第六章 静电场中的导体和电介质

§6.1 静电场中的导体

§6.2 静电场中的电介质

§6.3 电位移矢量 有电介质时的高斯定理

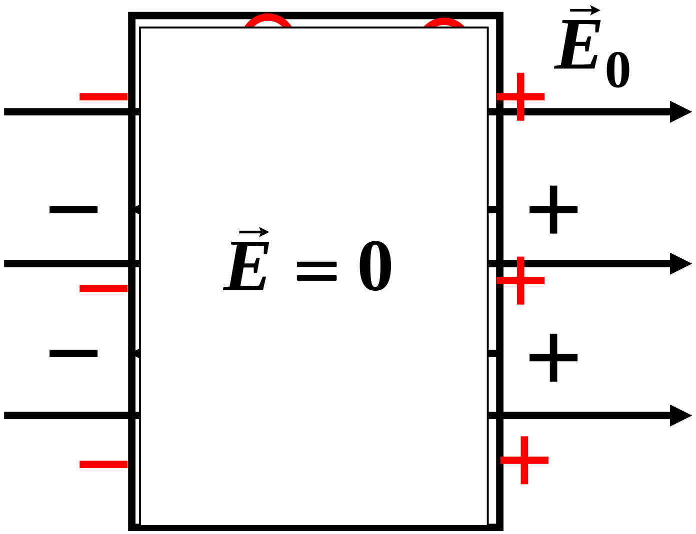
§6.4 电容器的电容

§6.5 电场能量

§6.1 静电场中的导体

一、导体的静电平衡

$$\vec{E}' = -\vec{E}_0$$



若导体内部和表面无自由电荷的定向移动，说导体处于静电平衡状态。

二、静电平衡下导体的性质

1.导体内部场强处处为零

$$E_{内} = 0$$

2.导体内各点电势相等，导体是等势体

证法一：由电势与场强关系 $\vec{E} = -\dfrac{dV}{dn} n$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

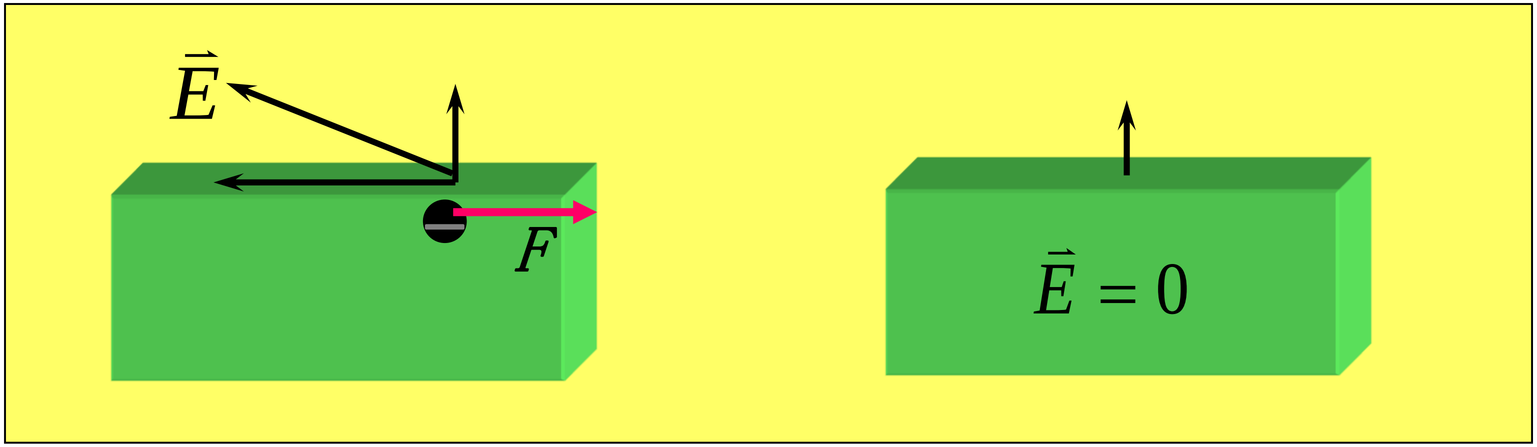
场强为零，故导体内各点电势相等，导体是等势体

证法二：

$$A_{12} = \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_0 U_{ab} = q_0 \left(V_a - V_b \right) = \mathbf{0}$$

所以 $V_a = V_b$

3.导体表面的电场方向与表面垂直

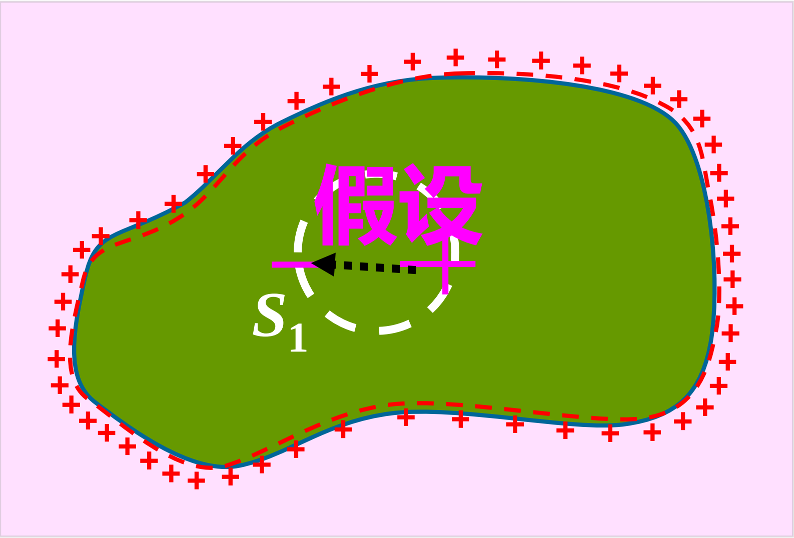


三.静电平衡下导体上电荷分布及导体外附近场强计算

1.电荷只分布在表面上

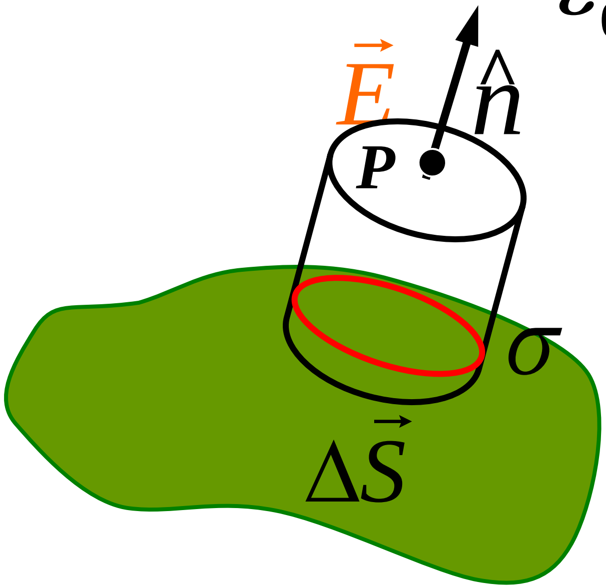
$$\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_o}\sum q_i$$

