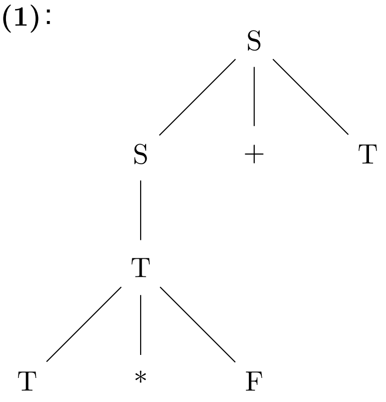
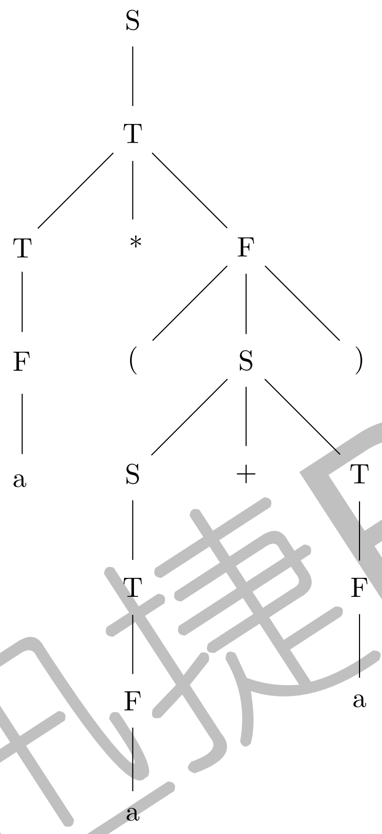
第四章

1 题参考答案:

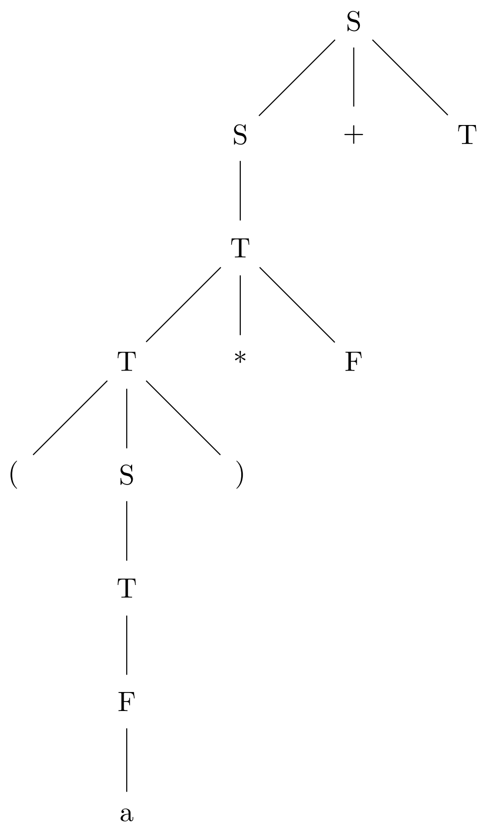
(1):



(2):



(3):



2 题参考答案:

(1)：最右推导

$$E \Rightarrow E+T \Rightarrow T+T \Rightarrow F+T \Rightarrow b+T \Rightarrow b+T/F \Rightarrow b+b/F \Rightarrow b+b/b$$

(1)：最左推导

$$E \Rightarrow E+T \Rightarrow T+T/F \Rightarrow E+T/b \Rightarrow E+F/b \Rightarrow E+b/b \Rightarrow T+b/b \Rightarrow b+b/b$$

3 题参考答案:

题中文法是二义的，因为对于句型 $aaaba$，有两棵不同的推导树，如下所示：

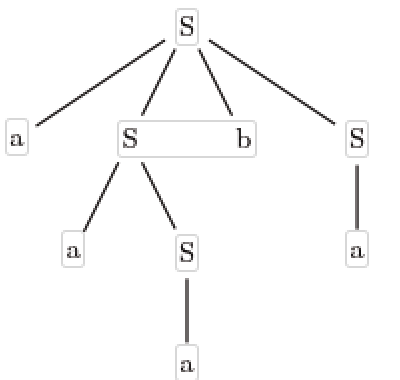


图 1: (a)

