Q1. Calculate each of the following:

i. $2^{32} \pmod{47}$

ii. $2^{47} \pmod{47}$

iii. $2^{200} \pmod{47}$

iv. $3^{10} \pmod{47}$

v. $2^{12} \pmod{11}$

vi. $5^{16} \pmod{17}$

vii. $3^{22} \pmod{23}$

viii. $20^{40} \pmod{21}$

ix. $23^{40} \pmod{7}$

x. $2^{10} \pmod{341}$

xi. $2^{341} \pmod{341}$

xii. $3^{56} \pmod{7}$

xiii. $7^{38} \pmod{11}$

xiv. $7^{128} \pmod{13}$

xv. $41^{75} \pmod{3}$

xvi. $570^{31} \pmod{1537}$

xvii. $131^{47} \pmod{1537}$

Q2. Solve each of the following sets of simultaneous linear congruences.

i.

$$x \equiv 4 \pmod{11}$$
$$x \equiv 3 \pmod{17}$$

ii.

$$x \equiv 1 \pmod{2}$$
$$x \equiv 2 \pmod{3}$$
$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

iii.

$$x \equiv 0 \pmod{2}$$
$$x \equiv 0 \pmod{3}$$
$$x \equiv 1 \pmod{5}$$
$$x \equiv 6 \pmod{7}$$

iv.

$$x \equiv 1 \pmod{8}$$
$$x \equiv 3 \pmod{9}$$

v.

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$
$$x \equiv 4 \pmod{7}$$
$$x \equiv 1 \pmod{9}$$

vi.

$$x \equiv 2 \pmod{4}$$
$$x \equiv 3 \pmod{5}$$
$$x \equiv 4 \pmod{7}$$

vii.

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$
$$x \equiv 0 \pmod{4}$$
$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

viii.

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$
$$x \equiv 3 \pmod{6}$$
$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

ix.

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$
$$x \equiv 5 \pmod{7}$$
$$x \equiv 6 \pmod{9}$$

x.

$$x \equiv 32 \pmod{83}$$
$$x \equiv 70 \pmod{112}$$
$$x \equiv 30 \pmod{135}$$

Answers start on next page. Please try the questions before looking at the answers!

Answers:

Q1.

i. 42

ii. 2

iii. 18

iv. 17

v. 4

vi. 1

vii. 1

viii. 1

ix. 2

x. 1

xi. 2

xii. 2

xiii. 9

xiv. 3

xv. 2

xvi. 131

xvii. 570

Q2. The inverses are:

i. $37 \pmod{187}$

ii. $23 \pmod{30}$

iii. $6 \pmod{210}$

iv. $57 \pmod{72}$

v. $172 \pmod{315}$

vi. $18 \pmod{140}$

vii. $52 \pmod{60}$

viii. $177 \pmod{210}$

ix. $159 \pmod{252}$

x. $271110 \pmod{1254960}$