$$\because \quad \vec{E}=0 \quad \therefore \Rightarrow \sum q_i=0$$



2、导体表面附近的场强处处与表面垂直,大小 $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

设P是导体表面附近的一点



$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$=\int_{\text{上表}} \vec{E}_{\text{表}}\cdot d\vec{S}+\int_{\text{底}} \vec{E}\cdot d\vec{S}+\int_{\text{侧面}} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$=E_{\text{表}}\Delta S=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$E_{\text{表}}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_{\text{表}}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}n}$$

$\hat{n}$：**外法线方向**

3. 静电平衡下的孤立导体，其表面处电荷密度σ 与该表面曲率有关，曲率（1/R）越大的地方电荷密度也越大，曲率越小的地方电荷密度也越小。

定性的证明：

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

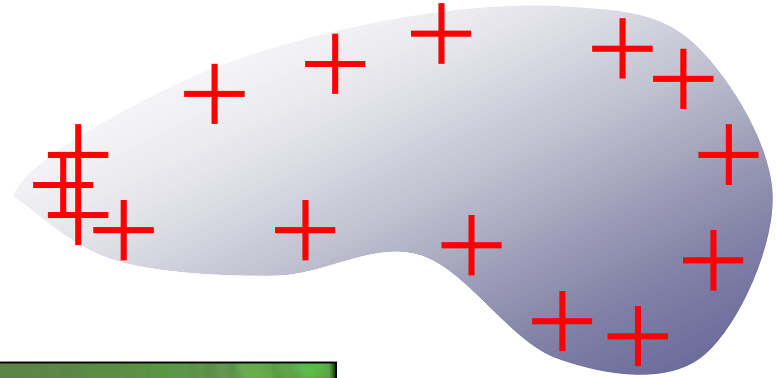
$$\Downarrow$$

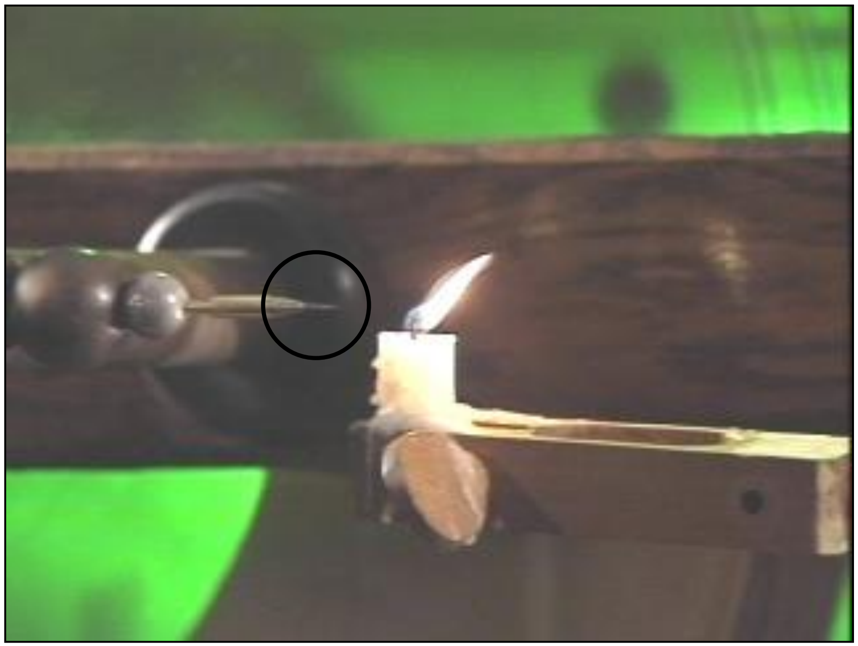
$$\frac{q_1}{4\pi R^2{}_1} R_1 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2{}_2} R_2$$

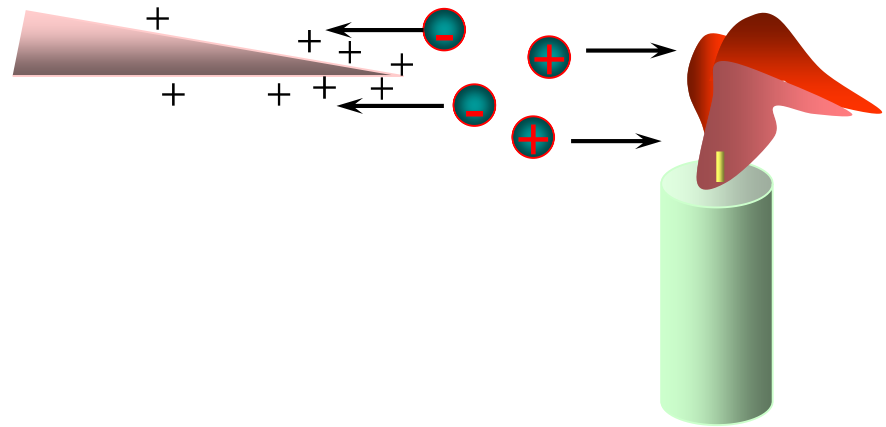
$$\Downarrow$$

$$\boxed{\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2}$$

尖端放电:





