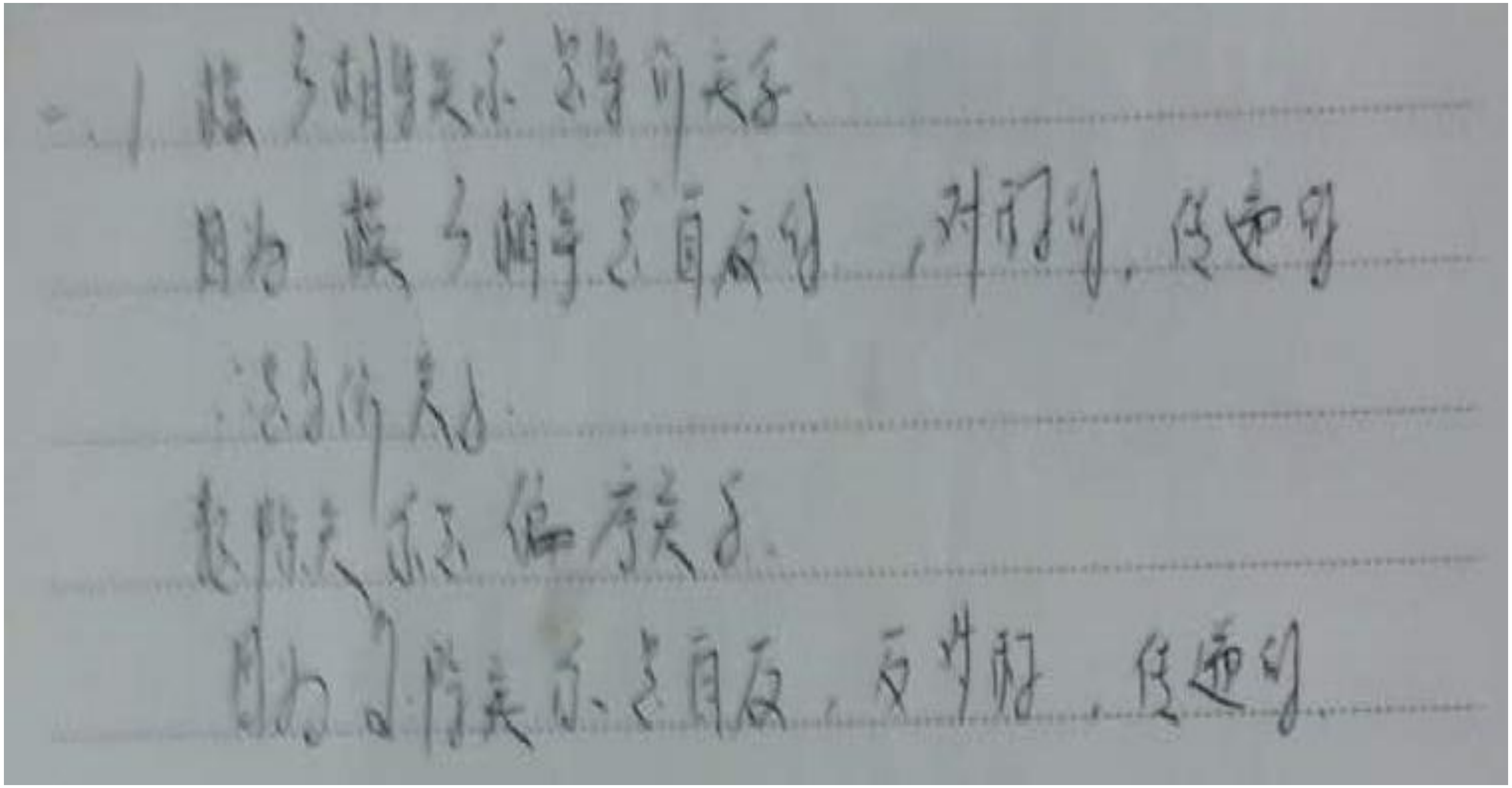
评分标准

- 第一题40分：第一问10分，第二问20分（图10分），第三问10分
- 第二题30分：复合函数完全写对20分，其余10分
- 第三题30分：每问15分
- 附加题每题20分，复合函数完全写对15分，其余5分

情况汇总

1.第一题，部分同学根本没有证明过程



2. 左复合，右复合混淆。题目要求右复合

下确界：无

(3) $=\{\{2,5\},\{10,13\},\{3,12,15\}\}$.

2. (1) ①·③ $=-(\ln x)^2+2\ln x-1$

①·③：$(0,+\infty)\to R$

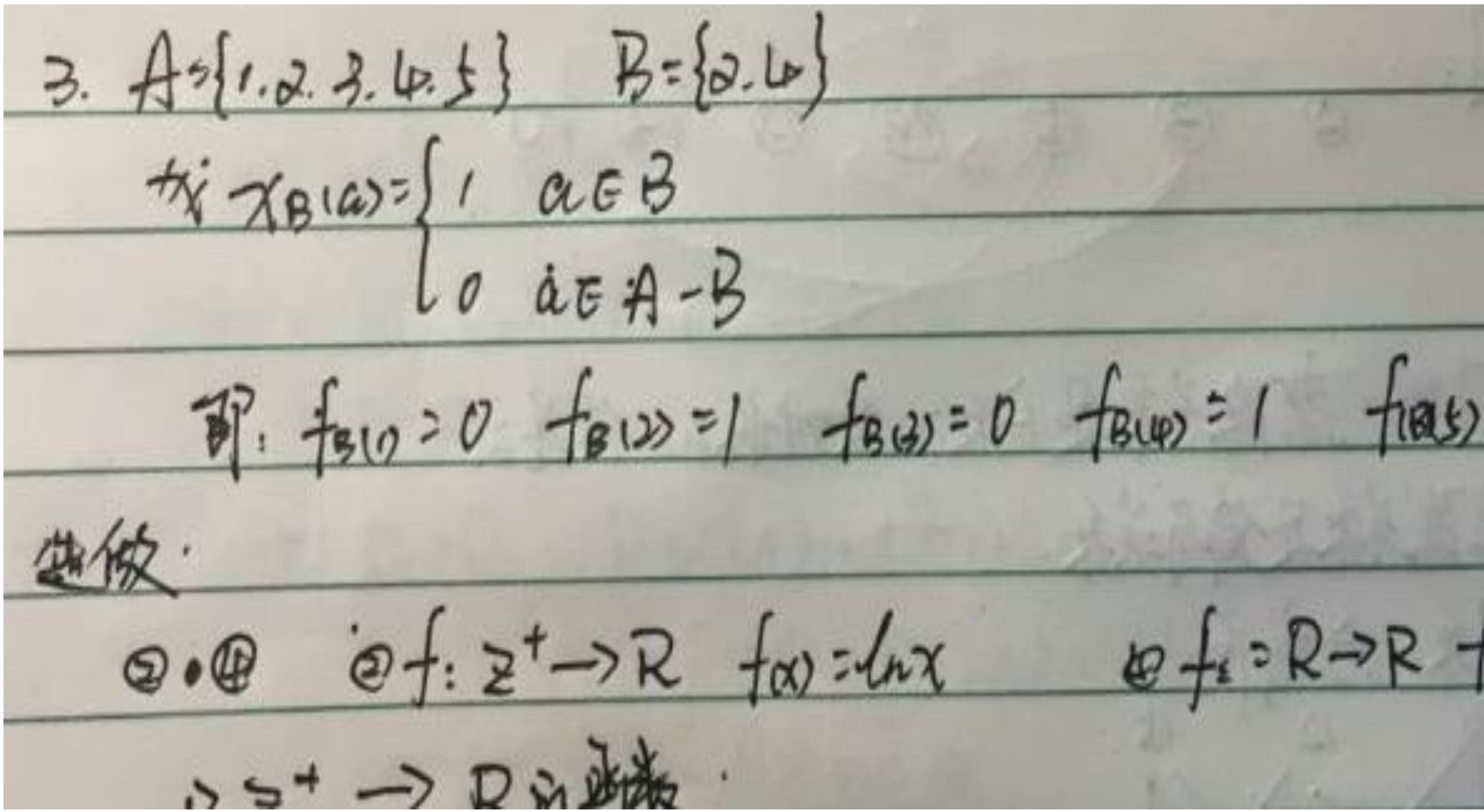
(2) ∵ ①不是单射，③是单射，则 ①·③ 不是单射。

∵ ①不是满射，③是满射，则 ①·③ 不是满射。

(3) 没有

(4) $f(\{1,3\})=\{-1,-(\ln 3)^2+2\ln 3-1\}$

■ 第三题做的不完整，很多同学没有做第二问B{0,1}



3. $A=\{1,2,3,4,5\}$ $B=\{2,4\}$

故 $\chi_B(a)=\begin{cases}1 & a\in B\\ 0 & a\in A-B\end{cases}$

即: $f_B(1)=0$ $f_B(2)=1$ $f_B(3)=0$ $f_B(4)=1$ $f_B(5)$

选做:

②·④ ② $f: Z^+\to R$ $f(x)=\ln x$ ④ $f_2: R\to R$

范例

1.11) R模3等是等价关系. R整除是偏序关系

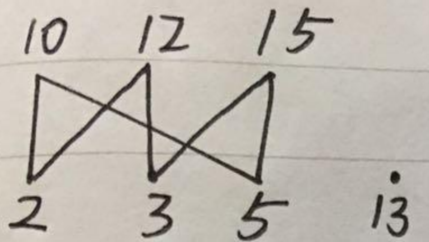
$$\begin{bmatrix} 1&0&1&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&1&0&1\\ 1&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&1&0\\ 0&1&0&0&1&0&1\\ 0&0&0&1&0&1&0\\ 0&1&0&0&1&0&1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1&0&0&1&1&0&0\\ 0&1&0&0&1&0&1\\ 0&0&1&1&0&0&1\\ 0&0&0&1&0&0&1\\ 0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}$$

可以看出. 均满足自反性, 传递性.

