

# **ANÁLISE COMBINATÓRIA**

## Permutações

- Um arranjo de objetos é chamado de permutação.
- É o tipo de agrupamento sem repetição em que um grupo é diferente de outro pela ordem e pela natureza de seus elementos correspondentes.
- O número de permutações de  $r$  objetos distintos escolhidos de  $n$  objetos é denotado por:

$$P_{(n,r)} = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ Para } 0 \leq r \leq n$$

## *Exemplos*

1. Calcular o valor de  $P(7, 3)$

$$\begin{aligned}\text{Solução: } P(7, 3) &= \frac{7!}{(7-3)!} \\ &= \frac{7!}{4!} \\ &= \frac{7.6.5.4.3.2.1}{4.3.2.1} \\ &= 7.6.5 \\ &= 210\end{aligned}$$

2. Quantas palavras de três letras podem ser formadas com as letras da palavra COPILAR, se não puder repetir letras?

Solução:

Sendo  $n = 7$  e  $r = 3$ , temos;

$$P(7, 3) = 7! / (7 - 3)! = 7! / 4! = 210$$

### Combinações

- Às vezes desejamos selecionar  $r$  objetos de um conjunto de  $n$  objetos, mas não desejamos revelar a ordem na qual eles são arranjados. Neste caso, estamos contando o número de combinações de  $r$  objetos distintos escolhidos dentre  $n$  objetos, denotados por  $C(n, r)$ .

$$C_{(n,r)} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ para } 0 \leq r \leq n$$

*Exemplos*

1. Calcular  $C(7, 3)$

Solução : Sendo  $n = 7$  e  $r = 3$ , temos:

$$\begin{aligned} C(7, 3) &= \frac{7!}{3!. (7-3)!} \\ &= \frac{7!}{3!. 4!} \\ &= \frac{7.6.5.4.3.2.1}{4.3.2.1.3.2.1} \\ &= 35 \end{aligned}$$

2. De quantas maneiras podemos escolher um comitê de 3 pessoas dentre um grupo de 12 pessoas?

Solução: Sendo  $n = 12$  e  $r = 3$ . Temos:

$$C(12, 3) = 12! / 3! \cdot (12 - 3)!$$

$$= 12! / 3! \cdot 9!$$

$$= 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9! / 3! \cdot 9!$$

$$= 12 \cdot 11 \cdot 10 / 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$= 220$$

Permutações com elementos repetidos

- O número de permutações possíveis com  $n$  elementos, dentre os quais certo elemento se repete  $\alpha$  vezes, é igual ao fatorial de  $n$  dividido pelo fatorial de  $\alpha$

$$P_n^\alpha = n! / \alpha!$$

$$P_n^{\alpha, \beta, \delta} = n! / \alpha! \beta! \delta!$$



*Exemplos*

- 1) Determine a quantidade de números distintos que podemos obter permutando os algarismos do número 73.431

**Solução:** Sendo  $n = 5$ ,  $\alpha = 2$ , temos:

$$P_5^2 = 5! / 2! = 5.4.3 = 60$$

- 2) Quantos anagramas têm a palavra Matemática?.

**Solução:** Temos:  $n = 10$ ,  $\alpha = 3$  ( $a_s$ ),  $\beta = 2$  ( $m_s$ ),  $\delta = 2$  ( $t_s$ )

Então:  $P_{10}^{3, 2, 2} = 10! / 3!. 2!. 2! = 151.200.$

**Bons Estudos!!!**