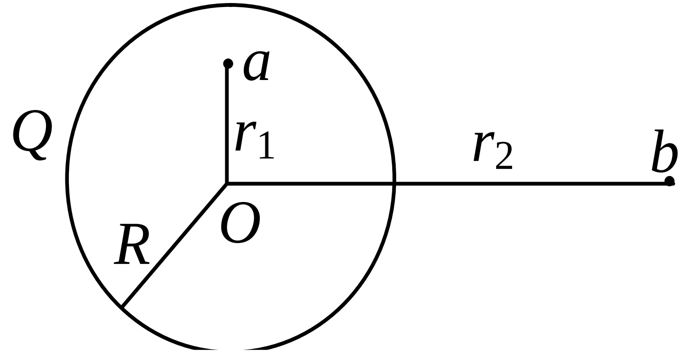
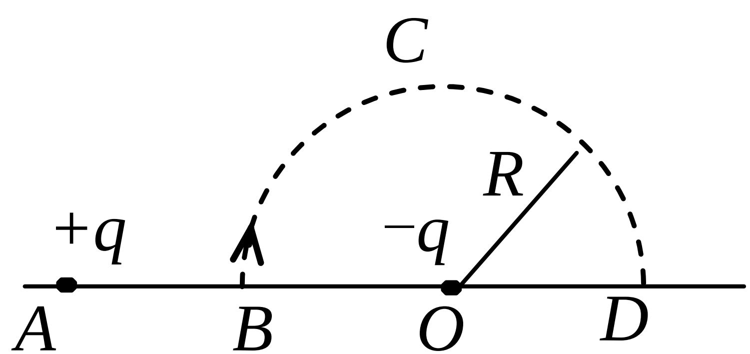
1如图所示，在半径为R的球壳上均匀带有电荷Q，将一个点电荷$q(q<<Q)$从
球内a点经球壳上一个小孔移到球外b点．则求此过程中电场力作功A.



$$\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r_2}\right)$$

2图示BCD是以O点为圆心，以R为半径的半圆弧，在A点有一电荷为$+q$的点电荷，O点有一电荷为$-q$的点电荷．线段 $\overline{BA} = R$ ．现将一单位正电荷从B点沿半圆弧轨道BCD移到D点，则电场力所作的功为______________．

$$\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 R}$$



3、一半径R的带电球体，其电荷体密度为

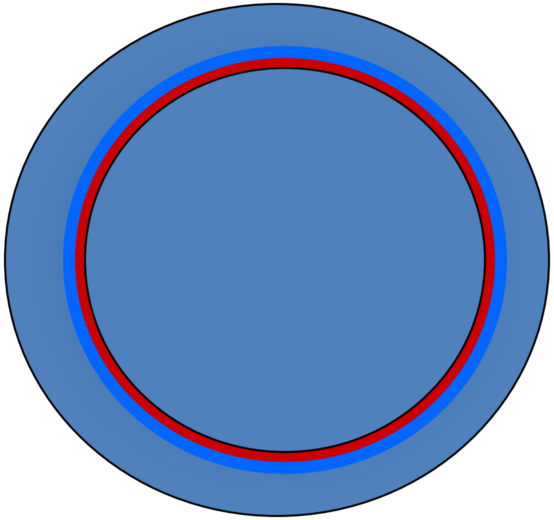
$$\rho = \frac{qr}{\pi R^4}$$ (q为一正的常量)，

$$\rho = 0 (r \succ R)$$

求(1)带电球体的总电荷；

(2)球内外各点的电场强度；

(3)球内，外各点的电势。



解：(1) 在球内取半径为r、厚为dr的薄球壳，该壳内所包含的电荷为　　$\mathrm{d}q=\rho\mathrm{d}V=qr\,4pr^2dr/(pR^4)=4qr^3dr/R^4$