R整除满足反对称性.

R模3等满足对称性.

(2)



极小元：2, 3, 5, 13

极大元：10, 12, 15, 13

最大元，最小元不存在

上确界和下确界取决于集合B的选取

例：若取 $B=\{5,15\}$；则上确界为15，下确界为5

若取 $B=\{3,5,15\}$；则上确界为15，下确界不存在

(3) $A/R_{模3等} = \{\{10,13\},\{2,5\},\{3,12,15\}\}$

二、①③（右复合）

① $f: R \to R$，$f(x) = -x^2+2x-1$

③ $f: R \to Z$，$f(x) = \lfloor x \rfloor$

(1) $R \to Z$ 的函数：$f: \lfloor -x^2+2x-1 \rfloor$

(2) 不单射也不满射

对于 $x_1=0$，$x_2=2$　$f(0)=f(2)=-1$，故不单射

无论如何取值，$ran f = Z$ 中的值1都无法取到，故不满

(4) $f(\{1,3\})=\{0,-4\}$

3、$A=\{1,2,3,4,5\}$ $B=\{2,4\}$

$$\chi_B(a)=\begin{cases}1, & a\in B\\ 0, & a\in A-B\end{cases}$$

即 $\chi_B(1)=0$, $\chi_B(2)=1$, $\chi_B(3)=0$, $\chi_B(4)=1$

$\chi_B(5)=0$

$B^{\{0,1\}}=\{f_1,f_2,f_3,f_4\}$ $f_1=\{\langle 0,2\rangle,\langle 1,2\rangle\}$

$f_2=\{\langle 0,2\rangle,\langle 1,4\rangle\}$

$f_3=\{\langle 0,4\rangle,\langle 1,2\rangle\}$

$f_4=\{\langle 0,4\rangle,\langle 1,4\rangle\}$

选做题：

1、②◦④

选做题：

$f_4=\{\langle 0,4\rangle,\langle 1,4\rangle\}$

1、②◦④

② $f: Z^+\to R$，$f(x)=\ln x$

④ $f: R\to R$，$f(x)=2x+1$

(1) ②◦④：$Z^+\to R$ $f: 2\ln x+1$

(2) ②◦④ $=2\ln x+1$ 为单射函数；$\operatorname{ran}f=\{2\ln 1+1, 2\ln 2+1$

(3) 无逆函数，因为f不是双射函数

(4) $f(\{1,3\})=\{1, 2\ln 3+1\}$

2、③○⑤

③ $f: R \to Z$, $f(x)=\lfloor x \rfloor$

⑤ $f: R^+ \to R^+$, $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$

(1) $R^+ \to R^+$ (定义域实数集) $f: \frac{\lfloor x \rfloor^2+1}{\lfloor x \rfloor}$

(2) 既不是單射，也不是满射

(3) 无 ~~遂~~ 逆函数，因为f不是双射函数

(4) $f(\{1,3\})=\{2, \frac{10}{3}\}$

3、②○④

② $f: N \to N$, $f(n)=n \bmod 3$

④ $f: N \to \{0,1\}$, $f(n)=\begin{cases} 1, & \cancel{n为奇数} \quad n为奇数 \\ 0, & \cancel{n为偶数} \quad n为偶数 \end{cases}$

(1) $N \to \{0,1\}$

(2) 为满射；但不是單射，

(3) 无逆函数，因为f不是双射函数

(4) $f(\{1,3\})=\{1,0\}$

5.3 图的矩阵表示

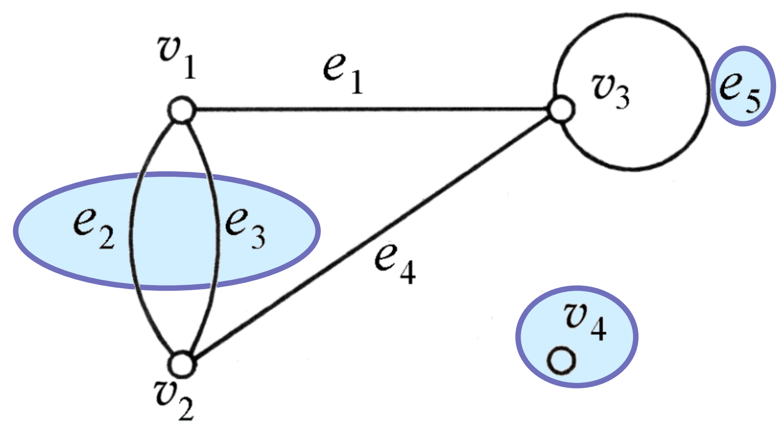
- 无向图的关联矩阵
- 有向图的关联矩阵
- 有向图的邻接矩阵
- 有向图的可达矩阵

无向图的关联矩阵

定义 设无向图$G=<V,E>$，$V=\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$，$E=\{e_1, e_2, \ldots, e_m\}$，令$m_{ij}$为$v_i$与$e_j$的关联次数，称$(m_{ij})_{n\times m}$为**$G$的关联矩阵**，记为$M(G)$.

例

$$M(G)=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



无向图的关联矩阵

定义 设无向图$G=<V,E>$，$V=\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$，$E=\{e_1, e_2, \ldots, e_m\}$，令$m_{ij}$为$v_i$与$e_j$的关联次数，称$(m_{ij})_{n\times m}$为$G$的关联矩阵，记为$M(G)$.

性质 (1) 每一列恰好有两个1或一个2（一条边有两个端点）

(2) $\sum_{j=1}^{m} m_{ij} = d(v_i) \quad (i=1,2,\ldots,n)$

(3) $\sum_{i,j} m_{ij} = 2m$（握手定理）

(4) v_i为孤立点当且仅当第i行全为0

(5) 平行边的列相同

有向图的关联矩阵

定义 设无环有向图$D=<V,E>$, $V=\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, $E=\{e_1, e_2, \ldots, e_m\}$, 令

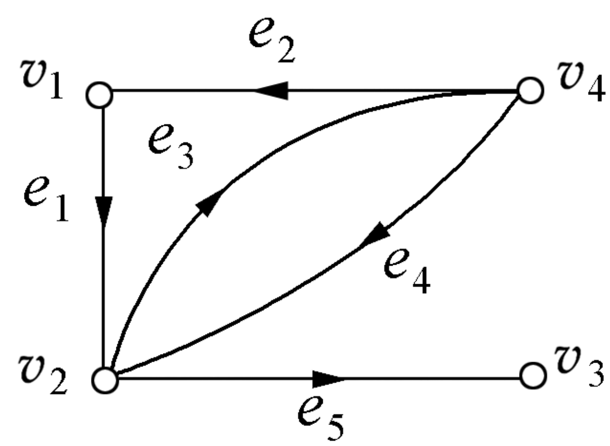
$$m_{ij} = \begin{cases} 1, & v_i\text{为}e_j\text{的始点} \\ 0, & v_i\text{与}e_j\text{不关联} \\ -1, & v_i\text{为}e_j\text{的终点} \end{cases}$$

则称$(m_{ij})_{n\times m}$为D的关联矩阵，记为$M(D)$.

有向图的关联矩阵(续)

例

$$M(D)=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



性质

(1) 每一列恰好有一个1和一个-1(无环，每条边是一个入度一个出度)

(2) 第*i*行1 的个数等于$d^+(v_i)$, -1 的个数等于$d^-(v_i)$

(3) 1的总个数等于-1的总个数, 且都等于*m*

(4) 平行边对应的列相同

有向图的关联矩阵(续)

性质

(1) $\sum_{i=1}^{n} m_{ij} = 0 \qquad (j = 1,2,\ldots,m)$ (每一列恰好有一个1和一个-1)

(2) $\sum_{j=1}^{m} (m_{ij} = 1) = d^{+}(v_i),$ (第i行1 的个数等于$d^{+}(v_i)$, -1 的个数等于$d^{-}(v_i)$)

$\sum_{j=1}^{m} (m_{ij} = -1) = d^{-}(v_i), \quad i = 1,2,\ldots,n$

(3) $\sum_{i,j} m_{ij} = 0$ (1的总个数等于-1的总个数, 且都等于m)

(4) 平行边对应的列相同

有向图的邻接矩阵

定义 设有向图$D=<V,E>$, $V=\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, $E=\{e_1, e_2, \ldots, e_m\}$, 令 $a_{ij}^{(1)}$为顶点v_i邻接到顶点v_j边的条数，称$(a_{ij}^{(1)})_{n\times n}$为**D的邻接矩阵**, 记作$A(D)$, 简记为$A$.

