2020-2021 学年第二学期

《高等数学 A（下）》期末考试试题（A1）

考试注意事项：学生必须将答题内容做在答题纸上，做在试题纸上均无效

一. 填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)\cdot n!}{n^n}$ 是________, (填收敛或发散).

2. 函数 $f(x)=\frac{1}{x^2-2x-3}$ 展开成 x 的幂级数为 ________.

3. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}(x^2-xy+y^2)\sin\frac{1}{x^2+y^2}=$ ________ .

4. 设 $u=xye^{x+yz^2}$，则 u 在点 $(1,-1,1)$ 处方向导数的最大值为________.

5. 设函数 $f(x,y,z)=e^x yz^2$，其中 $z=z(x,y)$ 是由 $x+y+z+xyz=0$ 确定的隐函数， 则 $f'_x(0,1,-1)=$________.

6. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=6 \\ z=x^2+y^2 \end{cases}$ 在点 $(-1,1,2)$ 的切线方程为________.

7. 设 $\vec{A}=yz^2\boldsymbol{i}+zx^2\boldsymbol{j}+xy^2\boldsymbol{k}$， 则 $\mathrm{div}(\mathrm{rot}\vec{A})=$________.

8. 设 D 是由曲线 $xy=1$ 与直线 $x=1,x=2,y=2$ 所围的区域，则 $\iint\limits_D ye^{xy}dxdy=$________.

9. 设 Ω 是由曲面 $x^2+y^2=1, z=0, z=1$ 所围成的闭区域，则 $\iiint\limits_{\Omega}[e^{z^4}\sin(x^2y)+x+z]dxdydz=$________.

10. 设 Σ 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 在柱面 $x^2+y^2=2x$ 内的部分，则曲面积

分 $\iint\limits_{\Sigma} zdS =$______.

二（10 分）. 已知 $f(u,v)$ 有二阶连续偏导数，$g(w)$ 有二阶连续导数，而 $z = f(x+y, x^2+y^2) + g(xy)$. 求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

三（12 分） 已知区域 $D = \{(x,y) \mid 0 \le x \le 4, -\sqrt{x} \le y \le \sqrt{x}\}$. 试求函数 $f(x,y) = (x-y^2)^3 + x^3 - 3x^2$ 在 D 上的最值.

四（12 分） 求级数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2+n+1)}{3^n}$ 的和.

五（12 分） 计算下列重积分：

(1) $I_1 = \displaystyle\iint\limits_{D} \frac{2+\sin(xy)}{1+x^2+y^2} dxdy$, 其中 $D = \{(x,y) \mid x^2+y^2 \le R^2, y \ge 0\}$.

(2) $I = \displaystyle\iiint\limits_{\Omega} (x^3 y + z) e^{-(x^2+y^2+z^2)} dV$, 其中 $\Omega: 1 \le x^2+y^2+z^2 \le 4, z \ge 0$.

六（12 分） 计算曲线积分 $I = \displaystyle\int_L (2x + x^2 + ye^{\cos y}) dy + (y+2) dx$，其中 L 是从点 $A(2,0)$ 沿直线 $x+y=2$ 到点 $B(0,2)$，再沿圆周 $x^2+y^2=4$ 到点 $C(-2,0)$ 的分段光滑曲线.

七（12 分） 计算曲面积分 $I = \displaystyle\iint\limits_{\Sigma} (z+1) dxdy + (xy+2) dzdx$，其中 Σ 为圆柱体 $x^2+y^2 \le a^2, 0 \le z \le 1$ 的表面外侧位于 zOx 平面右侧部分.