则球体所带的总电荷为

$$Q=\int_V \rho\,\mathrm{d}V=\left(4q/R^4\right)\int_0^r r^3\,\mathrm{d}r=q$$

(2) 在球内作一半径为r_1的高斯球面，按高斯定理有

$$4\pi r_1^2 E_1=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^{r_1}\frac{qr}{\pi R^4}\cdot 4\pi r^2\,\mathrm{d}r=\frac{qr_1^4}{\varepsilon_0 R^4}$$

$$E_1=\frac{qr_1^2}{4\pi\varepsilon_0 R^4}\ (r_1\leqslant \mathrm{R}),$$

方向沿半径向外。

在球体外作半径为r_2的高斯球面，按高斯定理有

$$4\pi r_2^2 E_2=q/\varepsilon_0$$

$$E_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}\quad (r_2>R),$$　　方向沿半径向外.

(3) 球内电势

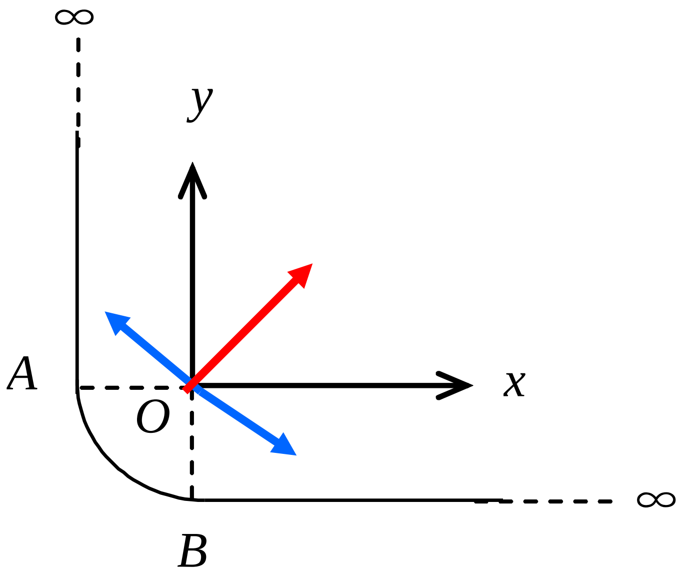
$$U_1=\int_{r_1}^{R}\vec{E}_1\cdot\mathrm{d}\vec{r}+\int_{R}^{\infty}\vec{E}_2\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_{r_1}^{R}\frac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0R^4}\mathrm{d}r+\int_{R}^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\mathrm{d}r$$

$$=\frac{q}{3\pi\varepsilon_0R}-\frac{qr_1^3}{12\pi\varepsilon_0R^4}=\frac{q}{12\pi\varepsilon_0R}\left(4-\frac{r_1^3}{R^3}\right)\qquad\left(r_1\le R\right)$$

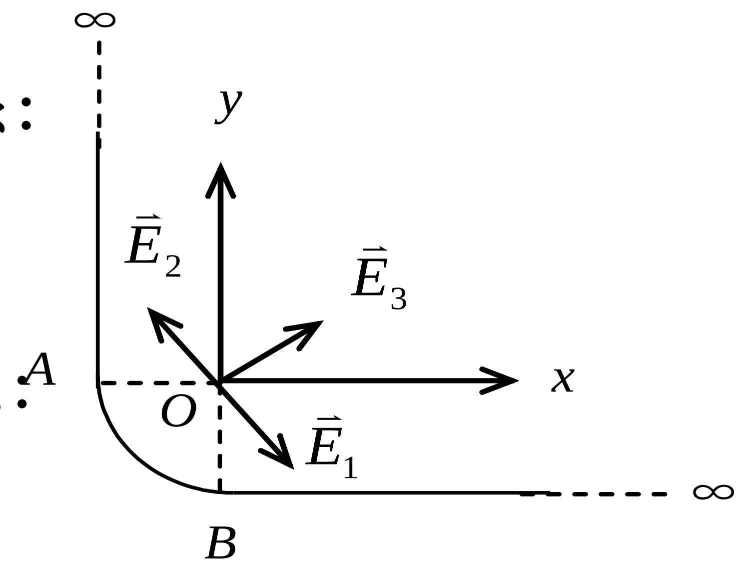
球外电势

$$U_2=\int_{r_2}^{R}\vec{E}_2\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_{r_2}^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\mathrm{d}r=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r_2}\qquad\left(r_2>R\right)$$

例、将一“无限长”带电细线弯成图示形状，设电荷均匀分布，电荷线密度为λ，四分之一圆弧AB的半径为R，求圆心O点的场强。



解：在O点建立坐标系如图所示.