性质

$$(1)\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^{(1)} = d^+(v_i), \quad i = 1,2,\ldots,n$$

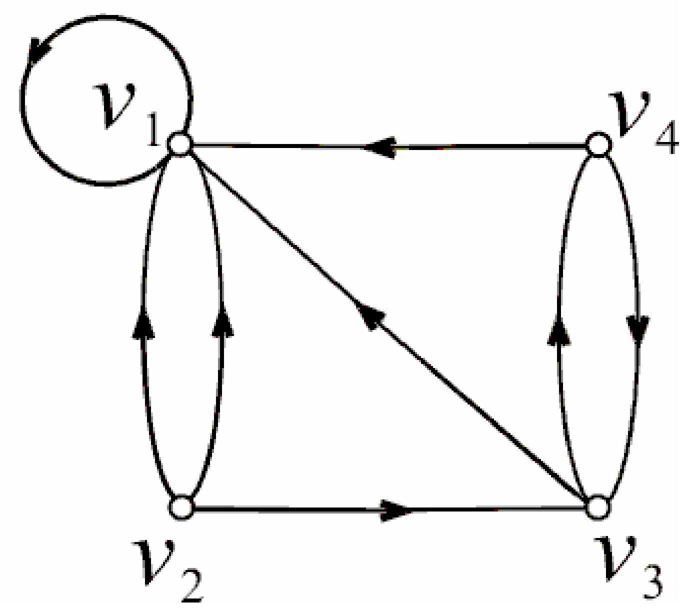
$$(2)\ \sum_{i=1}^{n} a_{ij}^{(1)} = d^-(v_j), \quad j = 1,2,\ldots,n$$

$$(3)\ \sum_{i,j} a_{ij}^{(1)} = m --- D\text{中长度为}1\text{的通路数}$$

$$(4)\ \sum_{i=1}^{n} a_{ii}^{(1)} --- D\text{中长度为}1\text{的回路数}$$

有向图的邻接矩阵实例

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



D中的通路及回路数

定理 设A为n阶有向图D的邻接矩阵, 则$A^l(l\geq 1)$中元素

$a_{ij}^{(l)}$为D中v_i到v_j长度为 l 的通路数,

$a_{ii}^{(l)}$为v_i到自身长度为 l 的回路数,

$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{(l)}$ 为D中长度为 l 的通路总数,

$\sum_{i=1}^{n}a_{ii}^{(l)}$ 为D中长度为 l 的回路总数.

注意：计算通路时包括回路，且是在定义的意义下的计算，不是同构的意义下（顶点边序列不同时认为是不同的回路/通路）

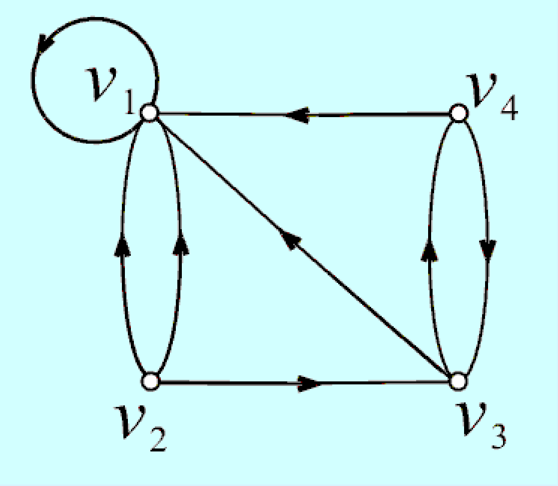
D中的通路及回路数(续)

推论 设$B_l=A+A^2+\ldots+A^l(l\geq 1)$, 则$B_l$中元素

$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^{(l)}$为$D$中长度小于或等于$l$ 的通路数,

$\sum_{i=1}^{n} b_{ii}^{(l)}$为$D$中长度小于或等于$l$ 的回路数.

例 有向图D如图所示, 求A, A^2, A^3, A^4, 并回答诸问题:



(1) D中长度为1, 2, 3, 4的通路各有多少条? 其中回路分别为多少条?

(2) D中长度小于或等于4的通路为多少条? 其中有多少条回路?

例(续)

$$A=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\2&0&1&0\\1&0&0&1\\1&0&1&0\end{bmatrix}\qquad A^2=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\3&0&0&1\\2&0&1&0\\2&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$A^3=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\4&0&1&0\\3&0&0&1\\3&0&1&0\end{bmatrix}\qquad A^4=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\5&0&0&1\\4&0&1&0\\4&0&0&1\end{bmatrix}$$

长度	通路	回路
1	8	1
2	11	3
3	14	1
4	17	3
合计	50	8

有向图的可达矩阵

定义 设$D=\langle V,E\rangle$为有向图, $V=\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, 令

$$p_{ij}=\begin{cases}1, & v_i\text{可达}v_j\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

称$(p_{ij})_{n\times n}$为D的可达矩阵, 记作$P(D)$, 简记为P.

性质:

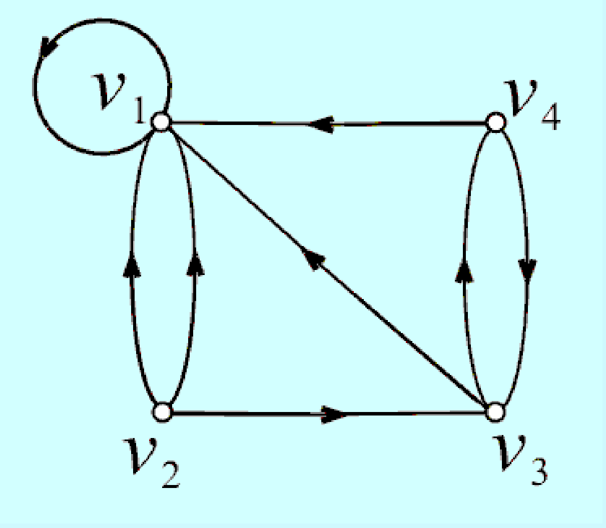
$P(D)$主对角线上的元素全为1.

D强连通当且仅当$P(D)$的元素全为1.

有向图的可达矩阵(续)

例 右图所示的有向图D的可达矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



5.4 最短路径,关键路径与着色

- 带权图
- 最短路径与Dijkstra标号法
- 项目网络图与关键路径
- 着色问题

最短路径

带权图$G=<V,E,w>$, 其中$w:E\to R$.

$\forall e\in E$, $w(e)$称作e的权. $e=(v_i,v_j)$, 记$w(e)=w_{ij}$. 若v_i,v_j不相邻, 记$w_{ij}=\infty$.

通路L的权: L的所有边的权之和, 记作$w(L)$.

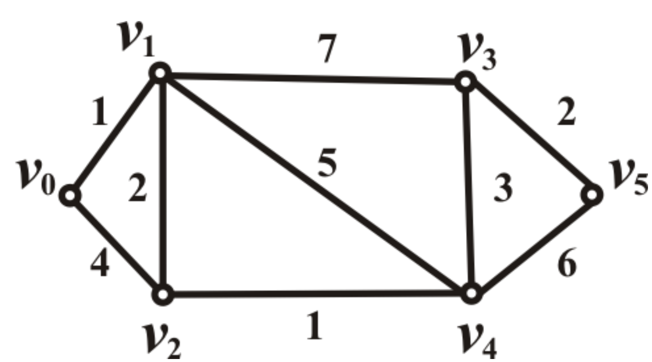
u和v之间的最短路径: u和v之间权最小的通路.

u到v的距离: u到v的最短路径的权.

例 $L_1=v_0v_1v_3v_5$, $w(L_1)=10$,

$L_2=v_0v_1v_4v_5$, $w(L_2)=12$,

$L_3=v_0v_2v_4v_5$, $w(L_3)=11$.



标号法(E.W.Dijkstra, 1959)

设带权图$G=<V,E,w>$, 其中$\forall e\in E$, $w(e)\geq 0$.

