第10章 机械波

第十章 机械波

§10.1 机械波的基本概念

§10.2 平面简谐波

§10.3 波的能量

§10.4 惠更斯原理与波的干涉

§10.5 驻波

什么是波

振动状态以一定速度在空间的传播就形成了波

◆ 波的分类：

1. 机械波 机械振动以一定速度在弹性介质中由近及远地传播出去，就形成机械波.

2. 电磁波 变化的电场和变化的磁场在空中的传播过程形成电磁波.

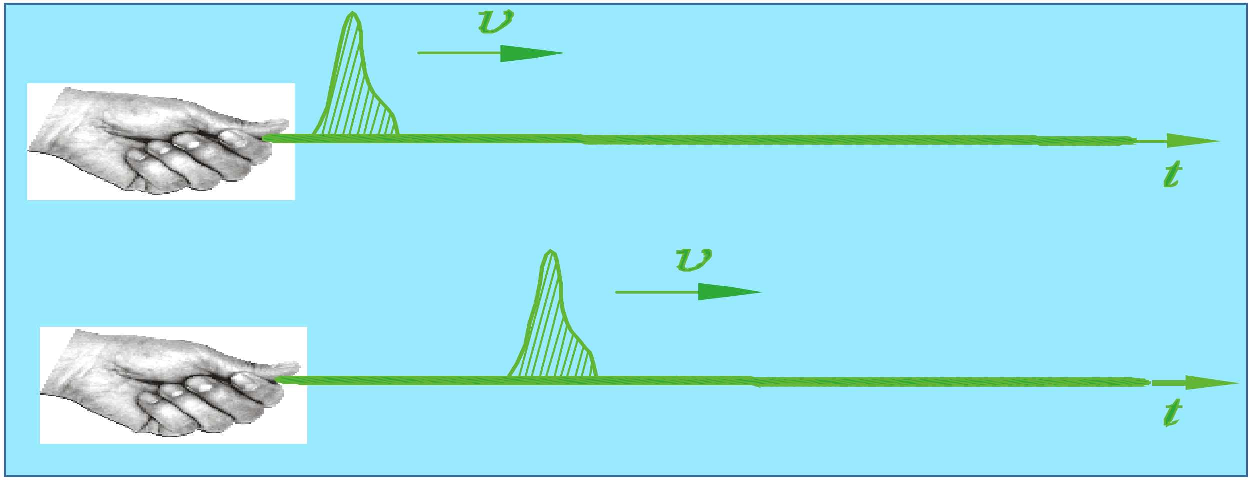
3. 物质波 物质波（也称概率波）是微观粒子的一种属性，具有完全不同的性质，遵从量子力学理论.