半无限长直线$A\infty$在O点产生的场强：

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\vec{i} - \vec{j}\right)$$

半无限长直线$B\infty$在O点产生的场强：

$$\vec{E}_2 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(-\vec{i} + \vec{j}\right)$$

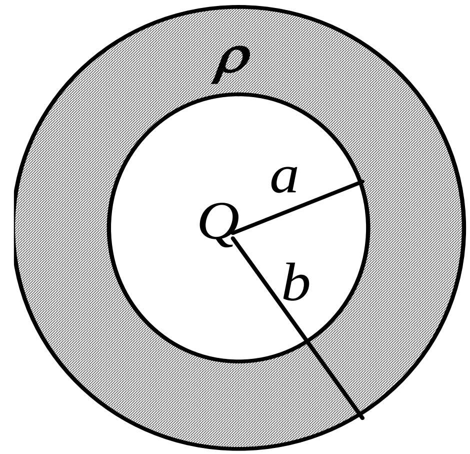
四分之一圆弧段在O点产生的场强：

$$\vec{E}_3 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\vec{i} + \vec{j}\right)$$

由场强叠加原理，O点合场强为：

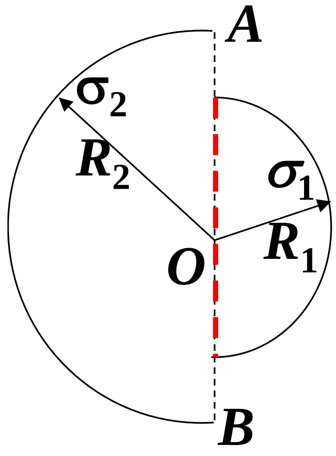
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\vec{i} + \vec{j}\right)$$

有一带电球壳，内、外半径分别为a和b，电荷体密度$\rho = A / r$，在球心处有一点电荷Q，求场强分布和电势分布。



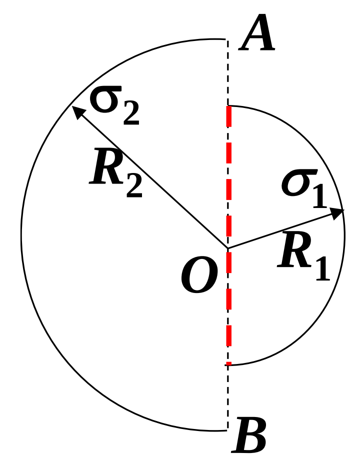
两个均匀带电的同心半球面如图相对放置，其半径分别为R_1与R_2，电荷面密度分别为 σ_1 σ_2

，求：大球底面直径AOB上的电势分布



解：对电量为Q的完整均匀带电球面，在球面内外的电势分布公式为

$$V_0=\begin{cases}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0} & (r\le R)\\[2ex] \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r} & (r\ge R)\end{cases}$$