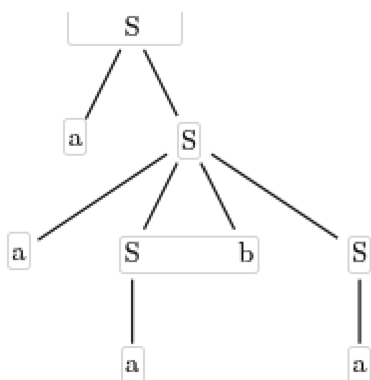


图 2: (b)

6 题参考答案:

(1):

设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$$N = \{S, A, B\}$$

$$T = \{0, 1\}$$

生成式 P 如下:

$$S \to 1S0 \mid 1S \mid 10$$

(3):

设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$$N = \{S, A, B\}$$

$$T = \{0, 1\}$$

生成式 P 如下:

$$S \to AB$$

$$A \to 1A0 \mid 10$$

$$B \to 1B0 \mid 10$$

(5):

设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$$N = \{S, A, B\}$$

$$T = \{0, 1\}$$

生成式 P 如下:

$$S \to 1S \mid 2S \mid 3S \mid 1 \mid 2 \mid 3$$

注：本题如果将正则表达式理解成加与乘的运算也算正确，具体答案略。

8 题参考答案:

(1):

删掉非生成符C及其相关生成式，可以得到生成式 G_1:

$$S \to ED$$

$$D \to a$$

$$E \to b$$

(2):

删掉非生成符 C及其相关生成式，可以得到生成式 G_2:

$$S \to D$$

$$D \to bS$$

$$E \to DS \mid b$$

删除不可达符号 E:

$$S \to D$$

$$D \to bS \mid b$$

9 题参考答案:

在 P1 中加入生成式 $S1 \to S \mid \varepsilon$, 变换后的无 ε 生成式的等价文法为:

$$G1 = (N1, T, P1, S)$$

$$N1 = \{S1, S, C, D, E\}$$

$$T = \{a, b\}$$

生成式 P 如下:

$$S1 \to S \mid \varepsilon$$

$$S \to DCE \mid DC \mid CE \mid DE \mid D \mid C \mid E$$

$$D \to CC \mid C$$

$$C \to EE \mid E \mid b$$

$$E \to DD \mid D \mid a$$

11 题参考答案:

(1) 由算法 3，变换为无 ε 生成式：$N' = S$ 由 $S\to ASB$ 得出 $S\to ASB|AB$,
由 $A\to aAS$ 得出 $A\to aAS|aA$,
由 $B\to SBS$ 得出 $B\to SBS|SB|BS|B$,
由 S N' 得出 $S1\to|S$,
因此无 的等效文法 $G1 = (S1, S, A, B, a, b, d, P1, S1)$, 其中生成式 $P1$ 如下:

$$S1\to|S$$

$$S\to ASB|AB$$

$$A\to aAS|aA|a$$

$$B\to SBS|SB|BS|B|A|bb$$

(2) 由算法 4，消单生成式:
$NS1 = S1, S$, $NS = S$, $NA = A$, $NB = A, B$ 由于 $S\to ASB|AB$ P 且不是单生成式, 故 $P1$ 中有 $S1\to|ASB|AB$,
同理有 $S\to ASB|AB, A\to aAS|aA|a, B\to SBS|SB|BS|aAS|aA|a|bb$,
因此生成的无单生成式等效文法为:
$G1 = (S1, S, A, B, a, b, P1, S1)$, 其中生成式 $P1$ 如下:

$$S1\to|ASB|AB$$

$$S\to ASB|AB$$

$$A\to aAS|aA|a$$

$$B\to SBS|SB|BS|aAS|aA|a|bb$$

(3) 由算法 1 和算法 2，消除无用符号 (此题没有无用符号);
(4) 转化为等价的 Chomsky 范式的文法: 将 $S1\to ASB$ 变换为 $S\to AC, C\to SB$, 将 $S\to ASB$ 变换为 $S\to AC$, 将 $A\to aAS|aA$ 变换为 $A\to ED|EA, D\to AS, E\to a$, 将 $B\to SBS|aAS|aA|a|bb$, 变换为 $B\to CS|ED|EA|FF, F\to$
(5) 由此得出符合题目要求的等价文法：$G1 = (S1, S, A, B, C, D, a, b, P1, S1)$, 其中生成式 $P1$ 如下:

$$S1\to|AC|AB$$

$$S\to AC|AB$$

$$A\to ED|EA|a$$

$$B\to CS|SB|BS|ED|EA|a|FF$$

$$C\to SB$$

$$D\to AS$$

$$E\to a$$

$$F\to b$$

15 题参考答案:

