出物体受力图
- **列方程**
  (选坐标，列*<u>原始</u>*方程)

例1 已知l长的绳端拴一质量m的小球(另一端固定在o点)，自水平位置由静止释放。求球摆至任一位置时，球的速度及绳中的张力。



解：物体： $\boldsymbol{m}$

受力：张力$\overrightarrow{\boldsymbol{T}}$ 重力$\overrightarrow{\boldsymbol{mg}}$

受力图：

矢量方程： $\vec{T}+\overrightarrow{mg}=m\vec{a}$

分量方程(自然坐标)

$$T-mg\sin\theta=ma_n \qquad (1)$$

$$mg\cos\theta=ma_t \qquad (2)$$

$$a_n=\frac{v^2}{l} \qquad (3)$$

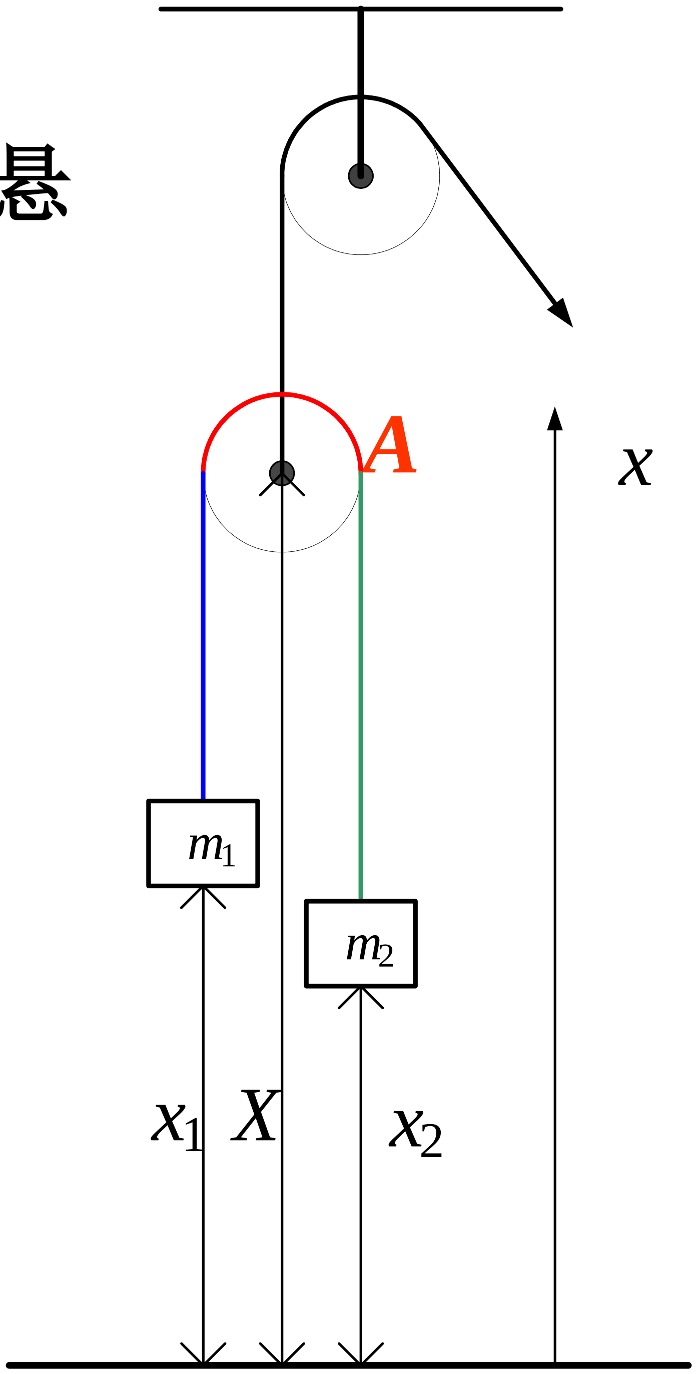
$$a_t=\frac{dv}{dt} \qquad (4)$$

$\Rightarrow$

$$\boldsymbol{\upsilon=(2g\,l\,\sin\theta)^{1/2}}$$

$$\boldsymbol{T=3mg\sin\theta}$$

例2 一个滑轮系统，如图，A滑轮的加速度为a，两边分别悬挂质量为m_1和m_2的两个物体，求两个物体的加速度。