设$V=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$, 求v_1到其余各顶点的最短路径

基本思想:

1、节点被划分到两个集合中:

- P：v_1到集合中节点v_i的最短距离（设为l_i）已确定，具有“永久标号”，初始时v_1在P中
- T：集合中节点到v_1的最短距离没有最终确定，具有“临时标号”，初始时除了v_1其他所有节点都在T中

2、每次T中具有最短的“最短距离”的节点被添加到P中

3、每次向P中添加节点时，修正T中节点的“最短距离”

4、重复过程2、3，直到所有节点都被放入P中

** 所有节点的“最短距离”都是由P中的节点计算出来，即具有最短距离的通路（除了终点）是由P中节点连通组成

标号法(E.W.Dijkstra, 1959)

设带权图$G=<V,E,w>$, 其中$\forall e\in E$, $w(e)\geq 0$.

设$V=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$, 求v_1到其余各顶点的最短路径

基本过程：

1、初始时v_1在P中，除了v_1外的其他所有节点都在T中

2、向P中添加节点v_i时，在T中寻找与v_i相邻的节点，看是否需要修正其“最短距离”——v_1通过v_i到达该节点的距离小于该节点当前的“最短距离”，则修正该节点的“最短距离”。

3、“最短距离”修正完毕后，将具有最短的“最短距离”的节点加入P中

4、重复过程2，直到所有节点都被放入P中，共n-1次

标号法(E.W.Dijkstra, 1959)

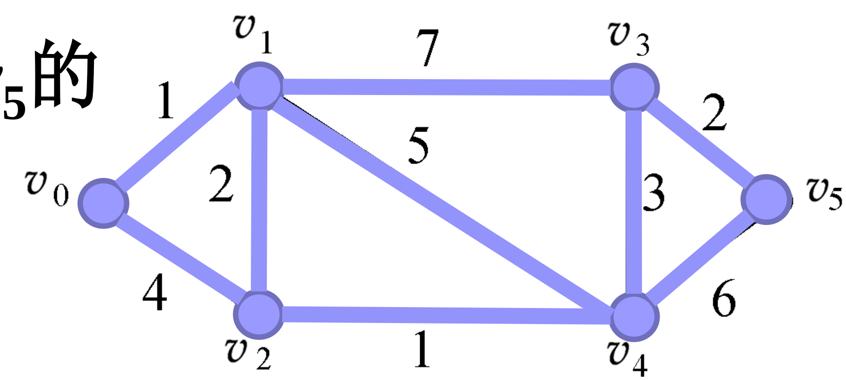
设带权图$G=<V,E,w>$, 其中$\forall e\in E$, $w(e)\geq 0$.

设$V=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$, 求v_1到其余各顶点的最短路径

1. 令 $l_1\leftarrow 0$, $p_1\leftarrow\lambda$, $l_j\leftarrow +\infty$, $p_j\leftarrow\lambda$, $j=2,3,\ldots,n$,
   $P=\{v_1\}$, $T=V-\{v_1\}$, $k\leftarrow 1$, $t\leftarrow 1$.　　　　/ λ表示空
2. 当向P中新加入了顶点v_k时（第一个是v_1），对所有的$v_j\in T$，如果$(v_k,v_j)\in E$
   令$l\leftarrow\min\{l_j, l_k+w_{kj}\}$,
   若$l=l_k+w_{kj}$, 则令$l_j\leftarrow l$, $p_j\leftarrow v_k$.
3. 求$l_i=\min\{l_j| v_j\in T_t\}$.
   令$P\leftarrow P\cup\{v_i\}$, $T\leftarrow T-\{v_i\}$, $k\leftarrow i$.
4. 令$t\leftarrow t+1$,
   若$t<n$, 则转2.

Dijkstra标号法实例

例 求v_0到v_5的最短路径



1. 令 $l_1 \leftarrow 0, p_1 \leftarrow \lambda, l_j \leftarrow +\infty, p_j \leftarrow \lambda$
   $P=\{v_1\}, T=V-\{v_1\}, k \leftarrow 1, t \leftarrow 1.$
   / λ表示空
2. 当向P中新加入了顶点v_k时（第一个是v_1），对所有的$v_j \in T$且$(v_k,v_j) \in E$
   令$l \leftarrow \min\{l_j, l_k+w_{kj}\}$,
   若$l=l_k+w_{kj}$, 则令$l_j \leftarrow l, p_j \leftarrow v_k$.
3. 求$l_i=\min\{l_j | v_j \in T_t\}$.
   令$P \leftarrow P \cup \{v_i\}, T \leftarrow T-\{v_i\}, k \leftarrow i$.
4. 令$t \leftarrow t+1$,
   若$t<n$, 则转2.

t	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
1	$(0, \lambda)$*	$(+\infty, \lambda)$	$(+\infty, \lambda)$	$(+\infty, \lambda)$	$(+\infty, \lambda)$	$(+\infty, \lambda)$
2		$(1,v_0)$*	$(4,v_0)$	$(+\infty, \lambda)$	$(+\infty, \lambda)$	$(+\infty, \lambda)$
3			$(3,v_1)$*	$(8,v_1)$	$(6,v_1)$	$(+\infty, \lambda)$
4				$(8,v_1)$	$(4,v_2)$*	$(+\infty, \lambda)$
5				$(7,v_4)$*		$(10,v_4)$
6						$(9,v_3)$*

v_0到v_5的最短路径: $v_0v_1v_2v_4v_3v_5$， $d(v_0,v_5)=9$

标号法(续)

注意：

- 该方法以递增的顺序求出v_1到所有节点的最短距离（为什么？）

思考：

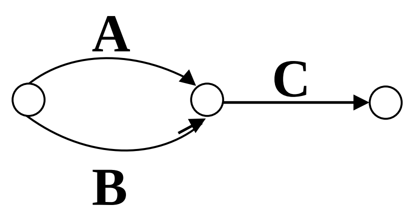
- 对于最近一次加入P中的节点v_j，其到v_1的最短通路是否可能需要经过T中的节点？是否可能经过P中的其他节点（算法求出的路径节点之外的节点）？

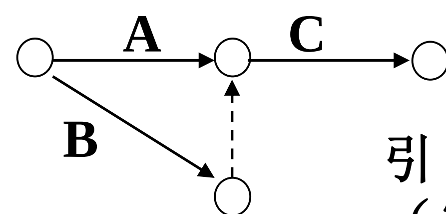
项目网络图

项目网络图: 表示项目的活动之间前后顺序一致的带权有向图. 边表示活动, 边的权是活动的完成时间,顶点表示事项(项目的开始和结束、活动的开始和结束).

要求: (1) 有一个始点(入度为0)和一个终点(出度为0).

(2) 任意两点之间只能有一条边.





引 入 虚 活 动

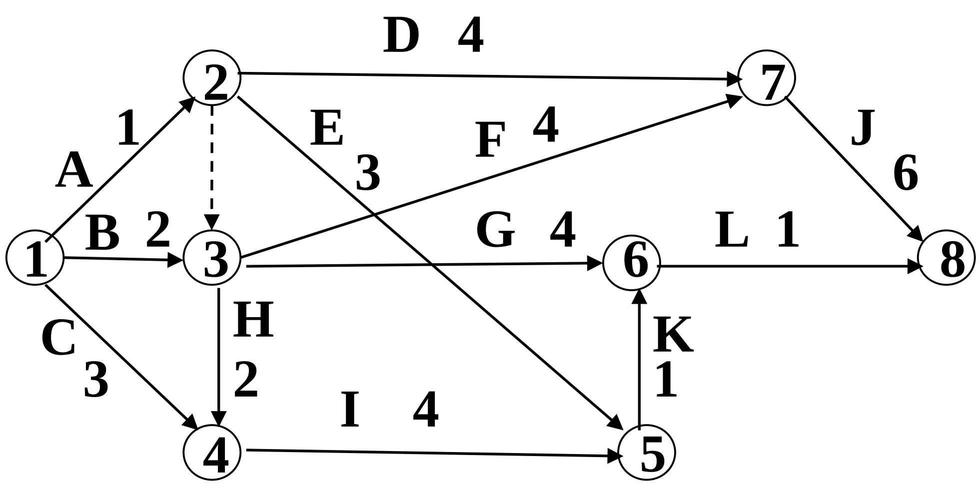
（完成时间为0）

(3) 没有回路.

(4) 每一条边始点的编号小于终点的编号.

例

活动	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
紧前活动	–	–	–	A	A	A,B	A,B	A,B	C,H	D,F	E,I	G,K
时间(天)	1	2	3	4	3	4	4	2	4	6	1	1



关键路径

关键路径: 项目网络图中从始点到终点的最长路径

关键活动: 关键路径上的活动

设$D=<V,E,W>$, $V=\{1,2,\ldots,n\}$, 1是始点, n是终点.

(1)事项i的最早开始时间$ES(v_i)$: i最早可能开始的时间, 即从始点到i的最长路径的长度.

$$ES(1)=0$$

$$ES(i)=\max\{ES(j)+w_{ji} \mid <j,i>\in E\}, \quad i=2,3,\ldots,n$$

(2)事项i的最晚完成时间$LF(i)$: 在不影响项目工期的条件下, 事项i最晚必须完成的时间.

$$LF(n)=ES(n)$$

$$LF(i)=\min\{LF(j)-w_{ij} \mid <i,j>\in E\}, \quad i=n-1,n-2,\ldots,1$$

关键路径(续)

(3) 活动<i,j>的最早开始时间$ES(i,j)$: <i,j>最早可能开始时间.