§10.1 机械波的基本概念

一、机械波的形成

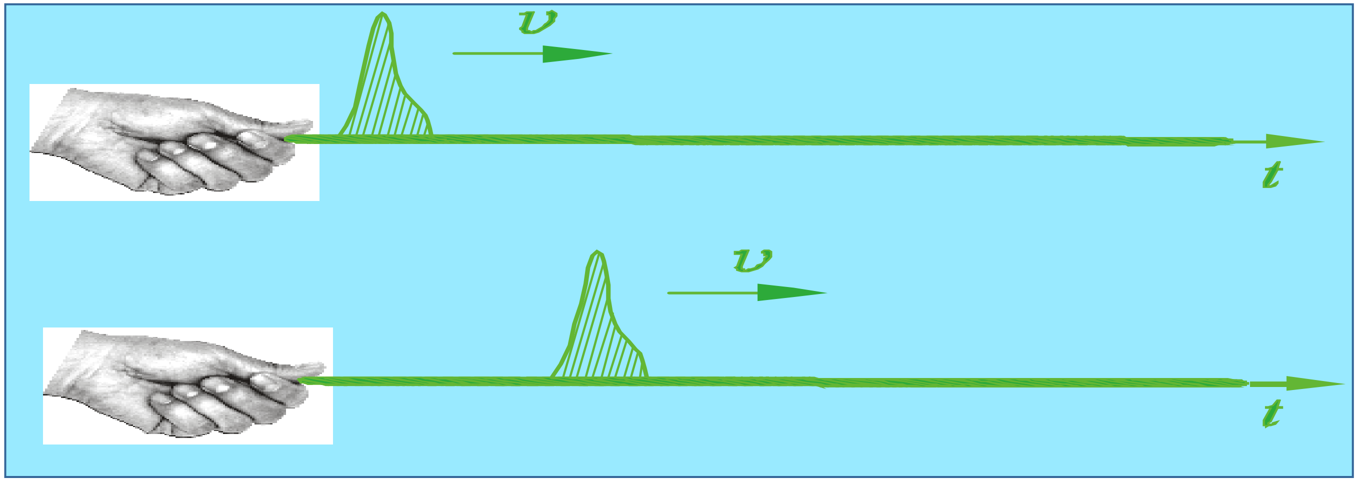
机械振动在媒质中的传播

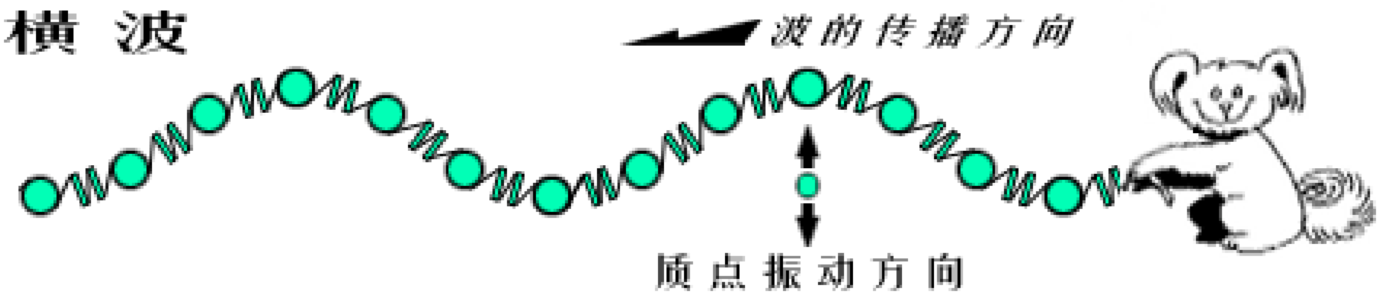
1.产生条件：(1)波源　(2)媒质



2.波的分类：横波 纵波

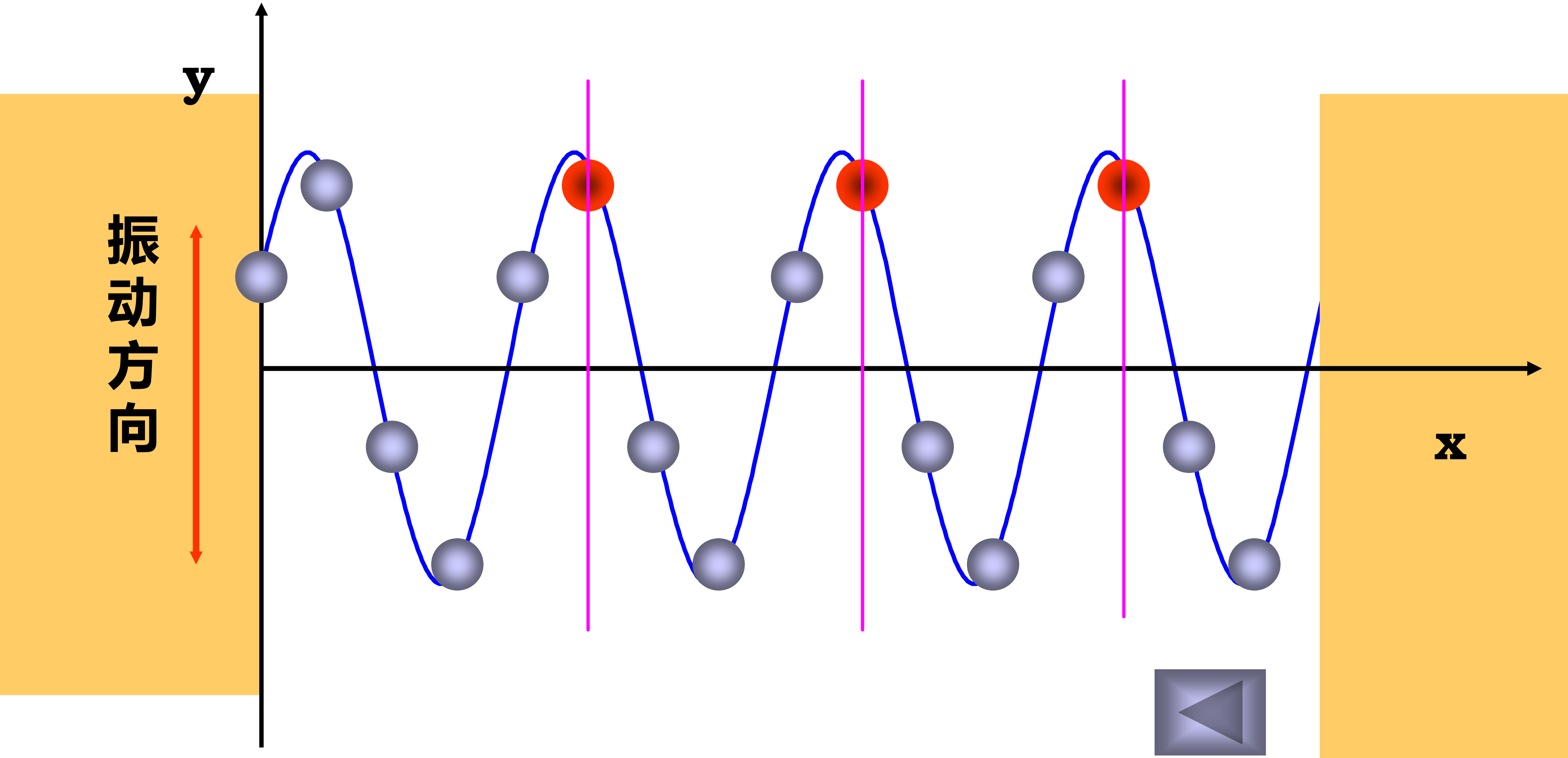
◆ 横波：介质质点的振动方向与波传播方向相互垂直的波；如柔绳上传播的波.



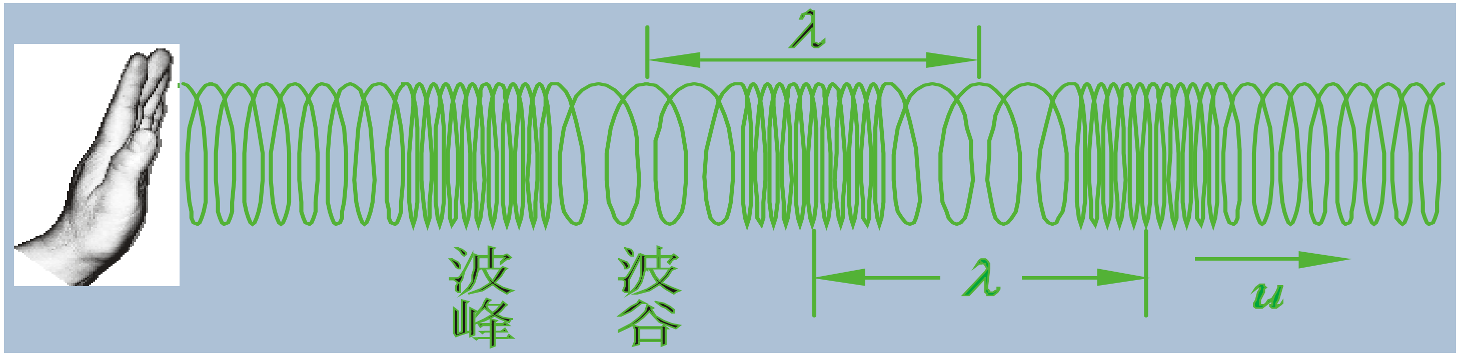


横波的波动过程

波的传播方向



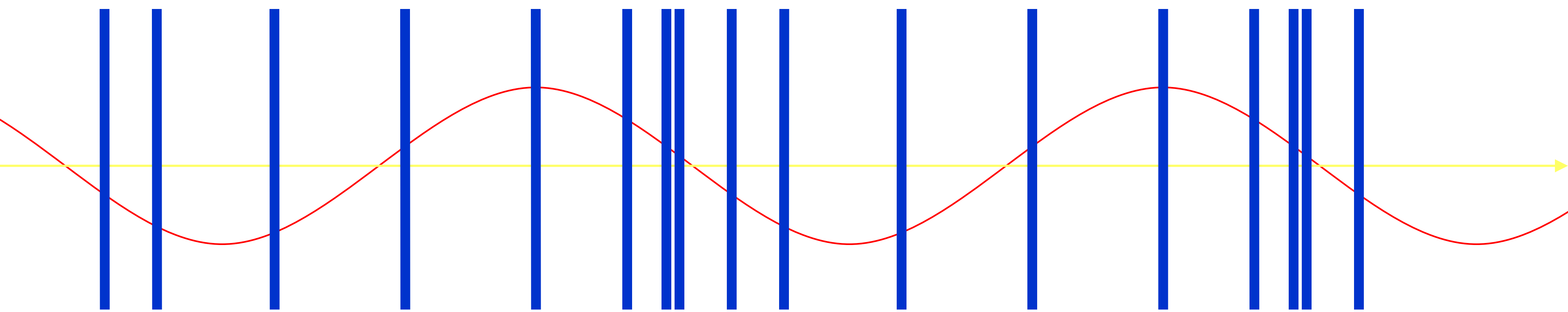
◆ **纵波：介质质点的振动方向和波传播方向相互平行的波；如空气中传播的声波.**