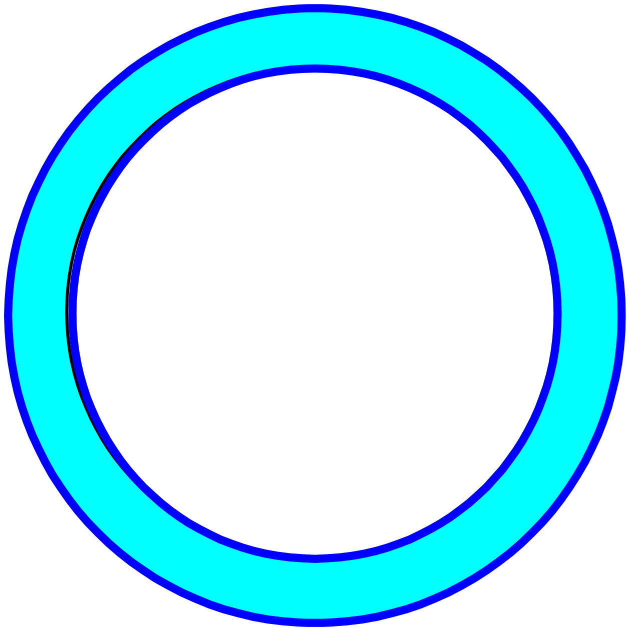


三、 空腔导体与静电屏蔽

讨论的问题是：

1)腔内、外表面电荷分布特征

2)腔内、腔外空间电场特征



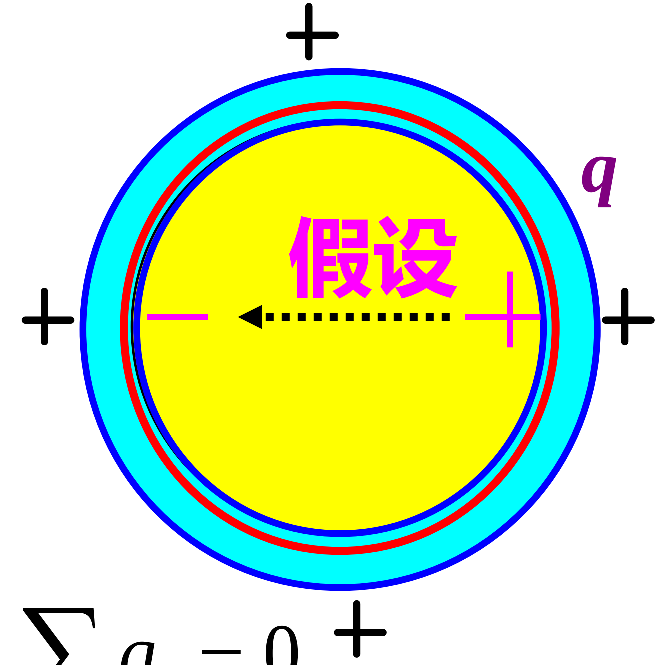
研究方法:

1)用电荷守恒定律

2)用静电平衡条件

3)用高斯定理

1.导体腔内无带电体



(1).腔内无电场，腔内电势处处相等
(2).内表面处处没有电荷
(3).腔所带电量只分布在腔外表面

证明: 在导体壳内紧贴内表面作高斯面S

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \quad \because \quad \vec{E} = 0 \quad \therefore \Rightarrow \sum q_i = 0$$

