北京邮电大学 2017-2018 学年

线性代数期末试题（A）

一. 填空题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 已知 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}=27$，$D$ 的第二行元素的代数余子式依次为 $A_{21},A_{22},A_{23},A_{24}$，则 $A_{21}+A_{22}=$__________.

2. 已知 A 是 3 阶矩阵，A^* 是 A 的伴随矩阵，$|A|=\dfrac{1}{2}$，则 $\left|(3A)^{-1}-2A^*\right|=$________.

3. 设 $A=\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 10 & -1 & 0 \\ 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}$，则 $(A-2E)^{-1}(A^2-4E)=$ _______.

4. 设 3 阶矩阵 $A=(a_{ij})$，P 为初等矩阵，若

$$PA=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}-a_{11} & a_{22}-a_{12} & a_{23}-a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$，则 $AP=$________.

5. 直线 L：$x-1=y+2=-z-4$ 与平面 π：$x-z-5=0$ 的夹角为________.

6. 已知向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，$\alpha_4=2\alpha_2-\alpha_3$，$b=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4$，$A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$. 则方程组$Ax=b$的通解为________.

7. 已知矩阵A有特征值$\lambda=2$，$|A|=-3$，A^*是A的伴随矩阵，则$A+A^*$必有特征值$\mu=$________.

8. 已知A是3阶矩阵，列向量$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$满足$A\alpha_1=\alpha_1$，$A\alpha_2=3\alpha_2$，$A\alpha_3=-2\alpha_3$，可逆矩阵$P=(\alpha_3,\alpha_1,\alpha_2)$，则$P^{-1}AP=$__________.

9. 已知$\alpha_1=(1,1,3,-1)$，$\alpha_2=(1,1,2,0)$，对α_1,α_2进行施密特正交化，得$\beta_1=\alpha_1$，$\beta_2=$__________.

10 . 已知A为实对称矩阵，λ为A的特征值，若$E+A$与$E-A$都是正定矩阵，则λ的取值范围是________.

二.（8 分）计算n阶行列式$D_n=\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_2 & x+a_1 \end{vmatrix}$（$n\geq 2$）.

三.（8 分）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}-14 & 2 & 2\\ -4 & -3 & 1\\ 6 & -1 & -4\end{pmatrix}$，若矩阵 B 满足 $BA=A-3B$，求 B.

四．（8 分）已知 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，$\beta_1=2\alpha_1+3\alpha_2+\alpha_3$，$\beta_2=\alpha_1+2\alpha_2+5\alpha_3+7\alpha_4$，$\beta_3=5\alpha_1+8\alpha_2+7\alpha_3+7\alpha_4$，讨论 β_1,β_2,β_3 的线性相关性.

五．（10 分）求下面方程组的通解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 + 4x_4 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 7x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 - 6x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$$

六.（**8 分**）设 $A=\begin{pmatrix} -2 & -3 & 3 \\ 3 & -8 & 3 \\ 6 & -6 & 1 \end{pmatrix}$，

（1）求 A 的特征值；

（2）讨论 A 是否可以对角化.

七.（12 分） 已知二次型 $f=4x_1^2+4x_2^2+ax_3^2-4x_1x_2-6x_1x_3-6x_2x_3$ 在正交变换 $x=Py$ 下化为标准形 $f=6y_1^2+5y_2^2+by_3^2$，其中 $x=(x_1,x_2,x_3)^T$，$y=(y_1,y_2,y_3)^T$.

（1）求实数 a,b 的值；

（2）求正交矩阵 P.

八.（6 分）已知α,β为 3 维实单位列向量，且$(\alpha,\beta)=0$．令$A=\alpha\beta^T+\beta\alpha^T$，求证：

A与对角阵$\Lambda=diag(1,-1,0)$相似.