(1):

转化为等价的 Chomsky 范式的文法:

$$A_1 \to A_3A_4|A_2A_5$$

$$A_2 \to A_1A_4|A_2A_6|b$$

$$A_3 \to A_1A_5|A_3A_7|a$$

$$A_4 \to b$$

$$A_5 \to a$$

$$A_6 \to A_2A_5$$

$$A_7 \to A_3A_4$$

(2):

转化为等价的 Greibach 范式的文法: 将非终结符排序为 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5,A_6,A_7,A_1为低位 A_7为高位, (1) 对于 $A_2 \to A_1A_4$, 用 $A_1 \to A_3A_4|A_2A_5$ 代入得 $A_2 \to A_3A_4A_4|A_2A_5A_4|A_2A_6|b$

用引理 4.2.4, 变化为:

$$A_2 \to A_3A_4A_4|b|A_3A_4A_4A_2'|bA_2' \quad A_2' \to A_5A_4A_2'|A_6A_2'|A_5A_4|A_6$$

(2) 对于 $A_3 \to A_1A_5$, 用 $A_1 \to A_3A_4|A_2A_5$ 代入得 $A_3 \to A_3A_4A_5|A_2A_5A_5|A_3A_7|a$,
A_3 生成式右边第一个字符仍是较低位的非终结符, 将 A_2 生成式代入 A_3 生成式得:
$A_3 \to A_3A_4A_5|A_3A_4A_4A_5A_5|bA_5A_5|A_3A_4A_4A_2'A_5A_5|bA_2'A_5A_5|A_3A_7|a$

用引理 4.2.4, 变化为:

$$A_3 \to bA_5A_5|bA_2'A_5A_5|a|bA_5A_5A_3'|bA_2'A_5A_5A_3'|aA_3'$$

$$A_3' \to A_4A_5|A_4A_4A_5A_5|A_4A_4A_2'A_5A_5|A_7|A_4A_5A_3'|A_4A_4A_5A_5A_3'|A_4A_4A_2'A_5A_5A_3'|A_7A_3'$$

(3) 对于 $A_6 \to A_2A_5$, 将 A_2 生成式代入 A_6 生成式得:

$$A_6 \to A_3A_4A_4A_5|bA_5|A_3A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5$$

A_6 生成式右边第一个字符仍是较低位的非终结符, 将 A_3 生成式代入 A_6 生成式得

$$\begin{aligned} A_6 \to\ & bA_5A_5A_4A_4A_5|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5|aA_4A_4A_5|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5 \\ & |aA_3'A_4A_4A_5|bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5|aA_4A_4A_2'A_5|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5 \\ & |bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5|aA_3'A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5|bA_5 \end{aligned}$$

(4) 对于 $A_7 \to A_3A_4$, 将 A_3 生成式代入 A_7 生成式得:

$$A_7 \to bA_5A_5A_4|bA_2'A_5A_5A_4|aA_4|bA_5A_5A_3'A_4|bA_2'A_5A_5A_3'A_4|aA_3'A_4$$

(5) 将 A_5,A_6 生成式代入 A_2' 生成式得:

$$\begin{aligned} A_2' \to\ & aA_4A_2'|bA_5A_5A_4A_4A_5A_2'|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5A_2'|aA_4A_4A_5A_2'|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5A_2' \\ & |bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5A_2'|aA_3'A_4A_4A_5A_2'|bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5A_2'|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5A_2' \\ & |aA_4A_4A_2'A_5A_2'|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5A_2'|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5A_2'|aA_3'A_4A_4A_2'A_5A_2' \\ & |bA_2'A_5A_2'|bA_5A_2'|aA_4|bA_5A_5A_4A_4A_5|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5|aA_4A_4A_5|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5 \\ & |bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5|aA_3'A_4A_4A_5|bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5|aA_4A_4A_2'A_5 \\ & |bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5|aA_3'A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5|bA_5 \end{aligned}$$