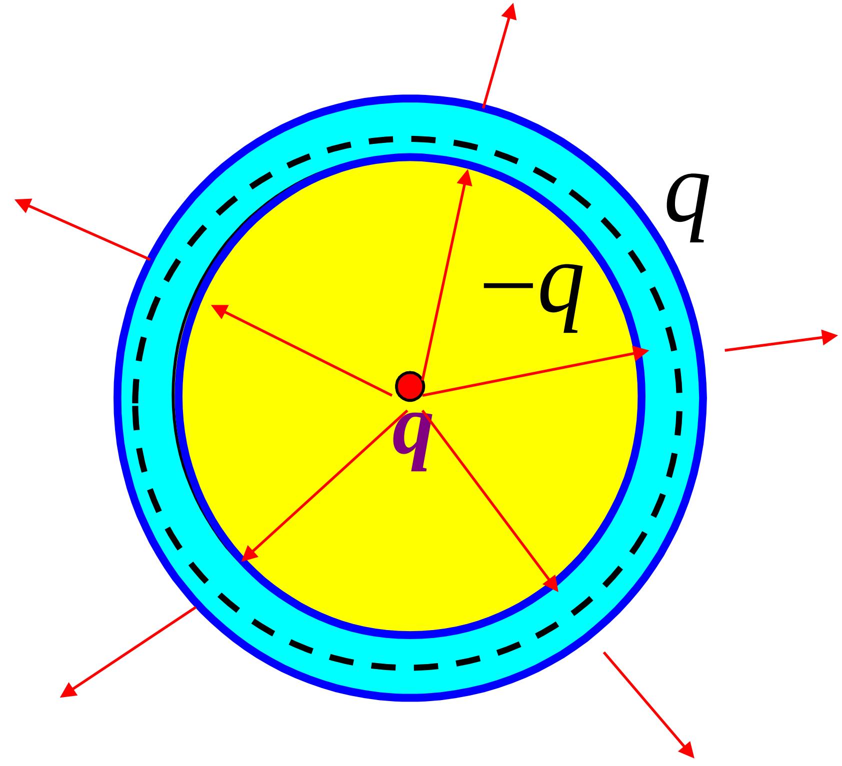
若内表面有等量异号电荷, 与等势体矛盾

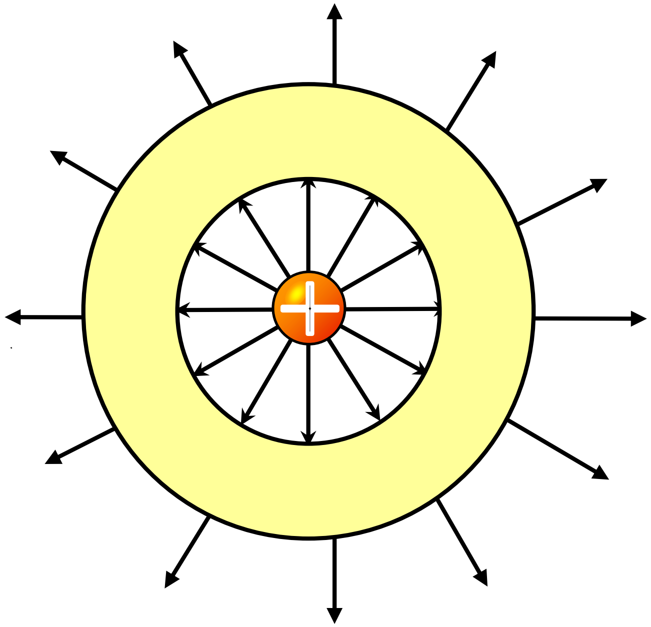
2.腔内有带电体

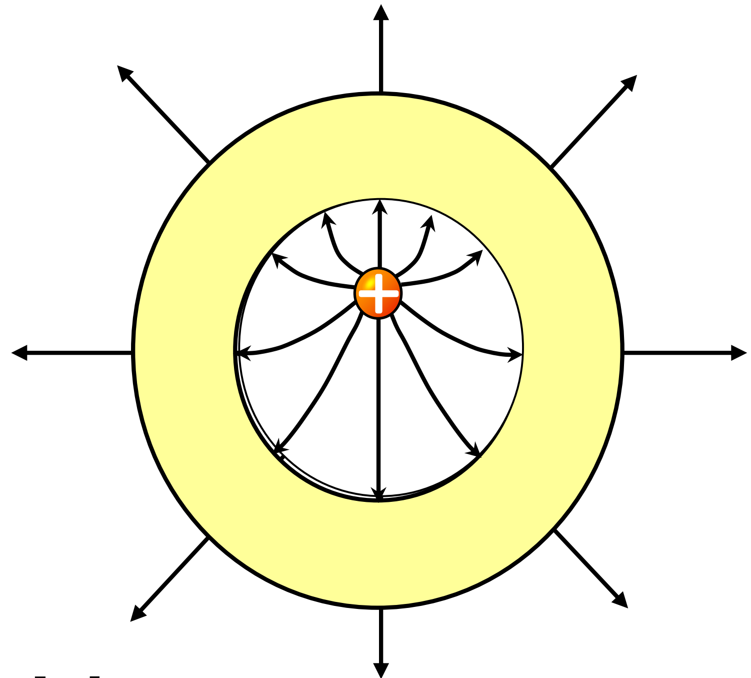
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

电量分布 $Q_{\text{腔内表面}} = -q$

电量分布 $Q_{\text{腔外表面}} = q$

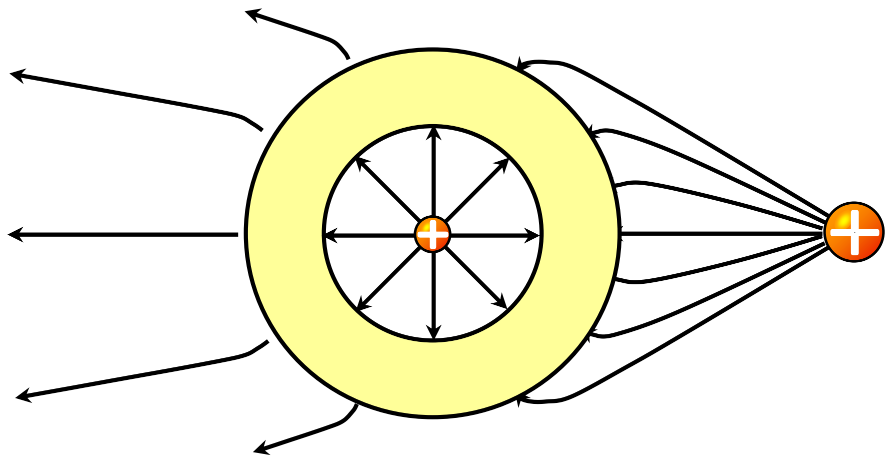






- *q*大小变化时，将影响腔外电场。
- 腔内带电体位置的移动，不影响腔外电场。

3.腔外有带电体



腔外带电体的变化(大小、位置)，不会影响腔内电场。

静电屏蔽:

空腔导体可保护腔内空间,不受腔外带电体的影响

4. --接地导体壳

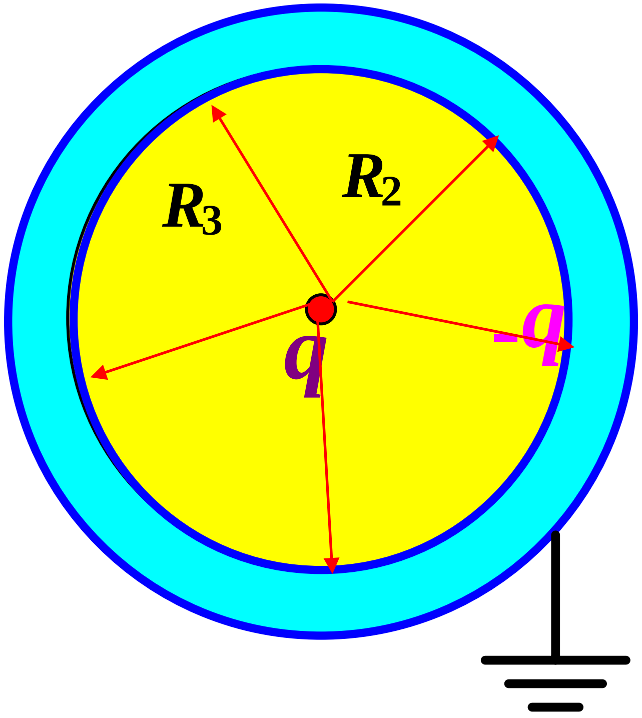
导体壳接地：

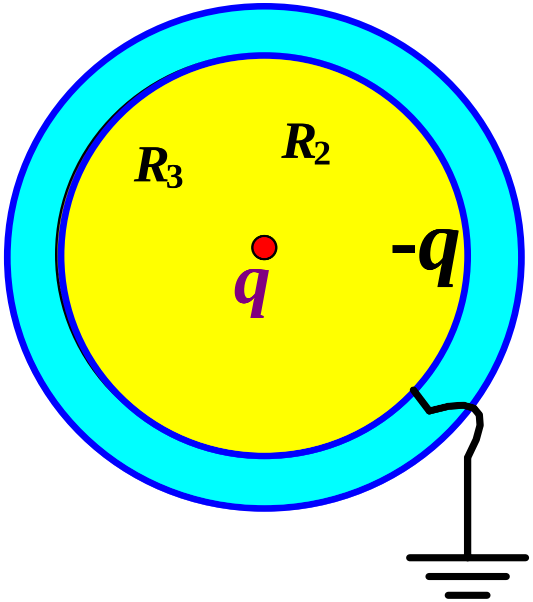
接地：意味着“导体电势为零”，

不意味着“电荷一定全跑光”