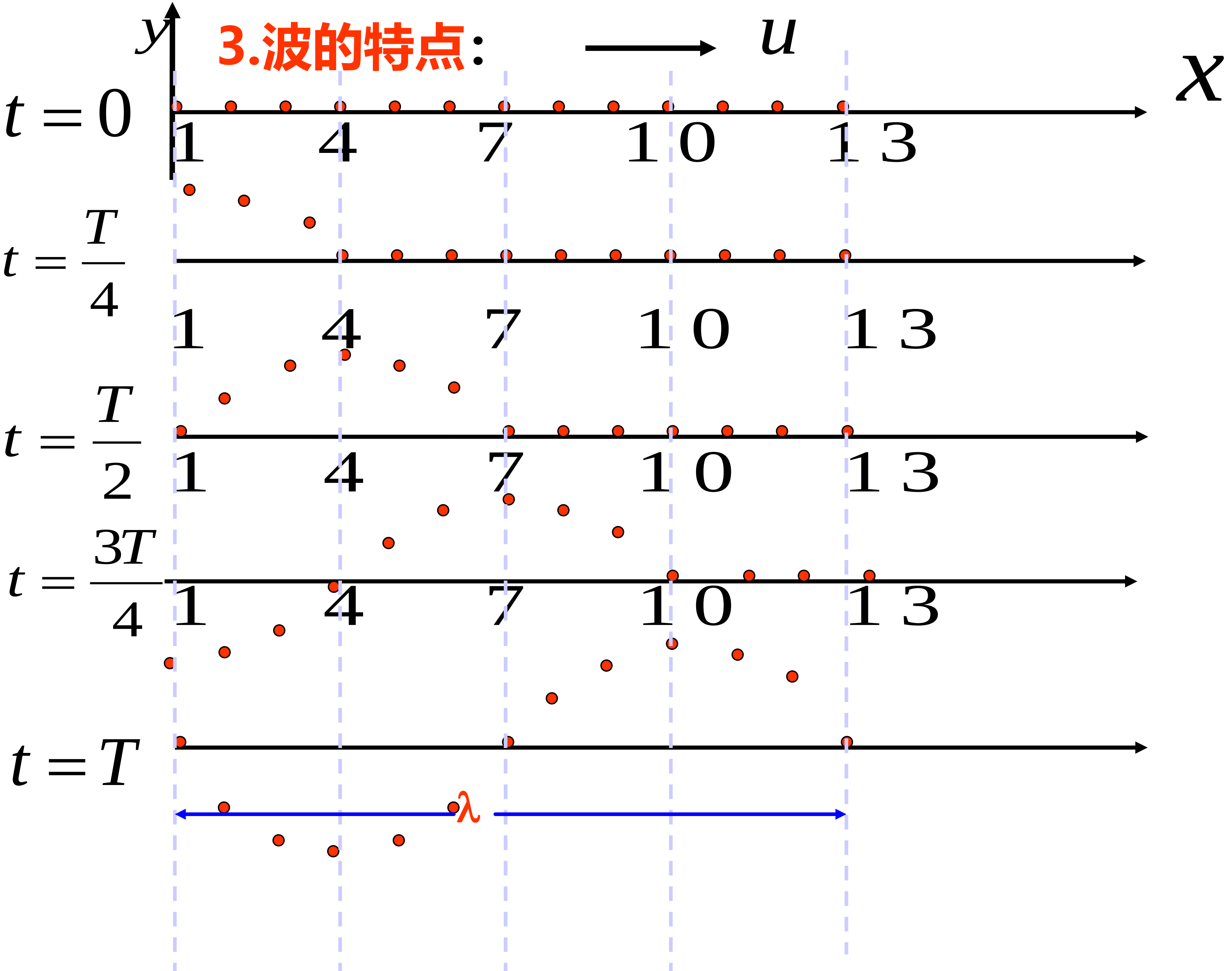
纵波的波动过程

波的传播方向

质点振动方向



3.波的特点：



(1)媒质中各质元都只在自己的平衡位置附近振动，并未“随波逐流”。波的传播不是媒质质元的传播。

(2)“上游”的质元依次带动“下游”的质元振动(依靠质元间的弹性力)。

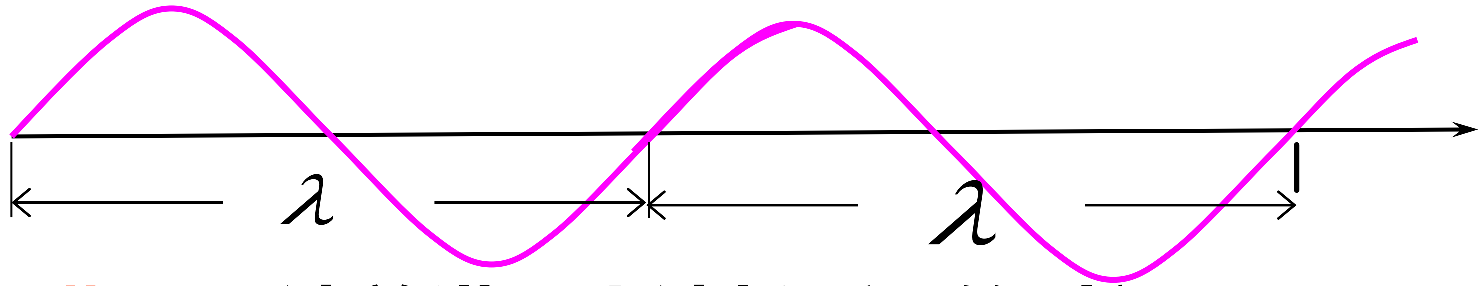
(3)某时刻某质元的振动状态将在较晚时刻于“下游”某处出现，这就是“波是振动状态的传播”的含义。