解：物体： m

选定竖直向上为坐标系正方向

分别以m1和m2作研究对象，分析受力，得

m_1: $T - m_1 g = m_1 a_1 \quad (1)$

m_2: $T - m_2 g = m_2 a_2 \quad (2)$

注意：**连接m_1和m_2二者的绳长固定不变**

$$l = \pi R + (X - x_1) + (X - x_2) = \mathrm{constant}$$

$$2\ddot{X} - \ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 = 0$$

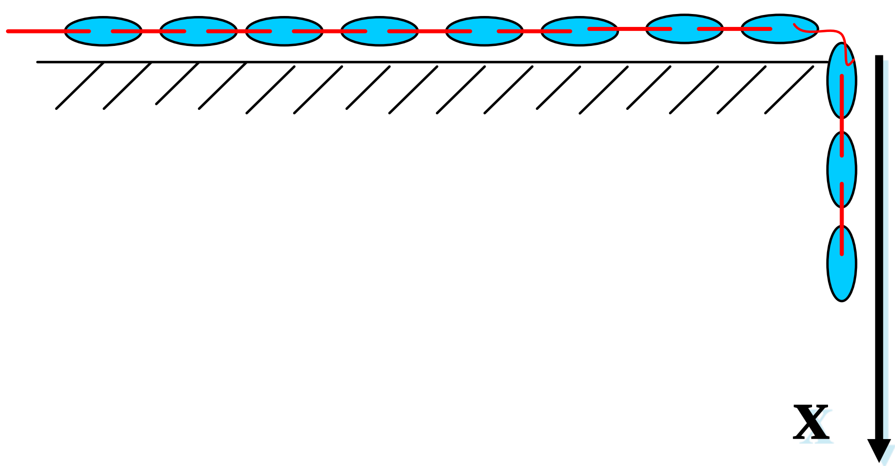
$$2a = a_1 + a_2 \quad (3)$$

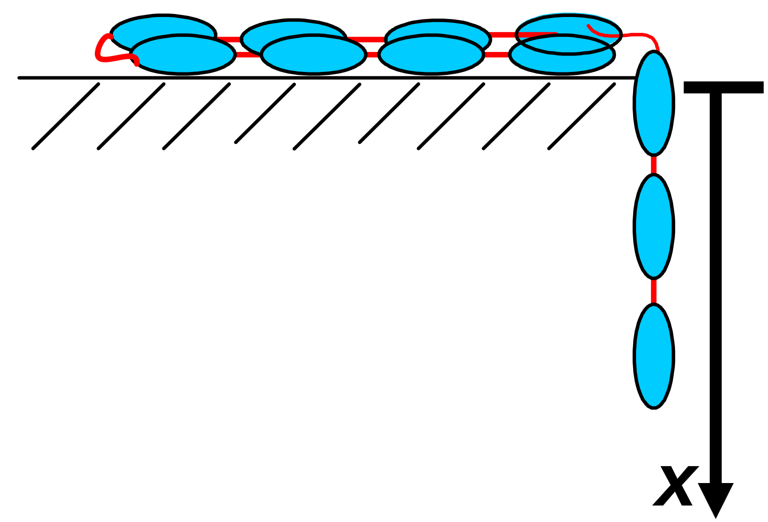
联立(1)(2)(3)可得结果

例3 一条质量为m，长为L的均质链条,放在一光滑的水平桌面上,链子的一端有极小的一段长度被推出桌子边缘,在重力作用下开始下落,试求在下列两种情况下,链条刚刚离开桌面时的速度:

(1)在刚开始下落时,链条为一直线形式;

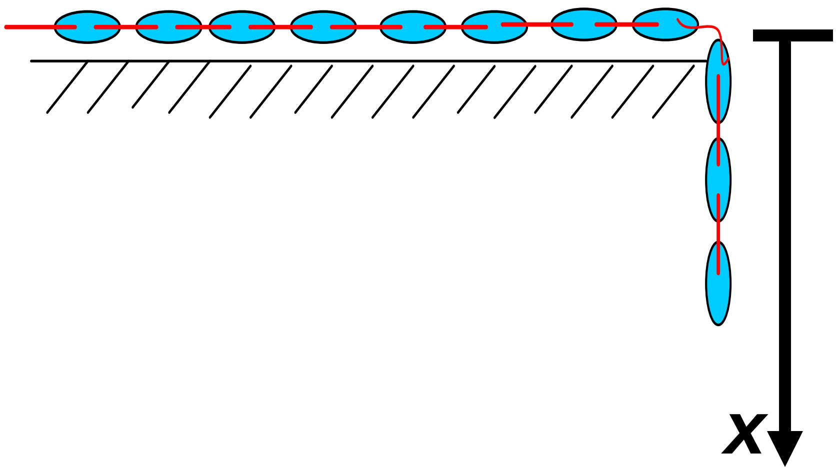
(2)在刚开始下落时,链条盘在桌子的边缘,假定链条未脱离桌面的那一部分的速度一直保持不变。