接地空腔导体可使腔内、腔外互不影响

静电屏蔽





四、有导体存在时静电场的计算

原则:

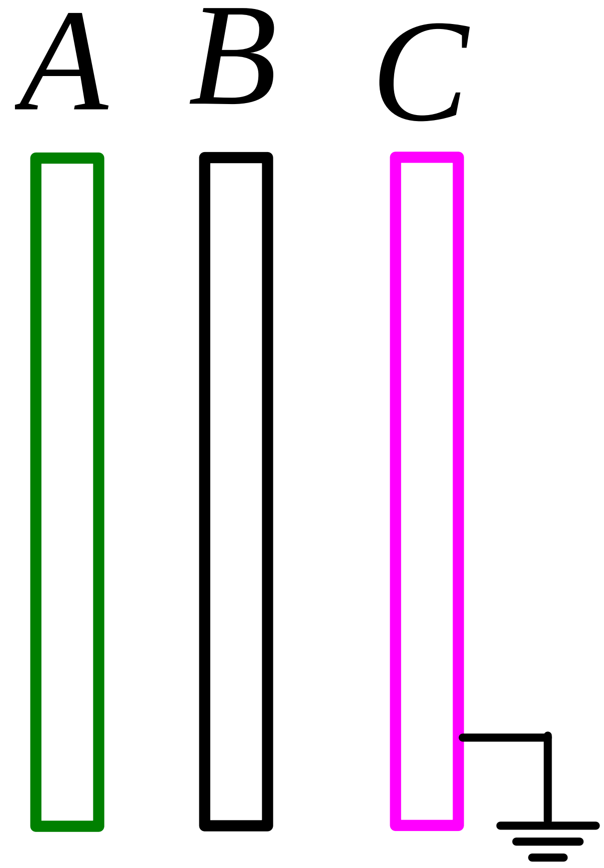
1.静电平衡的条件 $E_{内}=0 \quad U=c$

2.基本性质方程 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0} \qquad \oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$

3.电荷守恒定律

$$\sum_i Q_i = const.$$

例1 有三块等面积S的金属平板，板间距相等，且板面积远大于板间距，A板带电量q_1，B板带电量q_2，求三块金属板两面电荷面密度。



解: 设金属板面电荷密度依次为

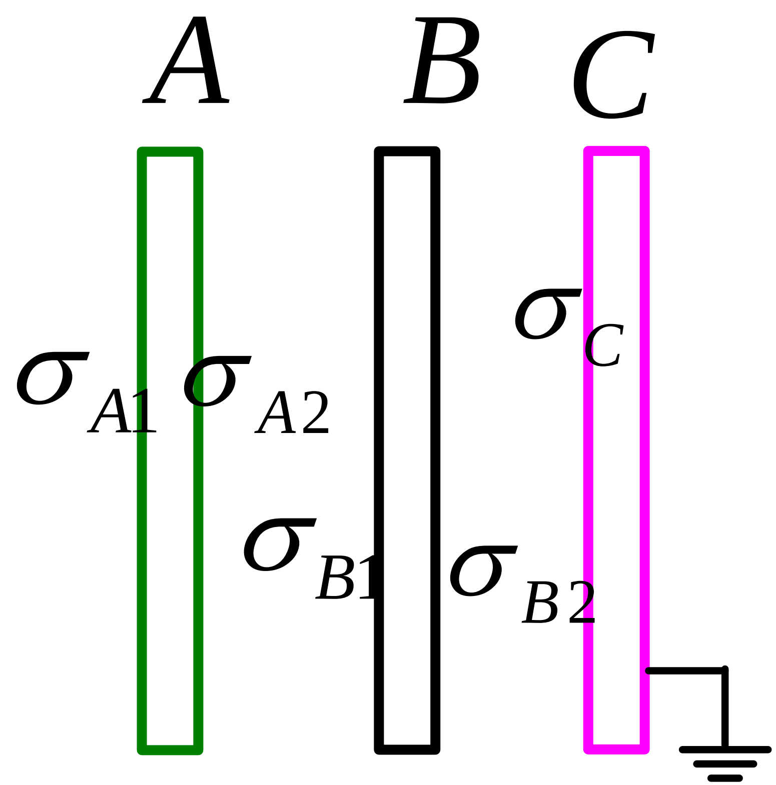
$$\sigma_{A1},\quad \sigma_{A2},\sigma_{B1},\quad \sigma_{B2},\sigma_C$$

由电荷守恒定律

$$\sigma_{A1}S+\sigma_{A2}S=q_A$$

$$\sigma_{B1}S+\sigma_{B2}S=q_B$$

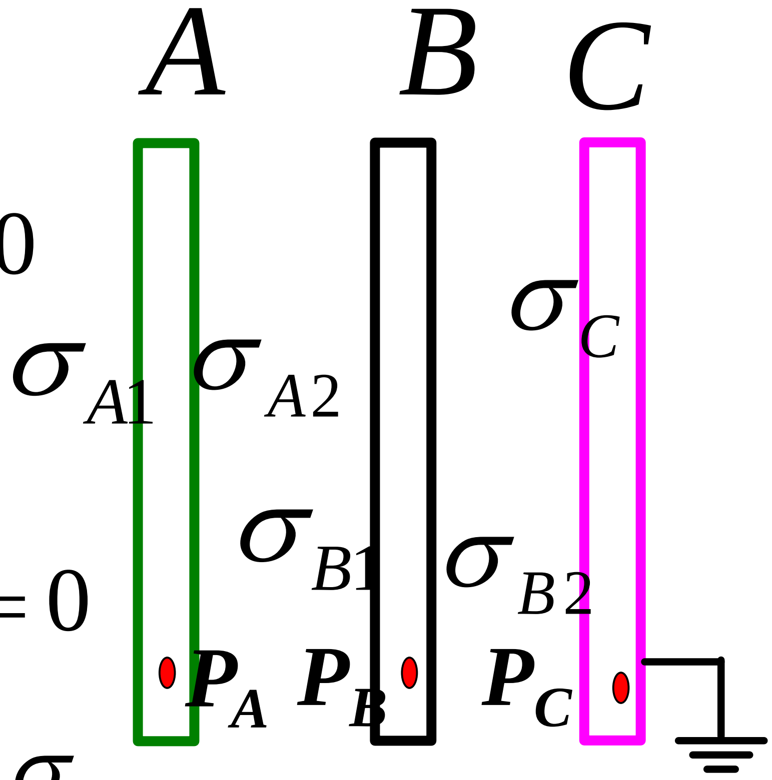
又导体体内任一点P场强为零



$$E_{PA} = \frac{\sigma_{A1}}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_{A2}}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_{B1}}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_{B2}}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_{C}}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$E_{PB} = \frac{\sigma_{A1}}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_{A2}}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_{B1}}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_{B2}}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_{C}}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$E_{PC} = \frac{\sigma_{A1}}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_{A2}}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_{B1}}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_{B2}}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_{C}}{2\varepsilon_0} = 0$$