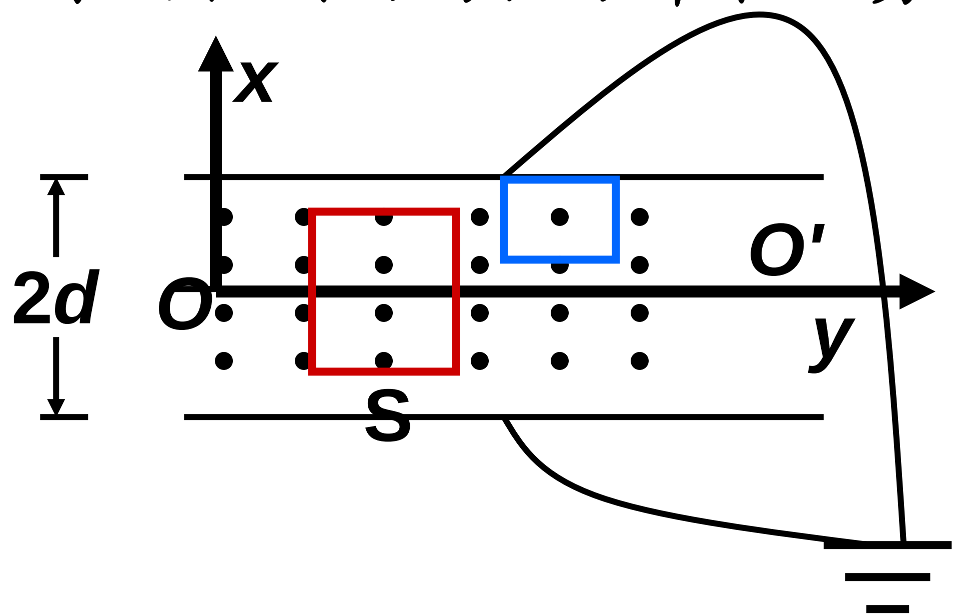
则半个小球面在AOB上的电势 $V_1=\begin{cases}\dfrac{\sigma_1 R_1}{2\varepsilon_0} & (r\le R_1)\\[2ex] \dfrac{\sigma_1 R_1{}^2}{2\varepsilon_0 r} & (r\ge R_1)\end{cases}$

半个大球面在AOB上的电势 $V_2=\dfrac{\sigma_2 R_2}{2\varepsilon_0}\quad (r\le R_2)$

由电势叠加原理，AOB上的电势分布为

$$V=V_1+V_2=\begin{cases}\dfrac{\sigma_1 R_1}{2\varepsilon_0}+\dfrac{\sigma_2 R_2}{2\varepsilon_0} & (r\le R_1)\\[2ex] \dfrac{\sigma_1 R_1{}^2}{2\varepsilon_0 r}+\dfrac{\sigma_2 R_2}{2\varepsilon_0} & (r\ge R_1)\end{cases}$$

电2、两块无限大平行导体板，相距为2d，都与地相接，如图所示，在板间均匀充满着正离子气体(与导体板绝缘)，离子数密度为n，每个离子的电荷为q，如果忽略气体中的极化现象，可以认为电场分布相对中心平面OO`是对称的，求两板间的场强分布和电势分布。

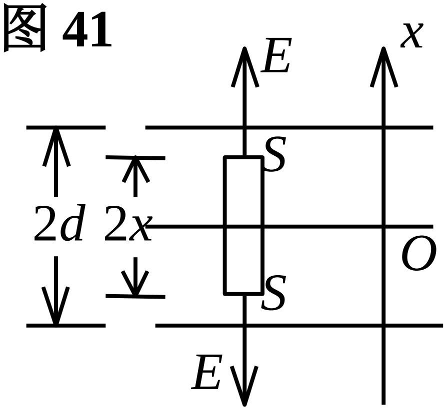


解：选x轴垂直导体板，原点在中心平面上，作一底面为S、长为$2x$的柱形高斯面，其轴线与x轴平行，上下底面与导体板平行且与中心平面对称．由电荷分布知电场分布与中心面对称．设底面处场强大小为E．应用高斯定理：

$$2SE = \sum q / \varepsilon_0 = 2nqSx / \varepsilon_0$$

$$E = nqx / \varepsilon_0$$

图 41



（3分） 方向如图所示

由于导体板接地，电势为零

所以x处的电势为

$$U = \int_x^d E \, \mathrm{d}x = (nq / \varepsilon_0)(\int_x^d x \, \mathrm{d}x)$$

$$= (nq / 2\varepsilon_0)(d^2 - x^2)$$