(4) 活动<i,j>的最早完成时间$EF(i,j)$: <i,j>最早可能完成时间.

(5) 活动<i,j>的最晚开始时间$LS(i,j)$: 在不影响项目工期的条件下, <i,j>最晚必须开始的时间.

(6) 活动<i,j>的最晚完成时间$LF(i,j)$: 在不影响项目工期的条件下, <i,j>最晚必须完成的时间.

(7) 活动<i,j>的缓冲时间$SL(i,j)$:

$$SL(i,j)= LS(i,j)-ES(i,j)=LF(i,j)-EF(i,j)$$

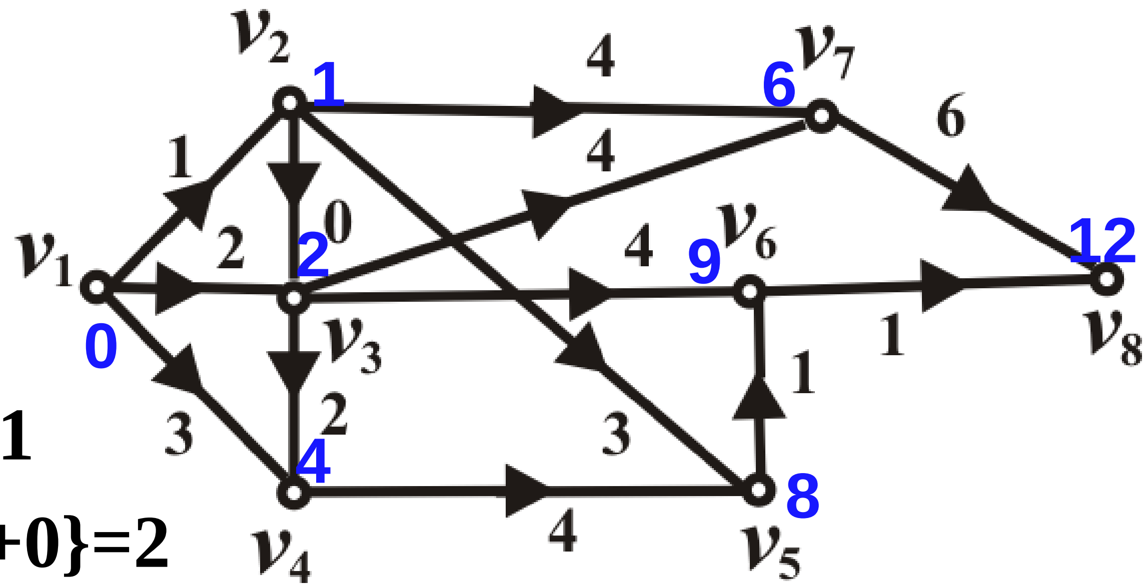
显然, $ES(i,j)= ES(i)$, $EF(i,j)= ES(i)+w_{ij}$,

$LF(i,j)=LF(j)$, $LS(i,j)=LF(j)-w_{ij}$,

关键活动: $ES(i,j)= LS(i,j)$

关键路径: 关键活动组成的通路

例(续)



事项的最早开始时间

$ES(1)=0$

$ES(2)=\max\{0+1\}=1$

$ES(3)=\max\{0+2,1+0\}=2$

$ES(4)=\max\{0+3,2+2\}=4$

$ES(5)=\max\{1+3,4+4\}=8$

$ES(6)=\max\{2+4,8+1\}=9$

$ES(7)=\max\{1+4,2+4\}=6$

$ES(8)=\max\{9+1,6+6\}=12$

例(续)

事项的最晚完成时间

$LF(8)=12$

$LF(7)=\min\{12-6\}=6$

$LF(6)=\min\{12-1\}=11$

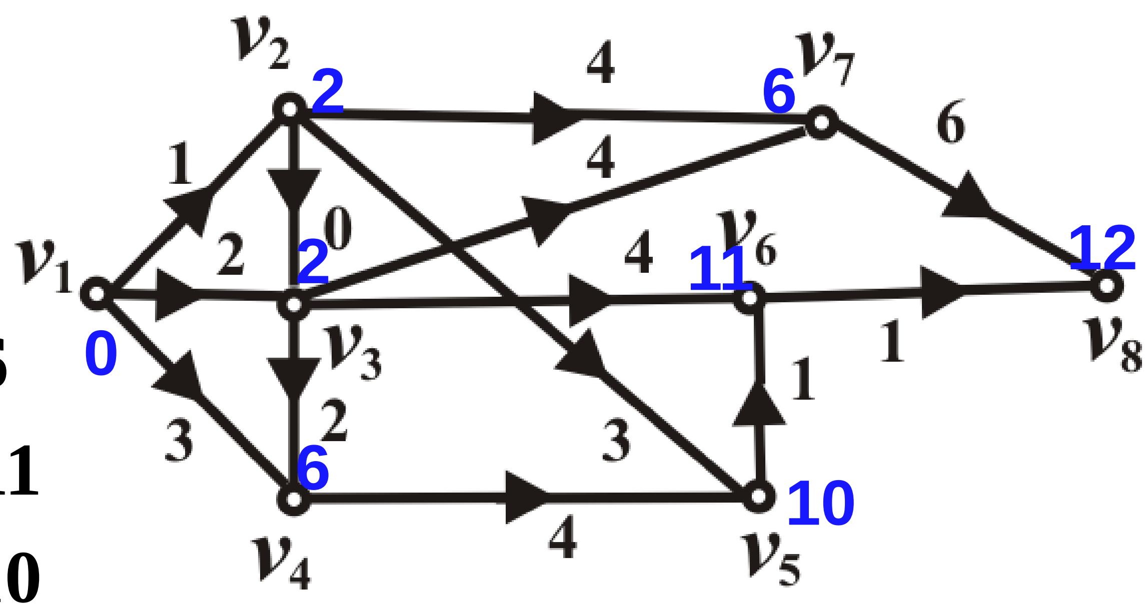
$LF(5)=\min\{11-1\}=10$

$LF(4)=\min\{10-4\}=6$

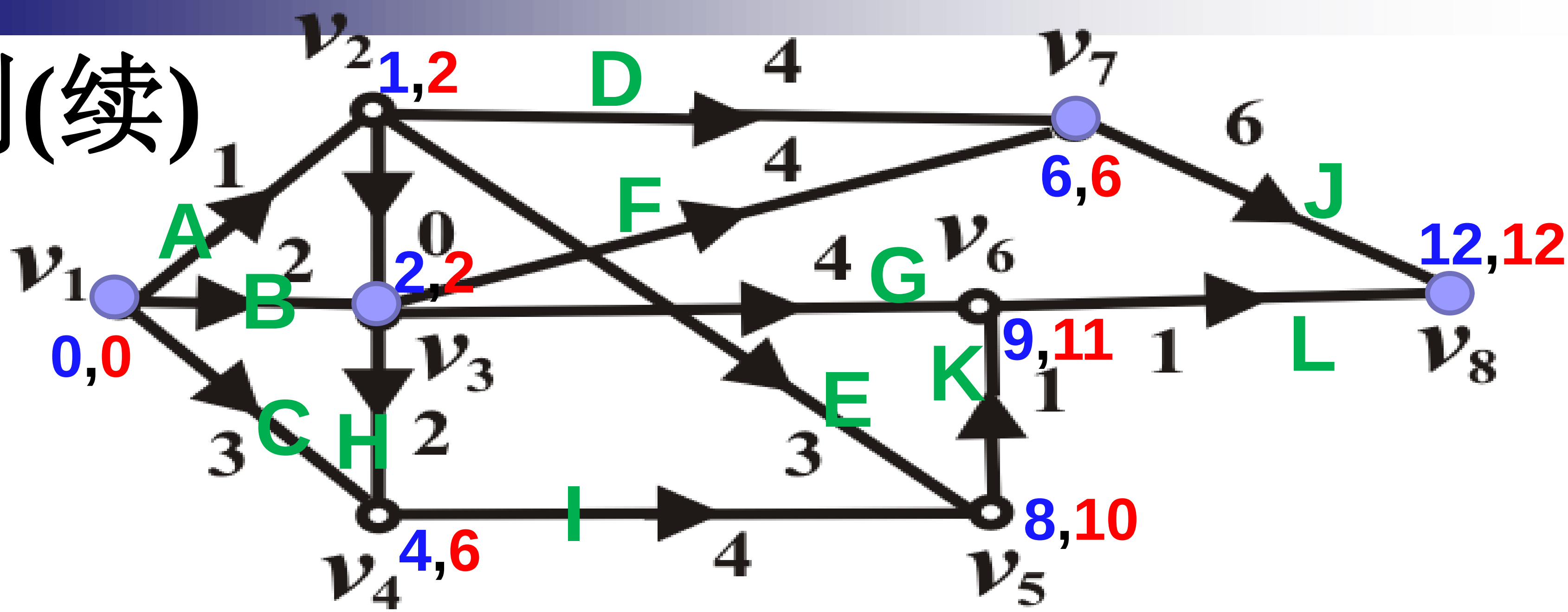
$LF(3)=\min\{6-2,11-4,6-4\}=2$

$LF(2)=\min\{2-0,10-3,6-4\}=2$

$LF(1)=\min\{2-1,2-2,6-3\}=0$



例(续)