(4) 振动状态由相位决定，因此振动状态的传播也可以说成是“相位”的传播。

(5) 振动状态相同的点叫做“同相点”，相邻两同相点之间的距离为一个波长λ

二、描述机械波的物理量

1、**波长 λ**：波线上相位差为2π的相邻两点间的距离



2、**周期 T**：波前进一个波长所需的时间

3、**频率ν**：单位时间内波前进距离中完整波的数目

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad uT = \lambda$$

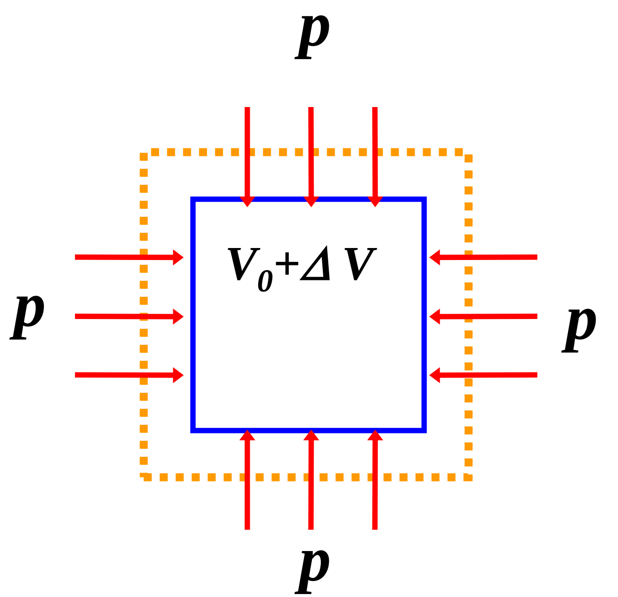
4、波速(相速)：振动状态（或相位）在空间的传播速度。

对于液体和气体 $u=\sqrt{\dfrac{B}{\rho}}$

B为容变弹性模量，ρ为质量密度。

理想气体： $u=\sqrt{\dfrac{\gamma p}{\rho}}$

液体和气体内只能传播纵波，不能传播横波。



容变

$$\Delta p=-B\frac{\Delta V}{V}$$

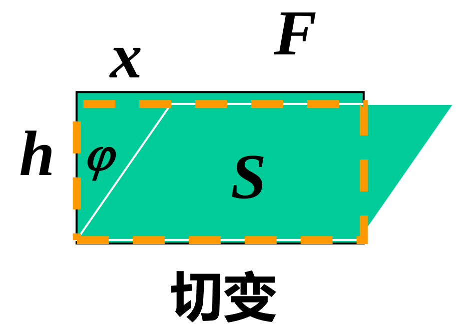
对于固体

横波： $u=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$ G为切变弹性模量。

纵波： $u=\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$

Y为杨氏弹性模量。

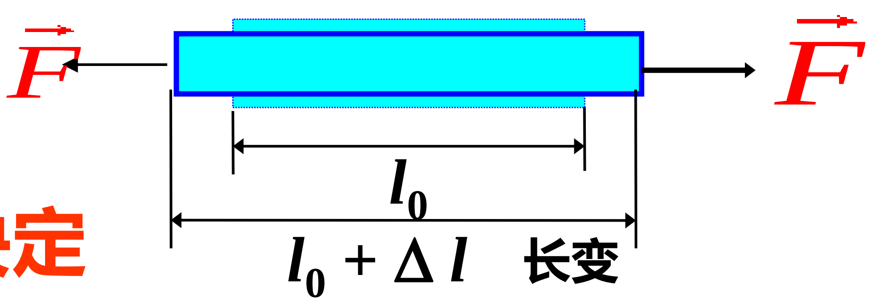
$$\frac{F}{S}=G\frac{x}{h}$$



对于绳索中的波速 $u=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

F为张力，μ为线密度。

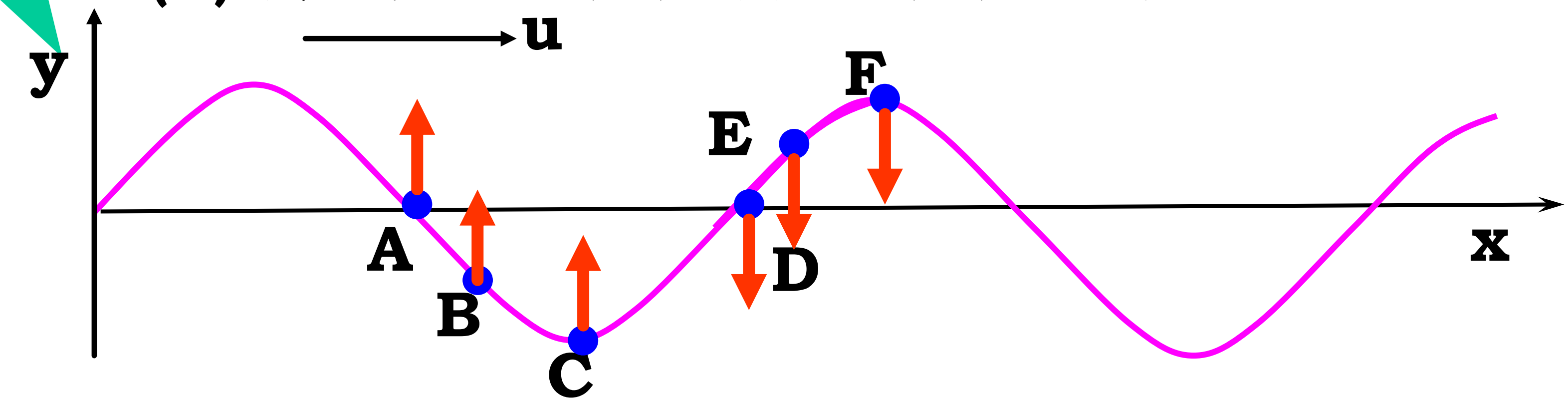
可见，波速由弹性媒质性质决定



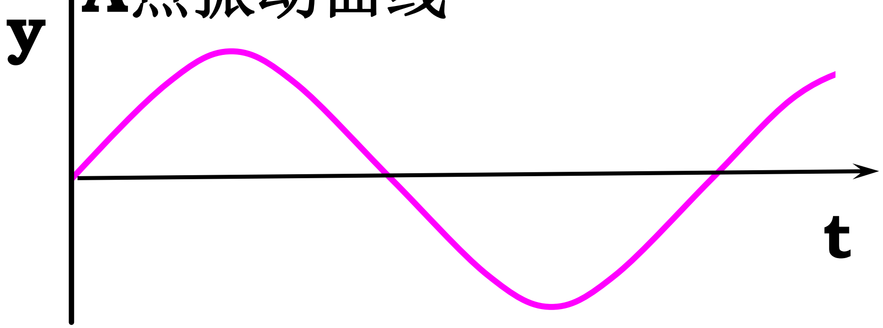
注意

(1) 波速u与质点的振动速度 $\frac{dy}{dt}$

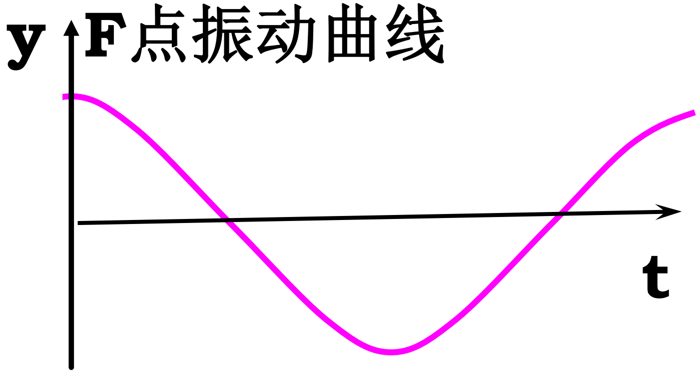
(2) 会画质点的振动方向和振动曲线



A点振动曲线



F点振动曲线

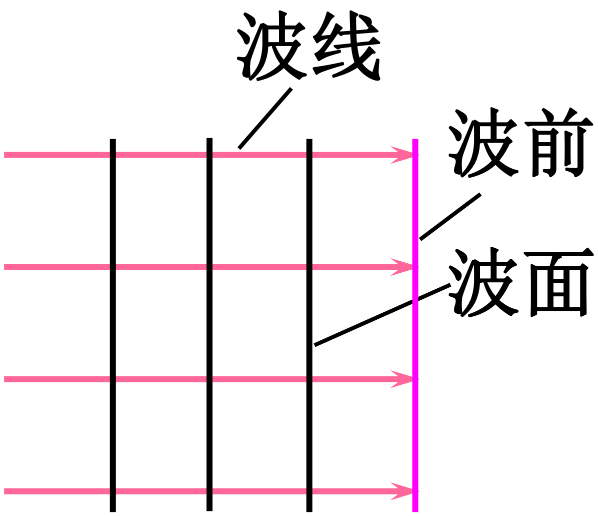


三、波的几何描述

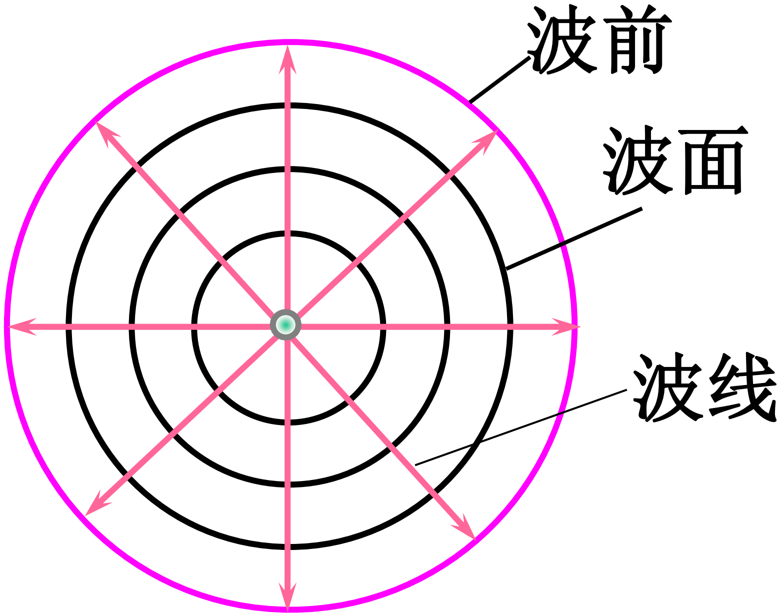
波线：表示波的传播途径和方向的有向线段。

波面：振动状态相同的点所构成的面。

波阵面（波前）：在最前面的那个波面。



平面波



球面波

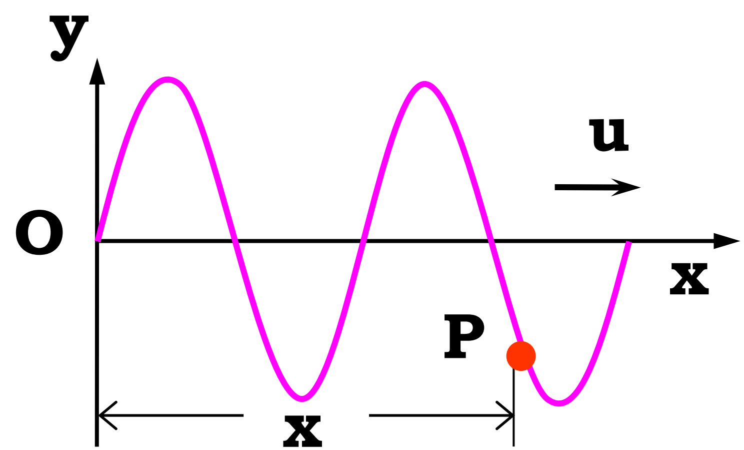
§10.2 平面简谐波

就是波源做简谐振动引起的平面波，称为平面简谐波

一、平面简谐波波函数

***O*点的振动方程：**

$$y_0(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$



P点的振动状态在时间上落后于*O*点： $\Delta t = \dfrac{x}{u}$

$t \qquad t + \dfrac{x}{u}$

$t - \dfrac{x}{u} \qquad t$

$$y_{P,t} = y_{O,t-\frac{x}{u}} = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$$