$$\sigma_{A1}S+\sigma_{A2}S=q_A$$

$$\sigma_{B1}S+\sigma_{B2}S=q_B$$

$$\sigma_{A1}-\sigma_{A2}-\sigma_{B1}-\sigma_{B2}-\sigma_C=0$$

$$\sigma_{A1}+\sigma_{A2}+\sigma_{B1}-\sigma_{B2}-\sigma_C=0$$

$$\sigma_{A1}+\sigma_{A2}+\sigma_{B1}+\sigma_{B2}+\sigma_C=0$$

$$\Rightarrow$$

$$\sigma_{A1}=0$$

$$\sigma_{A2}=\frac{q_A}{S}$$

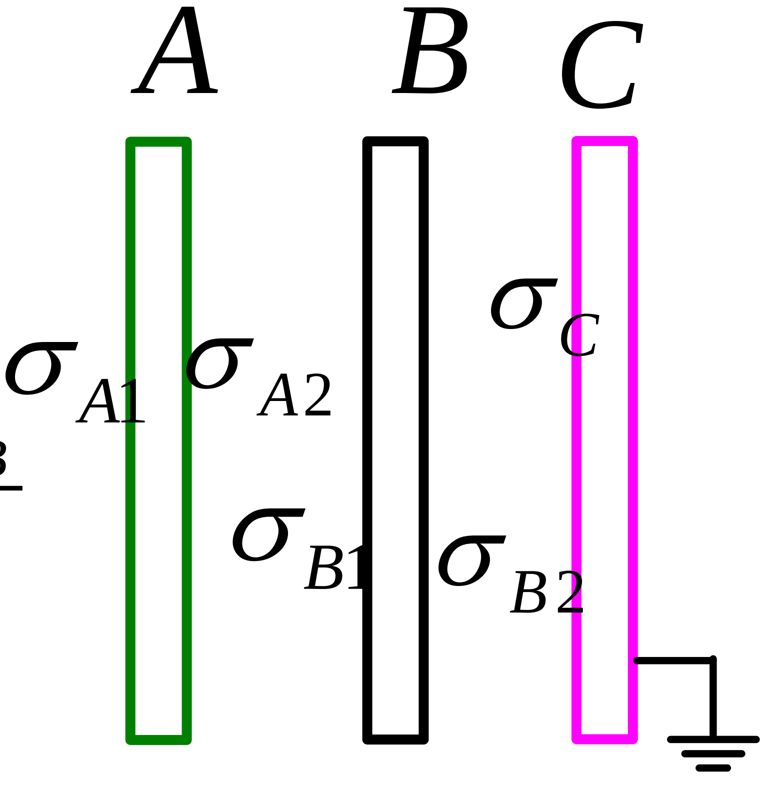
$$\sigma_{B1}=-\frac{q_A}{S}$$

$$\sigma_{B2}=\frac{q_A+q_B}{S}$$

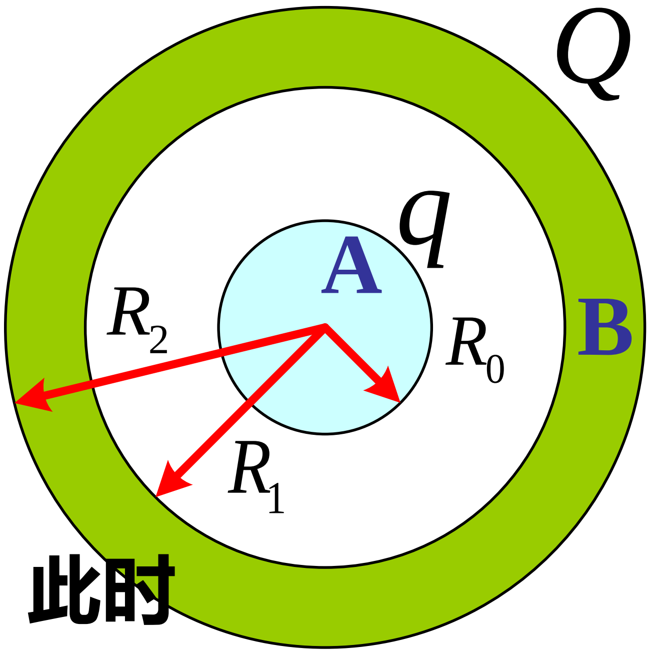
$$\sigma_C=-\frac{q_A+q_B}{S}$$

$$\sigma_{A1} = 0, \sigma_{A2} = \frac{q_A}{S}, \sigma_{B1} = -\frac{q_A}{S}$$

$$\sigma_{B2} = \frac{q_A + q_B}{S}, \sigma_C = -\frac{q_A + q_B}{S}$$