活动	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
ES	0	0	0	1	1	2	2	2	4	6	8	9
EF	1	2	3	5	4	6	6	4	8	12	9	10
LS	1	0	3	2	7	2	7	4	6	6	10	11
LF	2	2	6	6	10	6	11	6	10	12	11	12
SL	1	0	3	1	6	0	5	2	2	0	2	2

$ES(i,j)=ES(i)$
$EF(i,j)=ES(i)+w_{ij}$,
$LF(i,j)=LF(j)$,
$LS(i,j)=LF(j)-w_{ij}$,

$SL(i,j)$
$=LS(i,j)-ES(i,j)$
$=LF(i,j)-EF(i,j)$

总工期:12天

关键路径: $v_1v_3v_7v_8$　　关键活动: B,F,J

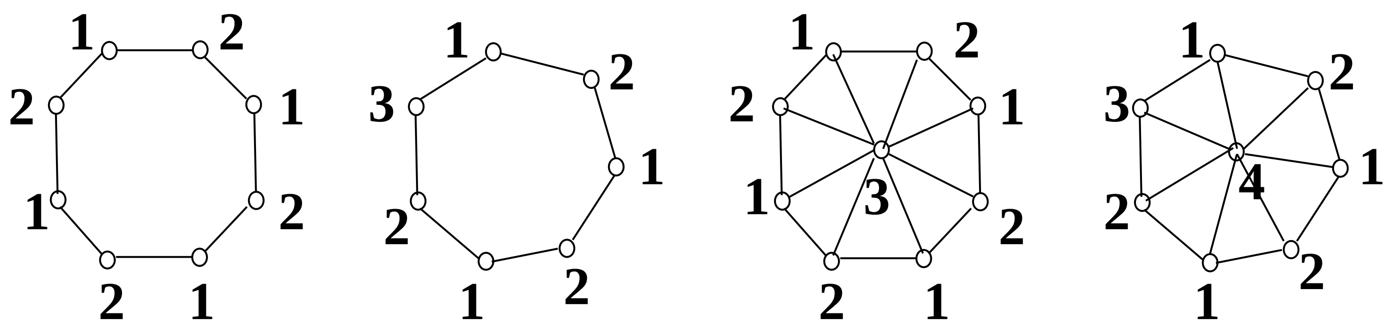
着色

定义 设无向图G无环, 对G的每个顶点涂一种颜色, 使相邻的顶点涂不同的颜色，称为图G的一种点着色,简称着色.

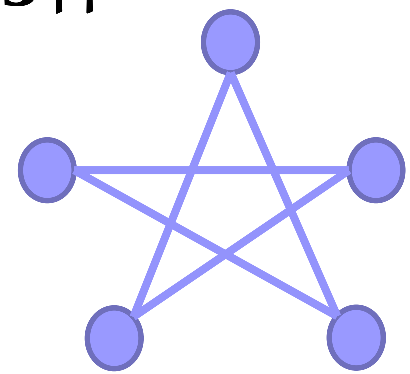
若能用k种颜色给G的顶点着色， 则称G是k-可着色的

图的着色问题: 用尽可能少的颜色给图着色.