平面简谐波的波动方程（波函数）

$$y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\phi_0]$$

总结：建立波函数的过程：

(1)写出波在已知点的振动表达式；

(2)判断波的传播方向，一般给出，建立坐标系；

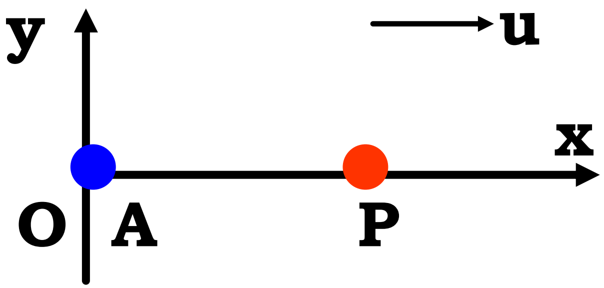
(3)在坐标轴上任选一点，看此点与已知点相位相比是超前还是落后；

(4)在已知的振动方程中，若任选的点超前就是“+”，落后就是“-”；

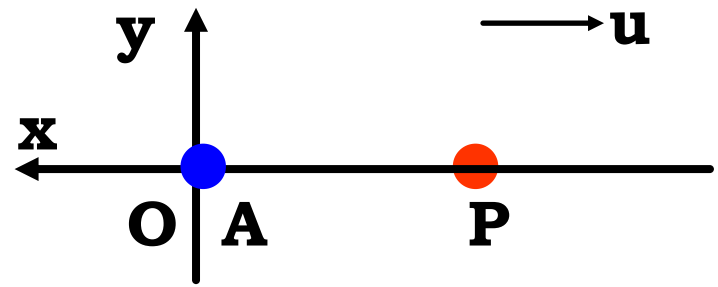
例：平面简谐波在空间传播，已知A点的振动规律为

$$y = A\cos[\omega t + \varphi_0]$$

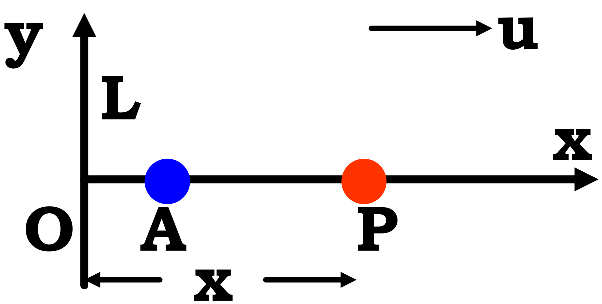
试就四种坐标选择，确定波动方程。



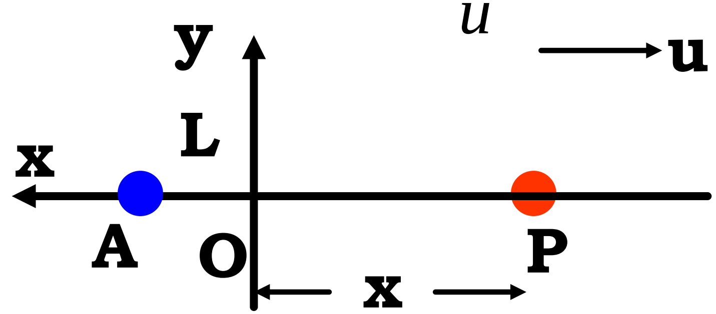
$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$



$$y = A\cos[\omega(t - \frac{-x}{u}) + \varphi_0]$$



$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x - l}{u}) + \varphi_0]$$



$$y = A\cos[\omega(t - \frac{l - x}{u}) + \varphi_0]$$

二、波函数的其他形式

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

由物理量的关系

$$uT = \lambda \qquad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \frac{\omega}{u} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{\lambda}{T}} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