例2 金属球A与金属球壳B同心放置，已知球A半径为 R_0 带电为 q ，金属壳B内外半径分别为 R_1，R_2 带电为 Q



求:1)电量分布

2)球A的电势V_A

3)将B接地，各表面电荷分布；

4)将B的地线拆掉后，再将A接地，此时各表面电荷分布。

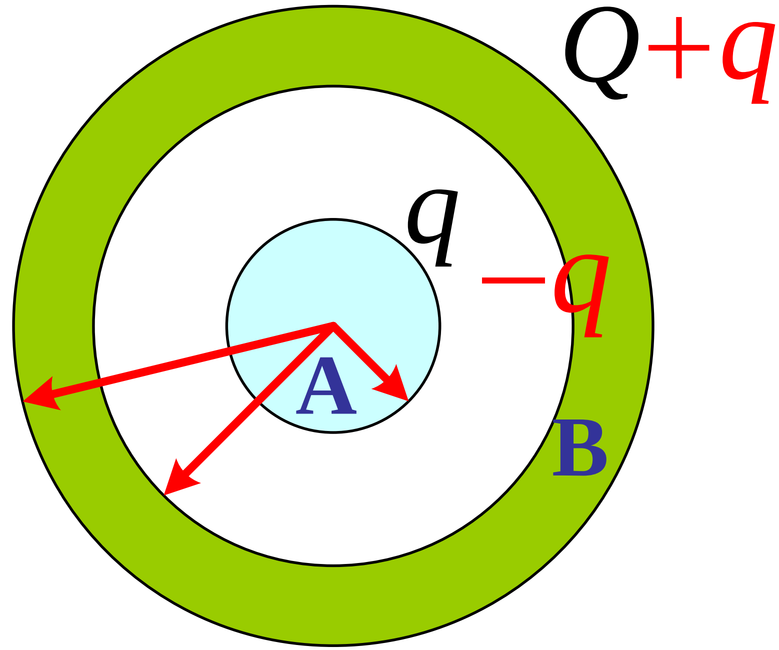
解：

1）球A外表面均匀分布着电量 q

相当于一个均匀带电的球面

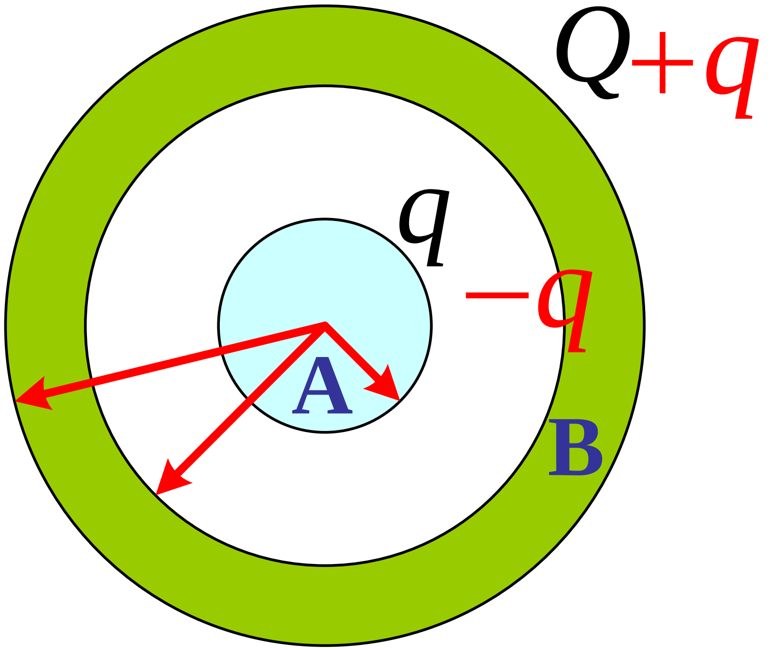
球壳内表面感应出-q，因此

球壳外表面的总带电量为 $Q+q$



2)球A的电势

方法一：$V_A = \int_A^{\infty} \vec{E} \bullet d\vec{l}$

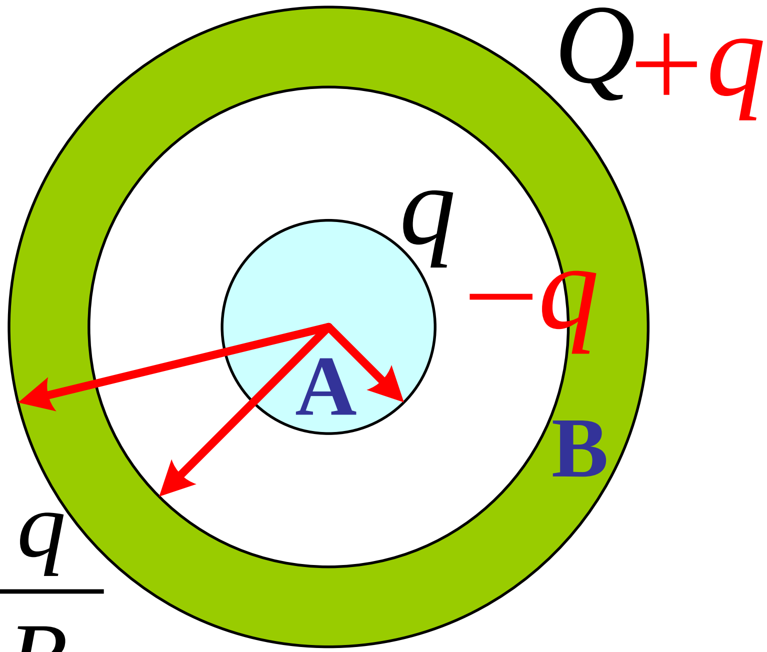


方法二：利用叠加原理

等效:在真空中三个均匀带电球面,

$$V_{内}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R},V_{外}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

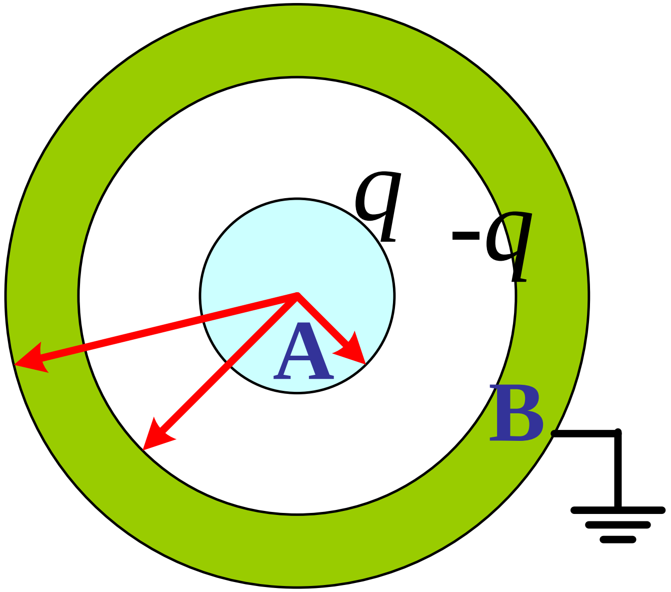
$$V_A=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_0}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$