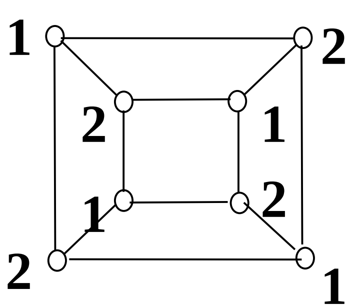
例1

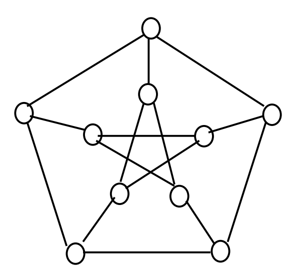


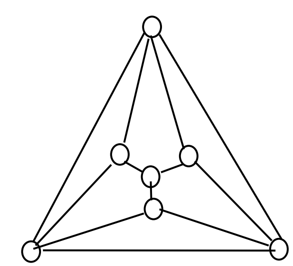
圈：长度为偶数的圈用2种颜色，奇数3种
轮图：奇阶用3种颜色，偶阶4种



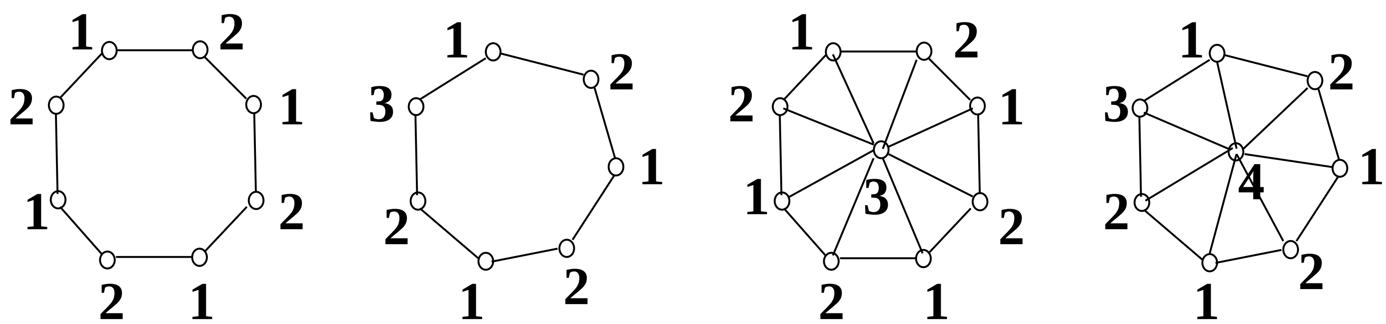
例2



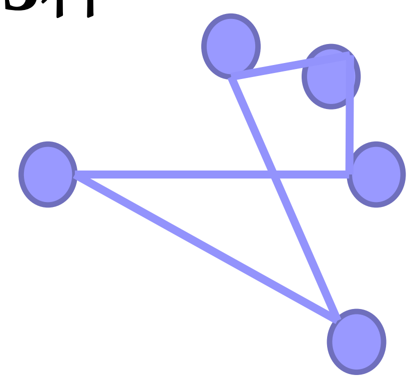




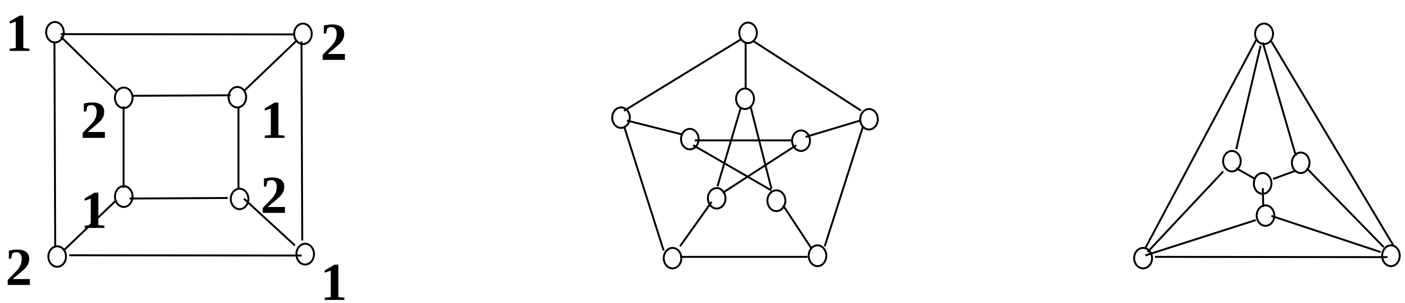
例1



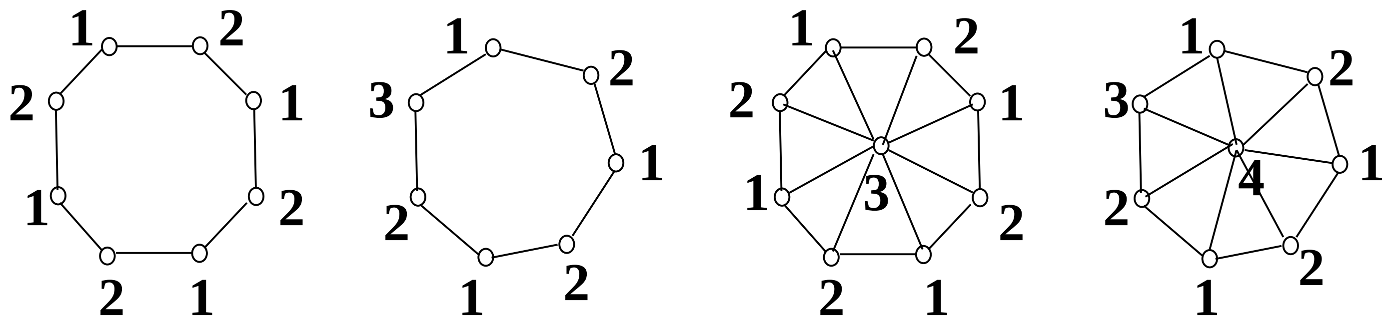
圈：长度为偶数的圈用2种颜色，奇数3种
轮图：奇阶用3种颜色，偶阶4种



例2

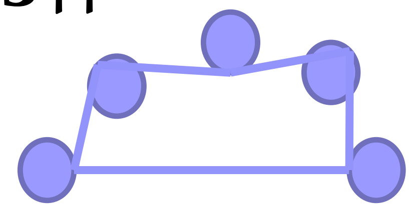


例1

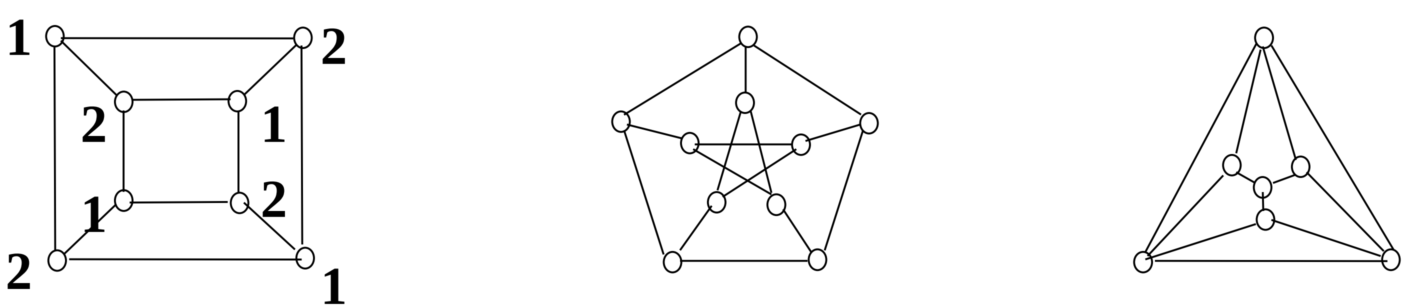


圈：长度为偶数的圈用2种颜色，奇数3种

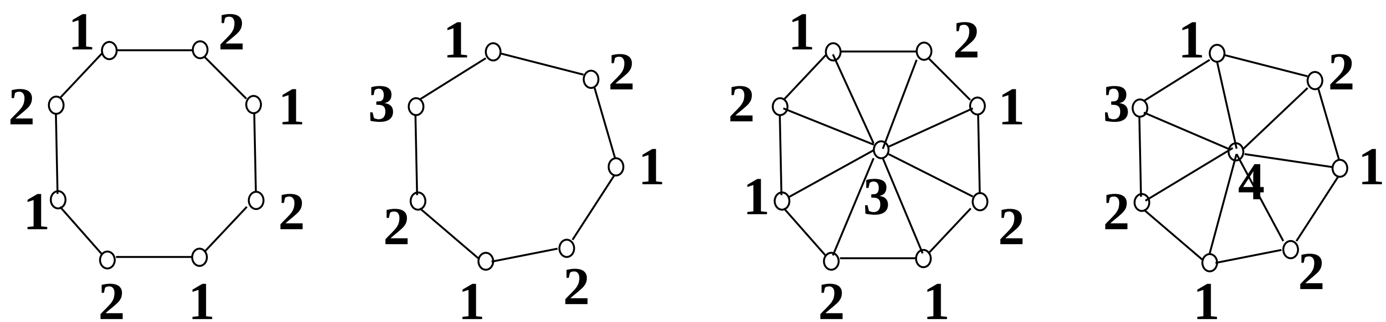
轮图：奇阶用3种颜色，偶阶4种



例2

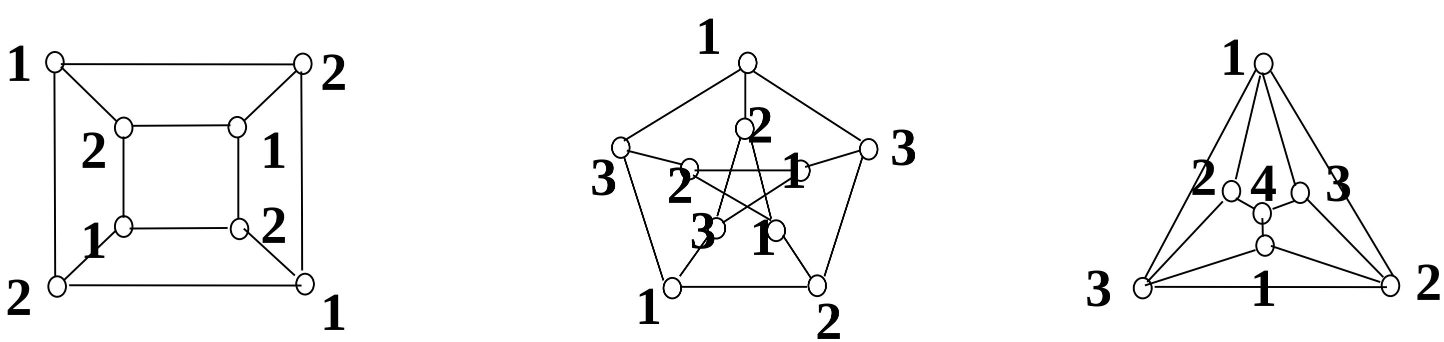


例1



圈：长度为偶数的圈用2种颜色，奇数3种
轮图：奇阶用3种颜色，偶阶4种

例2



应用

- 有n项工作，每项工作需要一天的时间完成．有些工作由于需要相同的人员或设备不能同时进行，问至少需要几天才能完成所有的工作?

用图描述：

- 顶点：工作
- 边：两项工作不能同时进行，则相应两顶点间有边
- 着色：即为工作的时间安排
  - 同一种颜色的顶点对应的工作可以安排在同一天
  - 所需最少天数即为该图着色所需最少颜色数

应用

- 计算机有*k*个寄存器, 现正在编译一个程序, 要给每一个变量分配一个寄存器. 如果两个变量要在同一时刻使用, 则不能把它们分配给同一个寄存器.如何给变量分配寄存器?

用图描述：

- 顶点：变量
- 边：两个变量要在同一时刻使用，则对应顶点间有边
- 着色：即为寄存器分配方案
  - 同一种颜色的顶点对应的变量可以分配给同一个寄存器

应用

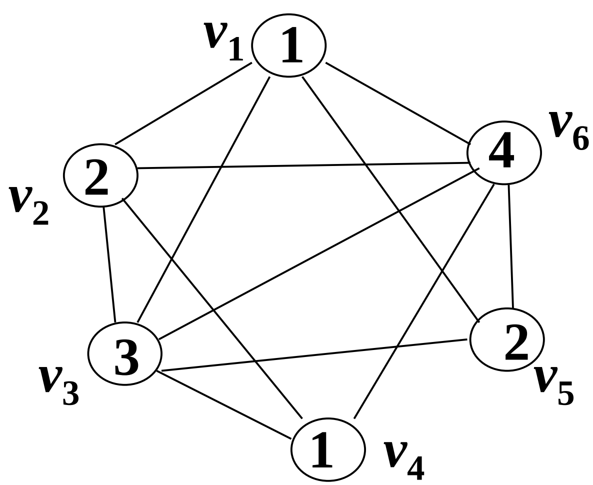
- 无线交换设备的波长分配. 有n台设备和k个发射波长, 要给每一台设备分配一个波长. 如果两台设备靠得太近, 则不能给它们分配相同的波长, 以防止干扰. 如何分配波长?