多种表示方法:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0)$$

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

波数

$$y(x,t) = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0]$$

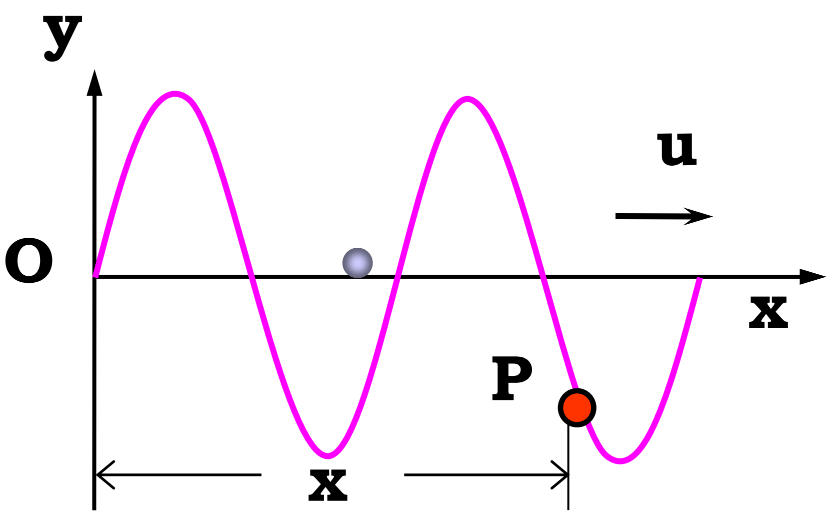
x前面的“-”号表示波的传播方向与x轴正方向相同

回顾比较

O点的振动方程：

$$y_0(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$



$$y(x,t) = A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0)$$

P点比O点相位落后了 $\dfrac{2\pi}{\lambda}x$

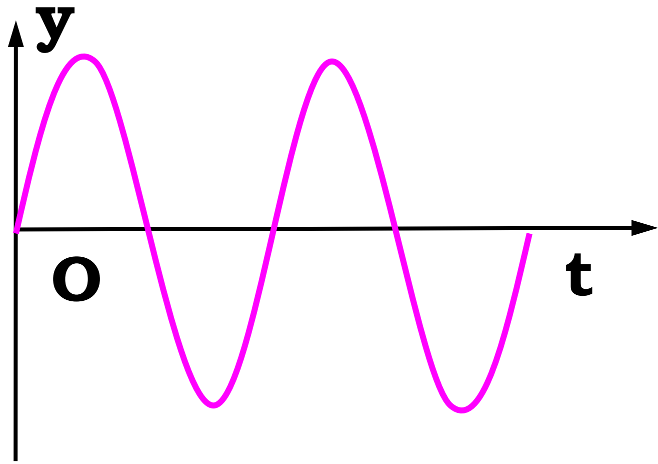
三、波函数的物理意义

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

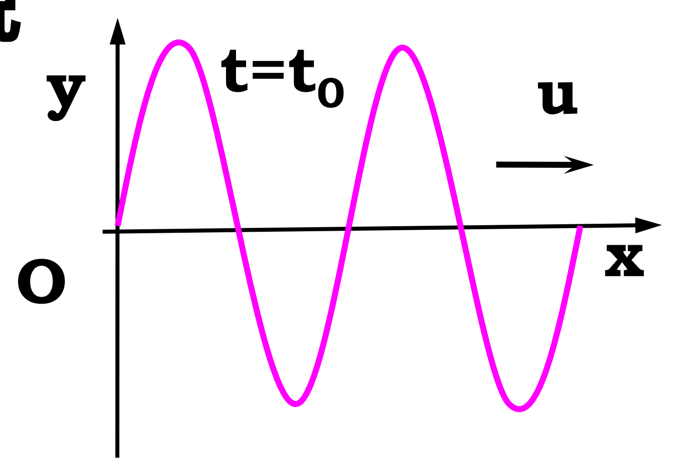
1、固定x，令x=x$_0$

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x_0}{u}) + \varphi_0]$$

$$= A\cos[\omega t - \frac{\omega x_0}{u} + \varphi_0]$$



描述的是：x$_0$点处质点的振动情况



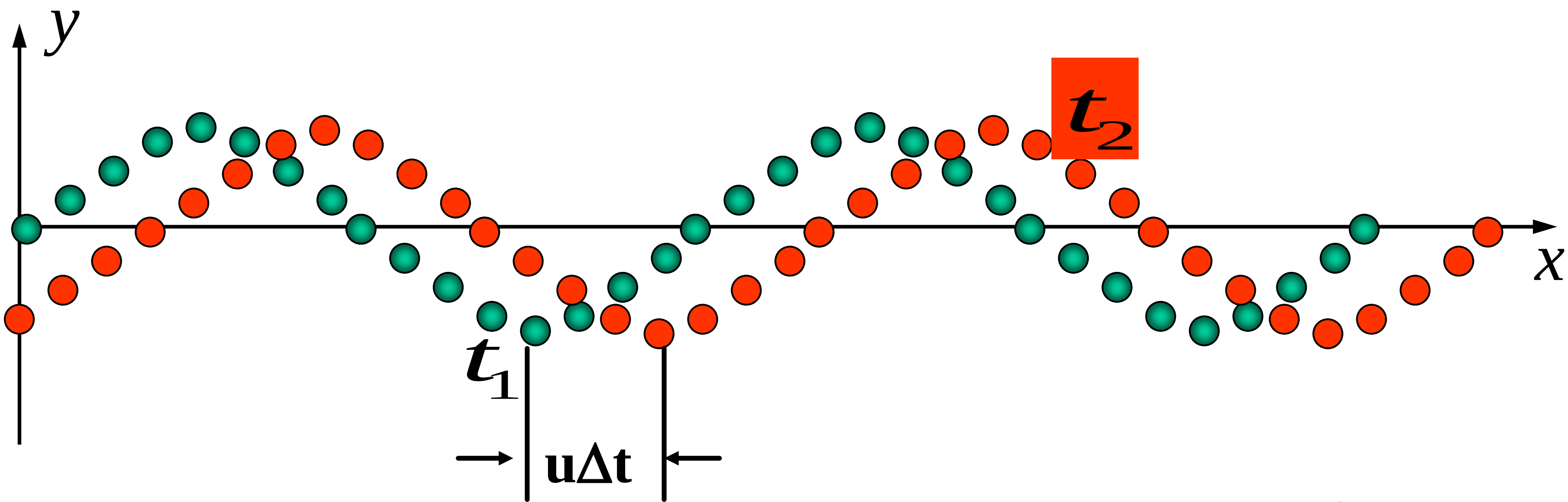
2、固定t，令t=t$_0$

$$y = A\cos[\omega(t_0 - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

描述的是：t$_0$时刻所有质点的运动情况

3、反映波是振动状态的传播

x **和** ***t*** **都在变化，表明各质点在不同时刻的位移分布.**



$$y = A\cos\omega(t - \frac{x}{u}) \Leftarrow y = A\cos\omega(t + \Delta t - \frac{x + u\Delta t}{u})$$

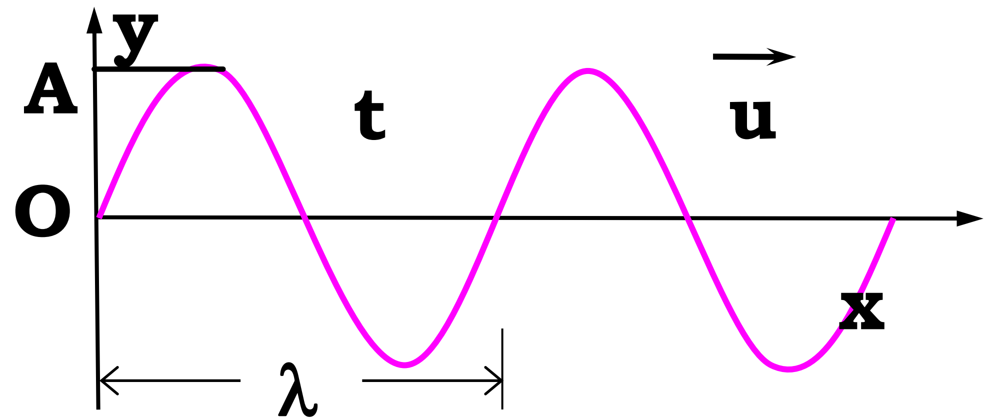
结论： t 时刻，x 处质点的振动状态经 Δt 时间传到了 $x + u\Delta t$ 处。