解：（1）链条在运动过程中，其各部分速度、加速度相同，根据牛顿定律，有

$$F=\frac{dP}{dt}=ma$$



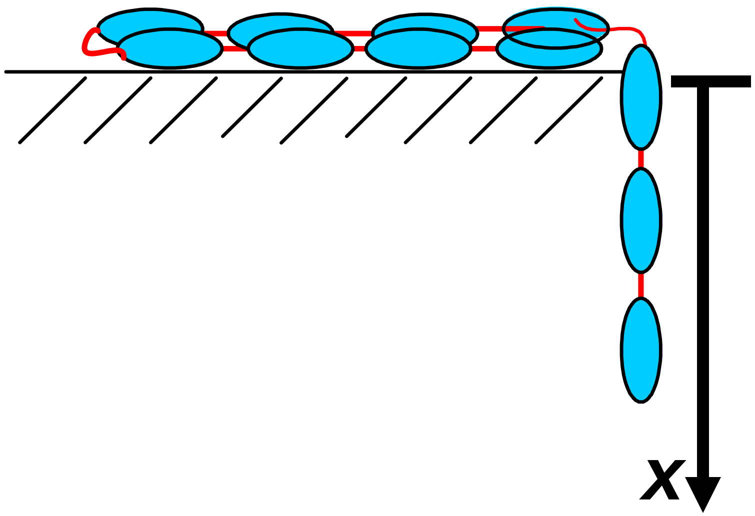
$$\frac{mg}{l}x=ma$$

$$\frac{mg}{l}x=m\frac{dv}{dt}=m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{mg}{l}x=mv\frac{dv}{dx}$$

$$v=\sqrt{gL}$$

（2）设链条下落部分的长度为x，只有这一部分有加速度，其余部分仍静止，根据牛顿定律，注意到此时落下部分质量是变化的，则



$$F=\frac{dP}{dt}=\frac{d(mv)}{dt}$$

$$x\frac{m}{l}g=\frac{d}{dt}\left(x\frac{m}{l}v\right)$$

$$xgdt=d(xv)$$

$$x^2gvdt=xvd(xv)$$

$$x^2gdx=d\left(\frac{1}{2}x^2v^2\right)$$

$$v=\sqrt{\frac{2}{3}gl}$$

§ 2.2 惯性系与非惯性系

一、惯性系

牛顿运动定律适用的参考系，称为惯性系

反之，称为非惯性系

哪些参考系是惯性系呢?

- **只能靠实验来确定**
- **相对已知惯性系匀速运动的参考系也是惯性系**
- **目前惯性系的认识情况是**

最好的惯性系： FK4系

是由1535个恒星平均静止位形作为基准的参考系

稍好点的惯性系： **太阳**

一般工程上可用的惯性系 **地球(地心或地面)**

太阳参考系是很好的惯性系

在此参考系中描述太阳系中星体的运动时，观察到的现象与牛顿定律给出的结果精确符合。

现代天文观测：太阳绕我们银河中心公转 的法向加速度

$$a \approx 1.8\times10\text{-}10\ \ \mathrm{m/s2}$$

地心参考系：

因地球公转，不是惯性系，但$a_{公转}$很小，是近似的惯性系。

$$a_{公转} \approx 6\times10^{-3}\mathrm{m/s^2}$$

地面参考系：

因地球自转，不是惯性系，但a自转很小，是近似的惯性系。

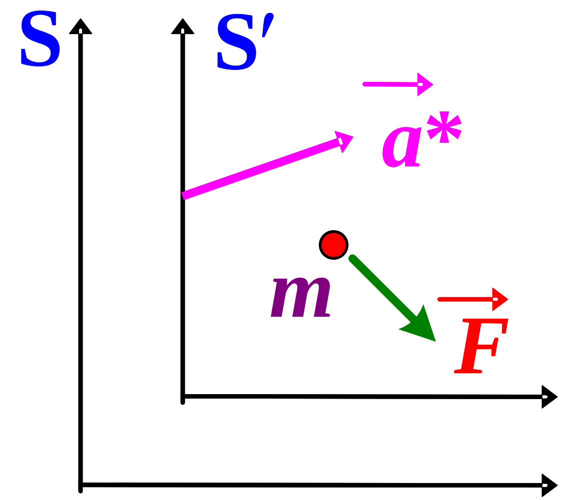
$$a_{自转} \approx 3.4\times10^{-2}\mathrm{m/s^2}$$