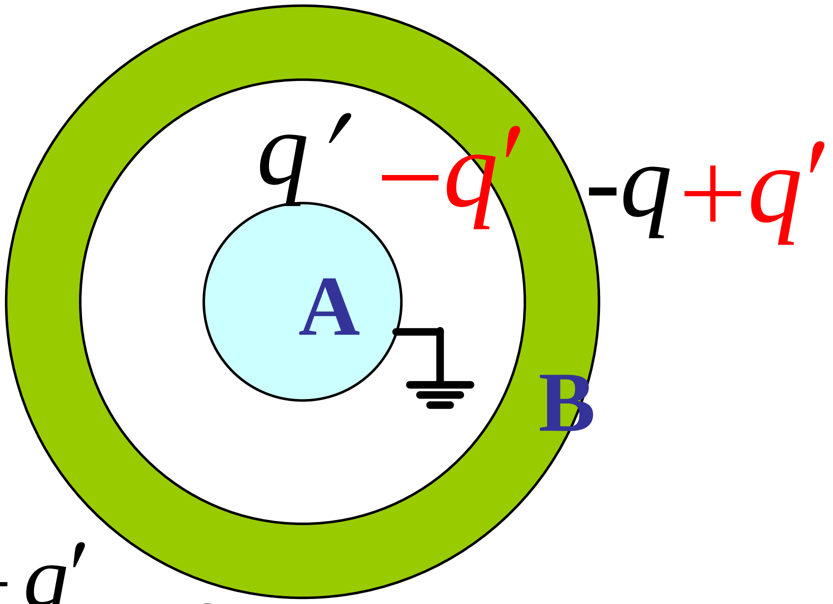
3) 将B接地，各表面电荷分布；

B内表面电荷为 -q

外表面电荷为零。



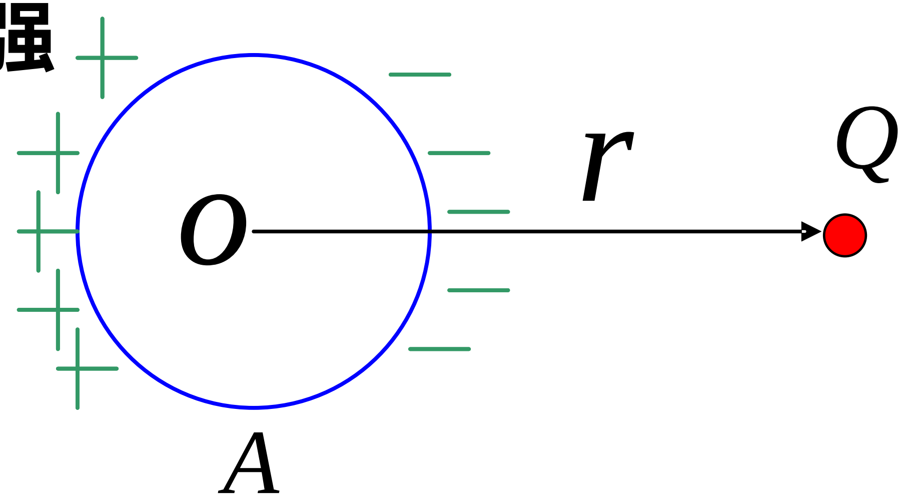
4)将B的地线拆掉后，再将A接地，此时各表面电荷分布。



可求出q'

$$U_A = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R_0} + \frac{-q'}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{-q+q'}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = 0$$

例3 电荷Q近旁放一不带电的导体球，求导体球上感应电荷在球心处产生的场强



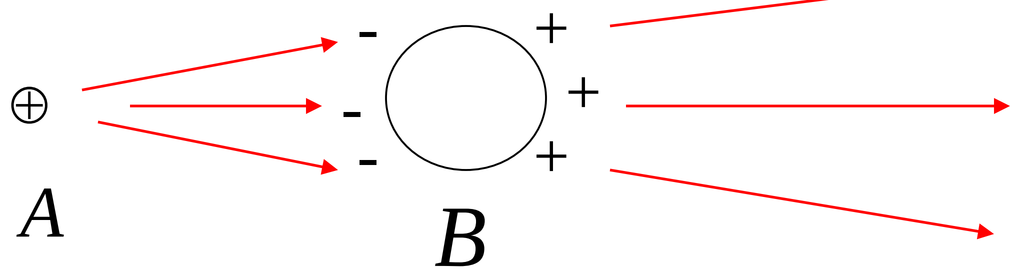
解：由静电屏蔽可知：

$$\vec{E}_o = 0$$

又：$\vec{E}_0 = \vec{E}_{感} + \vec{E}_Q$

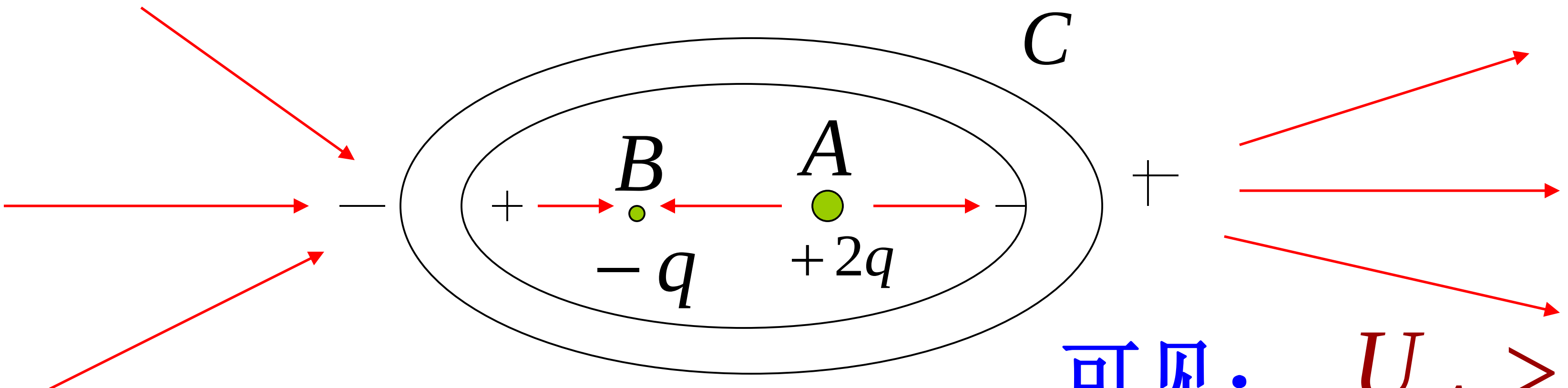
$$\therefore \vec{E}_{感} = -\vec{E}_Q = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

例4、判断电势高低



由静电感应和电力线的指向得：

$$U_A > U_B$$



可见： $U_A > U_C$