四、波函数、波形图与振动曲线的关系

<1> 由波动方程能画出相应的波形图和质点的振动曲线

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

<2> 由波形图能得到相应的波动方程，画出质点的振动曲线

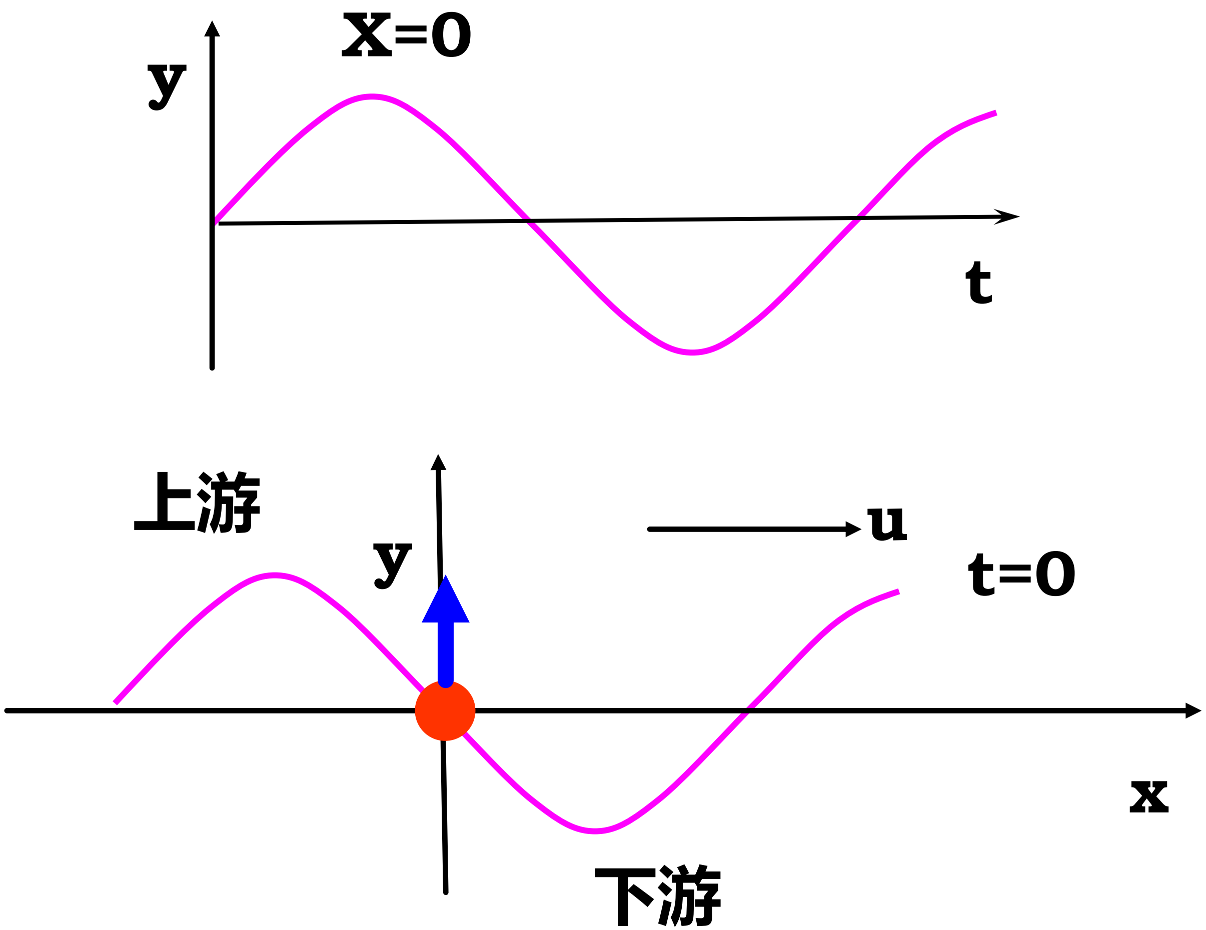


$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

$$uT = \lambda \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0)$$

<3> 由振动曲线得到波形图



五、波动方程的微分形式

$$y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0] \qquad y = A\cos[\omega t+\varphi_0]$$

将波函数分别对t和x求导

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right] \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2 A}{u^2}\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

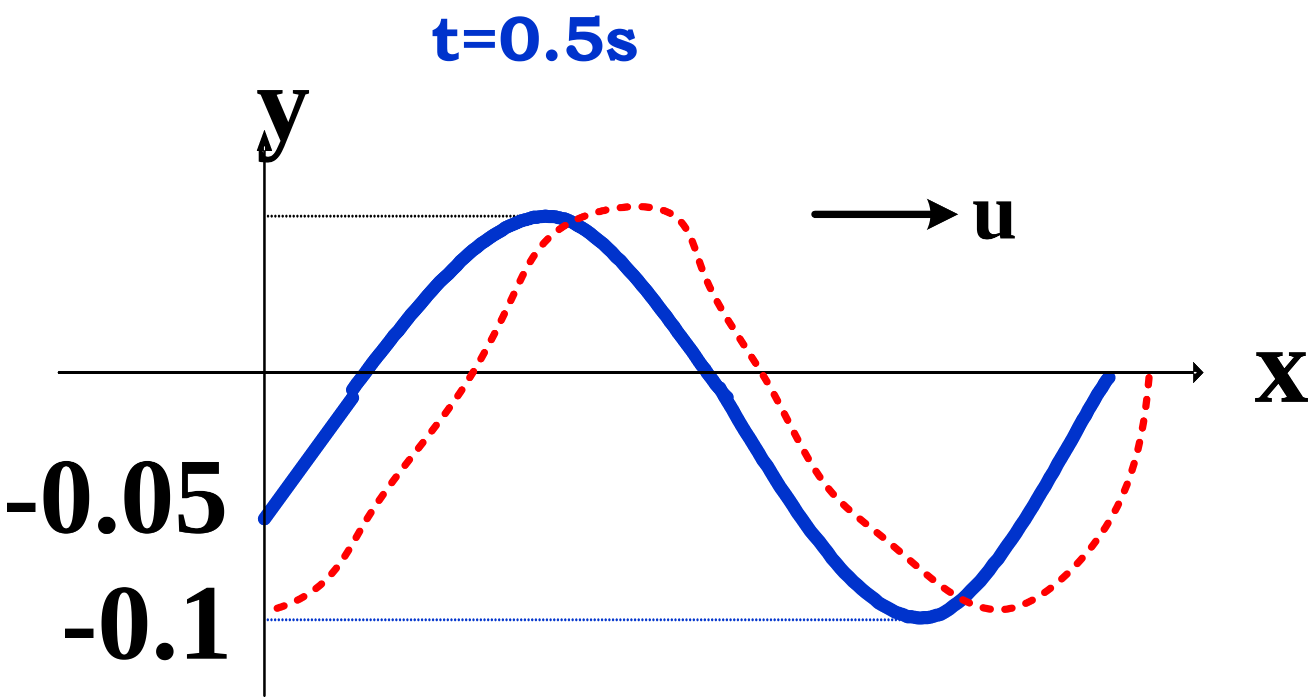
波动方程：

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

其通解为： $y = \Phi(t-\frac{x}{u}) + \Phi(t+\frac{x}{u})$

具有这种形式的波称为行波

例1 简谐波沿x轴正向传播，频率为 $\nu=0.5Hz$,波速为$u=18ms^{-1}$， $t=0.5s$时刻的波形如图,求波函数.