用图描述:

- 顶点：设备
- 边：两台设备靠的太近不能分配相同波长，则对应的顶点之间有边
- 着色：即为波长分配方案
  - 同一种颜色的顶点对应的设备可以分配同一波长

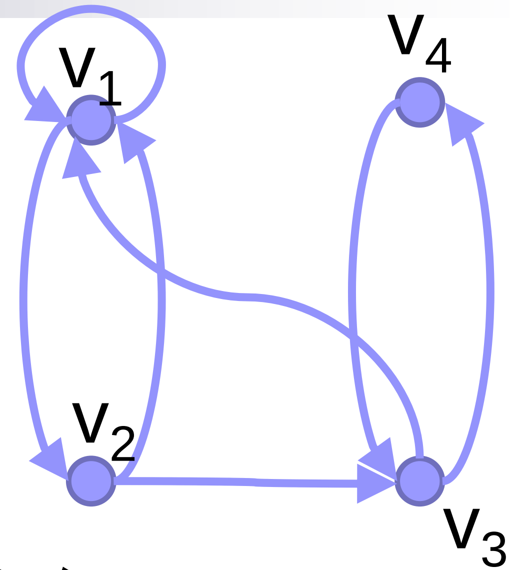
例

例3 学生会下设6个委员会, 第一委员会={张, 李, 王}, 第二委员会={李, 赵, 刘}, 第三委员会={张, 刘, 王}, 第四委员会={赵, 刘, 孙}, 第五委员会={张, 王}, 第六委员会={李, 刘, 王}. 每个月每个委员会都要开一次会, 为了确保每个人都能参加他所在的委员会会议, 这6个会议至少要安排在几个不同时间段?



至少要4个时段
第1时段:一,四
第2时段:二,五
第3时段:三
第4时段:六

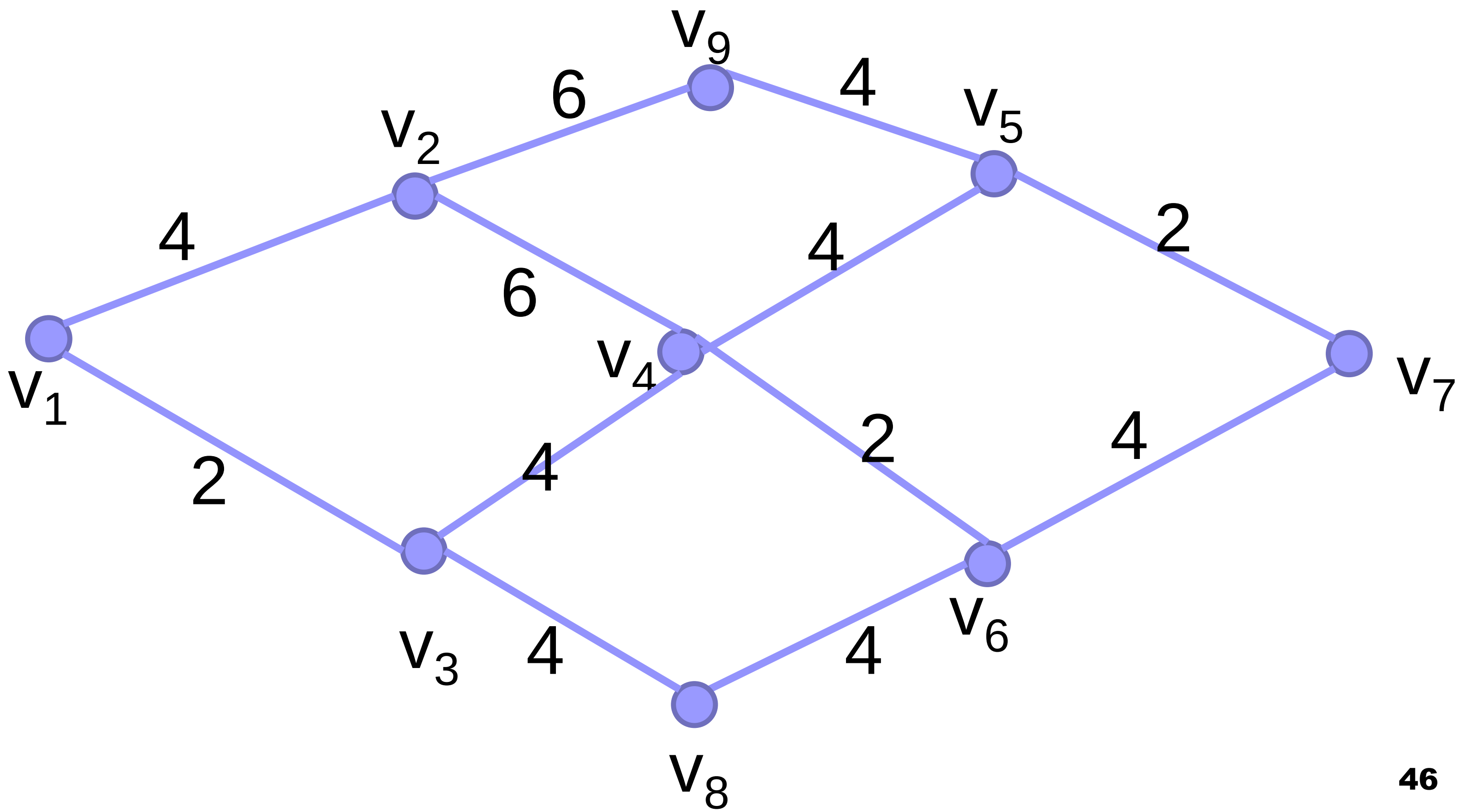
作业



- 右侧有向图D中：
  - v_1到v_4长度为1,2,3,4的通路各多少条？
  - v_1到v_1长度为1,2,3,4的回路各多少条？
  - D中长度为4的通路（不含回路）有多少条？
  - D中长度小于等于4的通路有多少条？其中有多少条回路？
  - 写出D的可达矩阵和关联矩阵（去掉环），求D的基图的关联矩阵

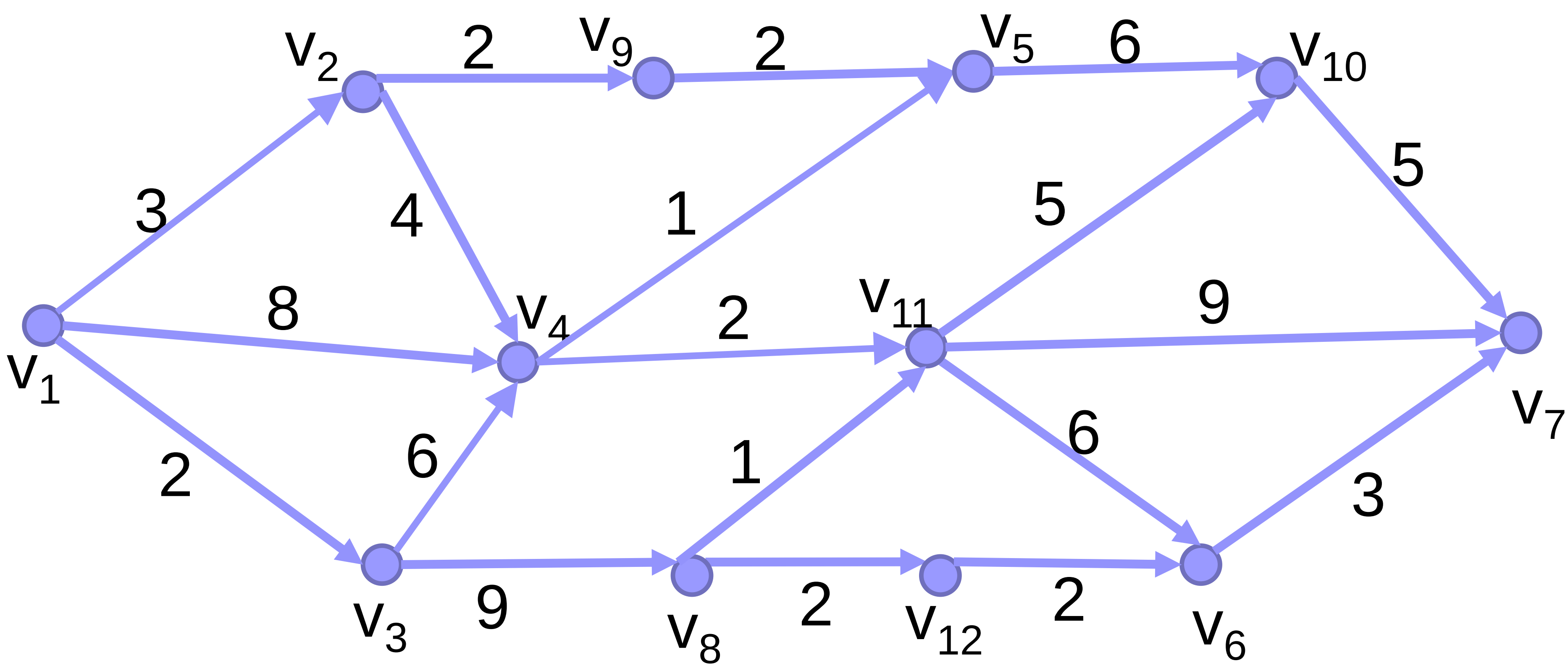
作业

1、求下图v1到各点的最短路径



作业（续）

2、求下图各活动的ES、LF、SL，以及关键路径



3、教材P139题5.22

作业（附加题）

1、求基图中各点到**b**的最短距离

2、求下图关键路径