将 A_4,A_7 生成式代入 A_3' 生成式得

$$A_3'\to aA_5|aA_4A_5A_5|aA_4A_2'A_5A_5|aA_5A_3'|aA_4A_5A_5A_3'|aA_4A_2'A_5A_5A_3'|bA_5A_5A_4$$
$$|bA_2'A_5A_5A_4|aA_4|bA_5A_5A_3'A_4|bA_2'A_5A_5A_3'A_4|aA_3'A_4|bA_5A_5A_4A_3'|bA_2'A_5A_5A_4A_3'$$
$$|aA_4A_3'|bA_5A_5A_3'A_4A_3'|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_3'|aA_3'A_4A_3'$$

(6) 由此得出等价的 Greibach 范式文法: $G1 = (S, D, D', a, b, P1, S)$, 其中生成式 $P1$ 如下:

$$A_1\to A_3A_4|A_2A_5$$

$$A_2\to A_3A_4A_4|b|A_3A_4A_4A_2'|bA_2'$$

$$A_3\to bA_5A_5|bA_2'A_5A_5|a|bA_5A_5A_3'|bA_2'A_5A_5A_3'|aA_3'$$

$$A_4\to b$$

$$A_5\to a$$

$$A_6\to bA_5A_5A_4A_4A_5|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5|aA_4A_4A_5|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5$$
$$|aA_3'A_4A_4A_5|bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5|aA_4A_4A_2'A_5|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5$$
$$|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5|aA_3'A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5|bA_5$$

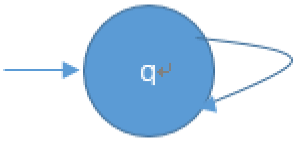
$$A_7\to bA_5A_5A_4|bA_2'A_5A_5A_4|aA_4|bA_5A_5A_3'A_4|bA_2'A_5A_5A_3'A_4|aA_3'A_4$$

$$A_2'\to aA_4A_2'|bA_5A_5A_4A_4A_5A_2'|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5A_2'|aA_4A_4A_5A_2'|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5A_2'$$
$$|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5A_2'|aA_3'A_4A_4A_5A_2'|bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5A_2'|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5A_2'$$
$$|aA_4A_4A_2'A_5A_2'|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5A_2'|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5A_2'|aA_3'A_4A_4A_2'A_5A_2'$$
$$|bA_2'A_5A_2'|bA_5A_2'|aA_4|bA_5A_5A_4A_4A_5|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_5|aA_4A_4A_5|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_5$$
$$|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_5|aA_3'A_4A_4A_5|bA_5A_5A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5A_5A_4A_4A_2'A_5|aA_4A_4A_2'A_5$$
$$|bA_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_4A_2'A_5|aA_3'A_4A_4A_2'A_5|bA_2'A_5|bA_5$$

$$A_3'\to aA_5|aA_4A_5A_5|aA_4A_2'A_5A_5|aA_5A_3'|aA_4A_5A_5A_3'|aA_4A_2'A_5A_5A_3'|bA_5A_5A_4$$
$$|bA_2'A_5A_5A_4|aA_4|bA_5A_5A_3'A_4|bA_2'A_5A_5A_3'A_4|aA_3'A_4|bA_5A_5A_4A_3'|bA_2'A_5A_5A_4A_3'$$
$$|aA_4A_3'|bA_5A_5A_3'A_4A_3'|bA_2'A_5A_5A_3'A_4A_3'|aA_3'A_4A_3'$$

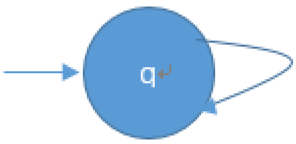
20.

（1）



ε ,S/0BB
ε ,S/1AA
ε ,A/1BA
ε ,A/ ε
ε ,B/0BB
ε ,B/0A
ε ,B/0
1,1/ ε
0,0/ ε

(2)



ε ,S/0BcB
ε ,S/1AAd
ε ,A/11A
ε ,A/ ε
ε ,B/0B0
ε ,B/D0
ε ,B/ ε
1,1/ ε
0,0/ ε
c,c/ ε
d,d/ ε

21. 给出产生语言 L = { $a^ib^jc^k$ | i , j , k≥0 且 i = j 或者 j = k }的上下文无关文法.你给出的文法是否具有二义性?为什么?