二、非惯性系

S—惯性系，S' --非惯性系

S'以$\vec{a}^*$相对S平动

m—受力$\vec{F}$(实际力)



相对S的加速度为$\vec{a}$，相对S'的加速度为$\vec{a}'$

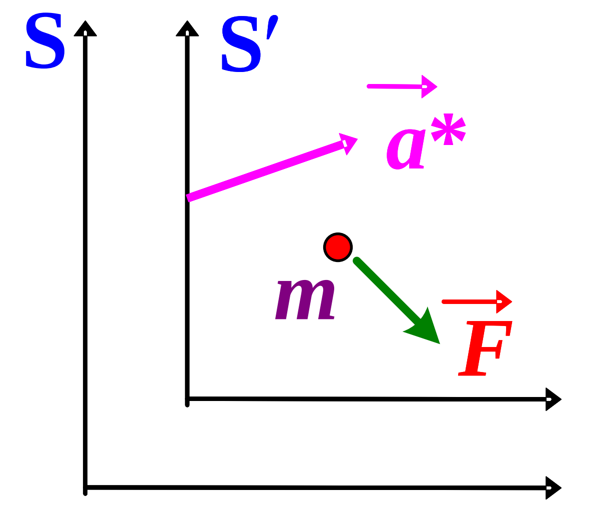
S中看 $\qquad \vec{F} = m\vec{a}$

S'中看 $\qquad \vec{F} \neq m\vec{a}'$ (牛顿定律不适用于非惯性系)

而 $\qquad \vec{F} = m\vec{a} = m\left(\vec{a}' + \vec{a}^*\right)$

$$\left(\vec{a}_{m对S} = \vec{a}'_{m对S'} + \vec{a}^*_{S'对S}\right)$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\left(\vec{a}' + \vec{a}^*\right)$$



则 $$\vec{F} - m\vec{a}^* = m\vec{a}'$$

引入惯性力 $\boxed{\vec{F}^* = -m\vec{a}^*}$

$$\vec{F} + \vec{F}^* = m\vec{a}'$$

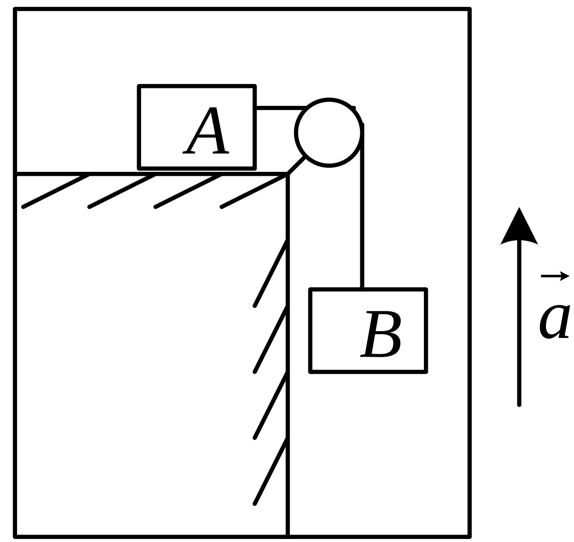
说明:

(1)在 S′系中，如认为m除受实际力$\vec{F}$ 外还受力$\vec{F}^*$,则在 S′中牛顿定律形式上成立。

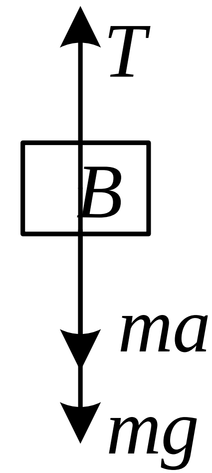
(2)惯性力$\vec{F}^*$---是虚构力，(是参考系的加速运动引起);

(3)无施力物体(无反作用力)；方向和$\vec{a}^*$方向相反。

例：一个以加速度大小 $a=\dfrac{1}{4}g$ 上升的升降机里，有一装置如图所示，物体A、B的质量相同，均为m，A与桌面之间的摩擦忽略不计，滑轮的重量忽略不计。试求，绳的张力



解：从升降机上看，即是以升降机作为参考系，这是非惯性参考系。在这个参考系中，分析**B**所受的力，有



$$mg+\frac{1}{4}mg-T=ma'$$

分析**A**有

$$T=ma'$$

两式联立，可得

$$a'=\frac{5}{8}g,T=\frac{5}{8}mg$$