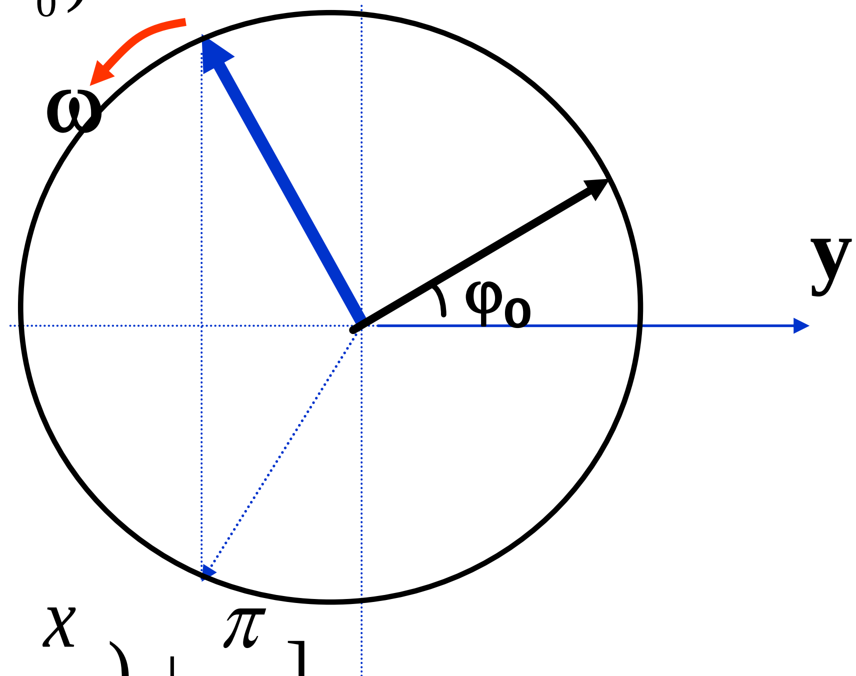
解：　设波函数为

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\phi_0)$$

已知A=0.1,ω=2πν=π，T=2s　则波长λ=uT=36m

故波函数为 $y(x,t)=A\cos(\pi t-\frac{\pi}{18}x+\varphi_0)$

令x=0，则 $y_O(x,t)=A\cos(\pi t+\varphi_0)$



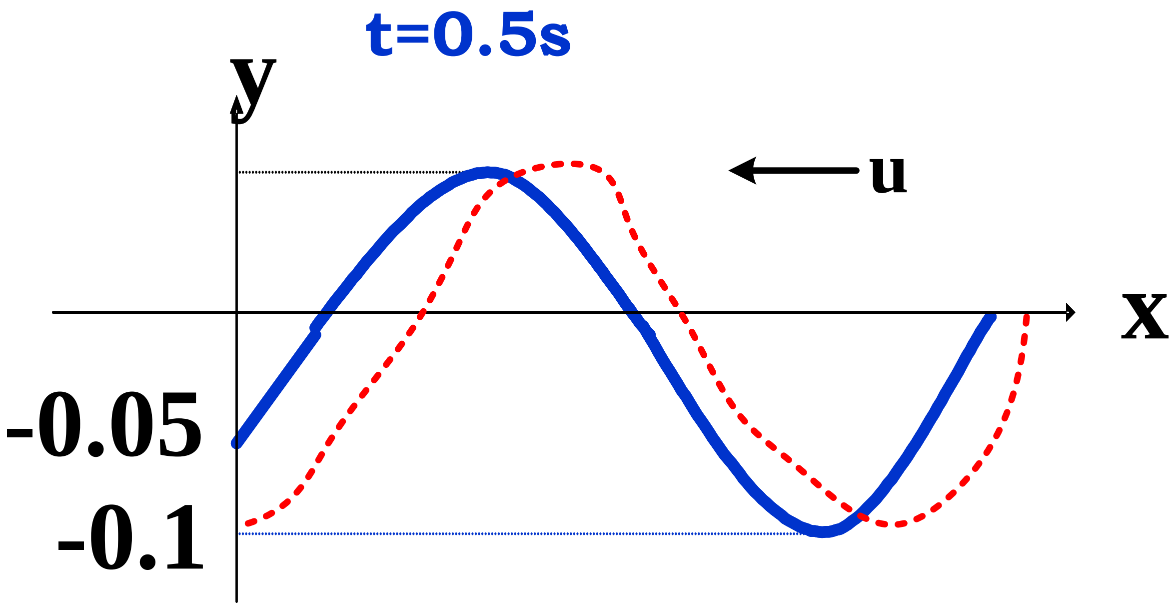
由旋转矢量法可判断出

$$\varphi_0=\frac{\pi}{6}$$

故波函数为

$$y(x,t)=0.1\cos[\pi(t-\frac{x}{18})+\frac{\pi}{6}]$$

例　简谐波沿x轴负向传播，频率为 ν=0.5Hz,
波速为**u=18ms^{-1}，　t=0.5s**时刻的波形如图，
求波函数.



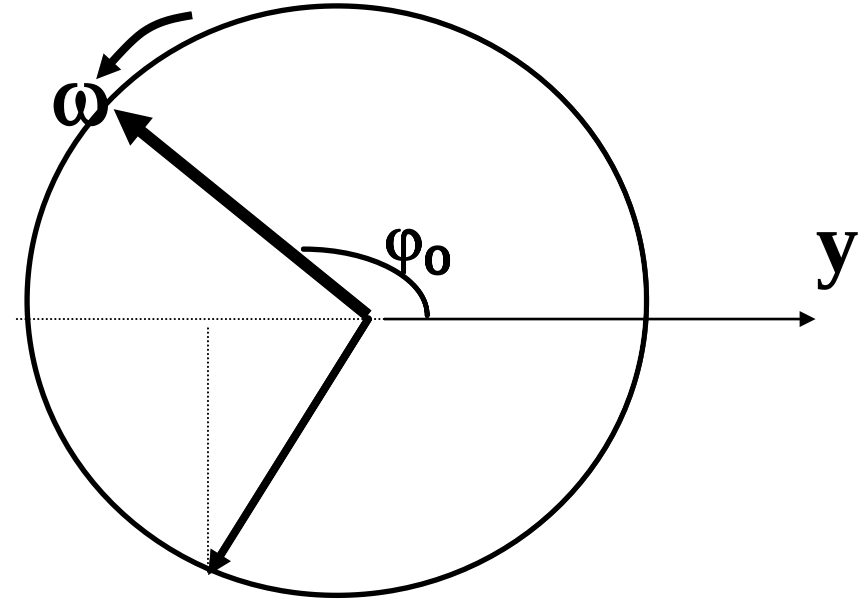
解： 设波函数为 $$y(x,t)=A\cos(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x+\phi_0)$$

已知**A=0.1,ω=2πν=π，T=2s**

则波长**λ=uT=36m**

故波函数为 $$y(x,t)=A\cos(\pi t+\frac{\pi}{18}x+\varphi_0)$$

令x=0，则 $$y_O(x,t)=A\cos(\pi t+\varphi_0)$$



由旋转矢量法可判断出

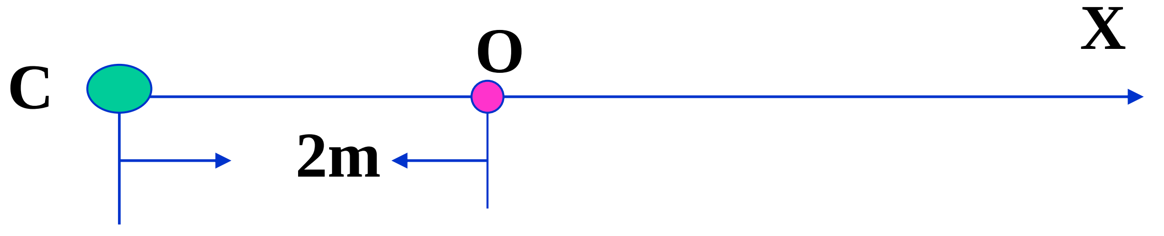
故波函数为

例2平面简谐波以400ms^{-1}的速度沿一直线传播,

已知C点的振动周期为0.01s,振幅为A=0.01m.

以C点振动经过平衡位置向正向运动时作为

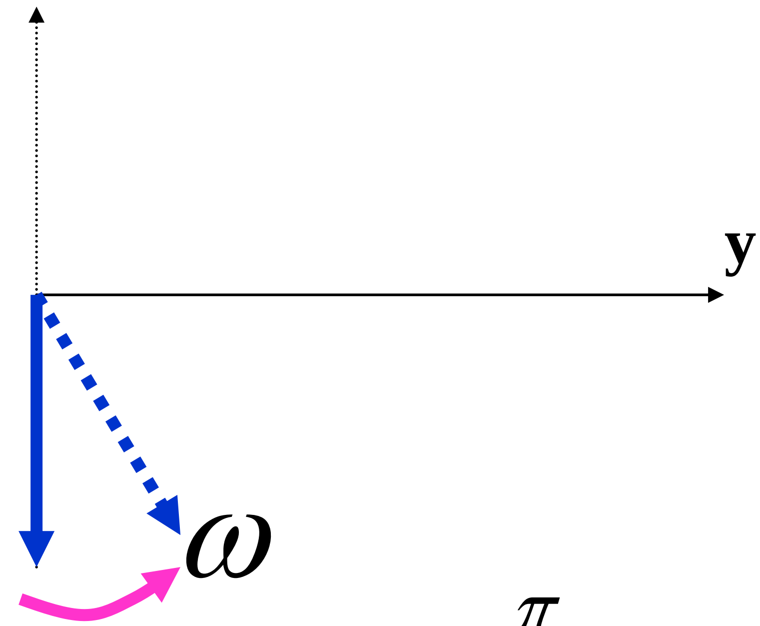
记时起点,求:以距C点2m处为坐标原点写出波函数.



解:C处振动函数为: $y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

这里A=0.01, $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 200\pi$

由旋转矢量图可判断出:



$$\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$$

于是C处的振动方程为: $y = 0.01\cos(200\pi t - \dfrac{\pi}{2})$

以A为坐标原点，建立坐标系，任取一点P，P比C点落后，故应该“-”

$$y = 0.01\cos[200\pi(t - \frac{x+2}{u}) - \frac{\pi}{2}]$$

$$= 0.01\cos[200\pi(t - \frac{x+2}{400}) - \frac{\pi}{2}]$$