解：G=({S,A,B,C,D,E},{a,b,c}，P，S)

P：S →AD |EB, A →aAb | ε , B →bBc | ε , D →cD | ε , E →aE | ε

文法具有二义性。

因为当句子ω中 a,b,c 个数相同时，对于ω存在两个不同的最左(右)推导。

如 abc∈L，存在两个不同的最左推导 S⇒AD⇒aAbD⇒abD⇒abcC⇒abc 及 S⇒EB⇒aEB⇒aB⇒abBc⇒abc 。

23 题参考答案:

(1):

证明: 假设 L 是上下文无关语言, 由泵浦引理, 取常数 p, 当 $w \in L$ 且 $|w| \ge p$ 时, 可取 $w = 0^{p^*p}a^p(k \ge p, k \ne 1)$, 将 w 写为 $w = w_1w_2w_0w_3w_4$, 同时满足 $|w_2w_0w_3| \le p$, 且 $|w_2w_3| = j \ge 1$,

(1) 如果 w_1, w_2 只含有 0 或 1，那么 $w_1w_2^iw_0w_3^iw_4$ 中当 i ≠ 1 时一定会出现 0 的个数和 1 的个数不是平方的关系，矛盾。(2) 如果 $w_2w_0w_3$ 同时包含 0，1，设 $w_2w_0w_3 = 0^m0^{p-m-n}1^n$，那么 $w_1w_2^iw_0w_3^iw_4 = 0^{p^2-p+n}0^{mi}0^{p-m-n}1^ni1^{p-n}$, 那么可以得到，$(p^2-m+mi) = (p-n+ni)^2$，显然这个公式不恒成立。矛盾这与假设矛盾, 故 L 不是上下文无关语言.

(2):

证明: 假设 L 是上下文无关语言, 由泵浦引理, 取常数 p, 当 $w \in L$ 且 $|w| \ge p$ 时, 可取 $w = a^k(k \ge p, k \ne 1)$, 将 w 写为 $w = w_1w_2w_0w_3w_4$, 同时满足 $|w_2w_0w_3| \le p$, 且 $|w_2w_3| = j \ge 1$, 则当 $i = k+1$ 时,$|w_1w_2^iw_0w_3^iw_4| = k+(i-1)*j = k+k*j = k*(1+j)$,$k*(1+j)$ 至少包含因子 k 且 $k \ne 1$, 因此必定不是质数, 即 $w_1w_2^iw_0w_3^iw_4$ 不属于 L. 这与假设矛盾, 故 L 不是上下文无关语言.

(3):

证明: 假设 L 是上下文无关语言, 由泵浦引理, 取常数 p, 当 $w \in L, |w| \ge p$ 时, 可取 $w = 0^k1^k2^k(k \ge p)$, 将 w 写为 $w = w_1w_2w_0w_3w_4$, 同时满足 $|w_2w_0w_3| \le p$ (1)w_2 和 w_3 不可能同时分别包含 0 和 2, 因为在这种情况下, 有 $|w_2w_0w_3| > p$;

(2) 如果 w_2 和 w_3 都只包含 0 (1 或 3) , 即 $w_2w_0w_3 = a^j(b^j, c^j)(j \le p)$, 则当 $i \ne 1$ 时, $w_1w_2^iw_0w_3^iw_4$ 中会出现 0,1,2 的个数不再相等;

(3) 如果 w_2 和 w_3 分别包含 0 和 1 (1 和 2) , $w_1w_2^iw_0w_3^iw_4$ 中会出现 0,1 的个数与 2 的不等;

这些与假设矛盾, 故 L 不是上下文无关语言.

24 题参考答案:

(1):

$$S \to [q, A, p]$$

$$[q, A, p] \to 0[q, B, p][p, B, p]|1[q, C, p]|1[q, C, p][p, C, p]|0[q, B, p]$$

$$[q, B, p] \to 0[q, B, p][p, B, p]|0[q, B, p][p, B, p][p, B, p]|1[q, C, p][p, B, p]|1[q, C, p][p, C, p][p, B, p]|0$$

$$[q, C, p] \to 0[q, B, p][p, C, p]|0[q, B, p][p, B, p][p, C, p]|1[q, C, p][p, C, p]|1[q, C, p][p, C, p][p, C, p]|1$$

$$[p, B, p] \to 0$$

$$[p, C, p] \to 1$$

25 题参考答案:

(1) $\{ 0^m1^n \mid m \leqslant n \}$;

解: 设PDA $M = (Q,T,\Gamma,\delta,q_0,Z_0,F)$,其中

$Q = \{ q_0,q_1,q_f \}$,

$T = \{ 0,1\}$,

$\Gamma = \{ 0,1, Z_0 \}$,

$F = \{ q_f \}$,

δ定义如下:

$\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{ (q_1, Z_0) \}$,

$\delta(q_0,0, Z_0) = \{ (q_0, 0Z_0) \}$,

$\delta(q_0,0,0) = \{ (q_0, 00) \}$,

$\delta(q_0,1, Z_0) = \{ (q_f, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_0,1, 0) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_1,1, 0) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) = \{ (q_f, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_1,1, Z_0) = \{ (q_f, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_f,1, \varepsilon) = \{ (q_f, \varepsilon) \}$,

(2) $\{ 0^m1^n \mid m \geqslant n \}$;

解: 设PDA $M = (Q,T,\Gamma,\delta,q_0,Z_0,F)$,其中 $Q = \{ q_0,q_1,q_f \}$,

$T = \{ 0,1\}$,

$\Gamma = \{ 0,1, Z_0 \}$,

$F = \{ q_f \}$,

δ定义如下:

$\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{ (q_1, Z_0) \}$,

$\delta(q_0,0, Z_0) = \{ (q_0, 0Z_0) \}$,

$\delta(q_0,0,0) = \{ (q_0, 00) \}$,

$\delta(q_0,1, 0) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_1,1, 0) = \{ (q_1, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) = \{ (q_f, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_1, \varepsilon, 0) = \{ (q_f, \varepsilon) \}$

$\delta(q_f,1, \varepsilon) = \{ (q_f, \varepsilon) \}$

(3) $\{ 0^m1^n0^m \mid$ n和m任意 $\}$;

解: 设PDA $M = (Q,T,\Gamma,\delta,q_0,Z_0,F)$,其中

$Q = \{ q_0,q_1, q_2,q_3,q_f \}$,

$T = \{ 0,1\}$,

$\Gamma = \{ 0,1, Z_0 \}$,

$F = \{ q_f \}$,

δ定义如下:

$\delta(q_0,0, Z_0) = \{ (q_0, 0Z_0) \}$,

$\delta(q_0,0,0) = \{ (q_0, 00),(q_0, \varepsilon)\}$, $\delta(q_0,1, Z_0) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_3,1, \varepsilon) = \{ (q_3, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_3, \varepsilon, \varepsilon) = \{ (q_f, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_0,1,0) = \{ (q_1,0) \}$,

$\delta(q_1,1,0) = \{ (q_1,0) \}$,

$\delta(q_1,0,0) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_2,0,0) = \{ (q_2, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_2, \varepsilon, Z_0) = \{ (q_f, \varepsilon) \}$,

$\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{ (q_f, \varepsilon)\}$

✍第五章

1. 考虑如下的图灵机 M = ({q_0, q_1, q_f, },{0,1},{0,1,B}, δ , q_0,B,{ q_f }),其中 δ 定义为:
   δ (q_0,0) = {(q_1,1,R)} , δ (q_1,1) = {(q_0,0,R)} , δ (q_1,B) = {(q_f,B,R)} ,
   非形式化但准确地描述该图灵机的工作过程及其所接受的语言.

解: 开始时,M的带上从左端起放有字符串$0(10)^i$ ($i\geqslant 0$),后跟无限多个空白符B.M的第一次动作先读到第一个0,并改写为1;然后右移,如果找到第一个1,则改写为0,并继续向右寻找下一个0,这样重复进行.当向右寻找1的时候,找到一个空白符B,则结束.
该图灵机所接受的语言L(M) = { $0(10)^i$ | $i\geqslant 0$ } .

2. $q_0 0000100 \vdash 0q_0 0001000 \vdash 00q_0 001000 \vdash 000q_0 001000 \vdash 0000q_0 1000 \vdash 00001q_1 000 \vdash 000010q_1 00 \vdash 0000100q_1 0 \vdash 00001000q_1 \vdash 00001000q_2$

$q_0 10000 \vdash 1q_1 0000 \vdash 10q_1 000 \vdash 100q_1 00 \vdash 1000q_1 0 \vdash 10000q_1 \vdash 10000q_2$