

Fatorial

$n!$

Conceito de Fatorial

O **conceito de fatorial** ($n!$) foi organizado pela primeira vez em 1808 por Cristian Kramp (1760-1826).

Curiosidade

- Mas a curiosa notação (!) foi cunhada por **Francisco de Borja Garção** (1759-1829). Aparentemente, a notação foi utilizada involuntariamente em um livro daquele autor para expressar surpresa ou estupefação por um determinado resultado, mas a “notação” foi bem aceita entre os europeus.

$n!$

- O conceito de **fatorial** é muito utilizado no estudo de arranjos e permutações, a fim de facilitar os cálculos. Assim, podemos simplificar alguns cálculos, usando o artifício de não calcular totalmente o fatorial, mas sim uma parte dele.

Definição:

- Sendo $n \in \mathbb{N}$, temos:

a) se $n > 1$, então $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 1$

Observação

$n!$ é o produto de todos os números de 1 até n .

Definição:

b) se $n = 1$, então $n! = 1$ pois $1! = 1$.

c) se $n = 0$, então $n! = 1$ pois $0! = 1$.

Entendendo por que o Fatorial de Zero é Igual a Um

1	$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
---	--

2	$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
---	--

3	$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
---	--------------------------------

4	$2! = 2 \times 1 = 2$
---	-----------------------

5	$1! = 1 = 1$
---	--------------

6	$0! = 1 = 1$
---	--------------

Explicando

- O alinhamento à direita foi mantido para que você perceba que o fatorial de um número **n** também pode ser expresso pelo fatorial de **(n + 1)** dividido por **(n + 1)** dessa forma:

$$n! = (n + 1)! / (n + 1)$$

Alguns exemplos:

1	$3! = (3 + 1)! / (3 + 1) = 4! / 4 = 24 / 4 = 6$
---	---

2	$2! = (2 + 1)! / (2 + 1) = 3! / 3 = 6 / 3 = 2$
---	--

3	$1! = (1 + 1)! / (1 + 1) = 2! / 2 = 2 / 2 = 1$
---	--

E o fatorial do zero segue a mesma regra:

$$1 \mid 0! = (0 + 1)! / (0 + 1) = 1! / 1 = 1 / 1 = 1$$

Exemplos:

a) $2! = 2 \cdot 1 = 2$

b) $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

c) $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Propriedade

$$\frac{n!}{(n-1)!} = n \quad \text{pois} \quad \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n.(n-1).(n-2).(n-3).....1}{(n-1).(n-2)....1} = n$$

Exemplo:

$$\frac{3!}{2!} = 3 \quad \text{pois} \quad \frac{3.2.1}{2.1} = 3$$

Exercícios



1) Calcule o valor da fração abaixo:

$$\frac{10!}{8!}$$

2) Calcule o valor da fração abaixo:

$$\frac{8!}{5!.3!}$$

3) Calcule o valor da fração abaixo:

$$\frac{4!.4!.4!}{7!}$$

4) Simplifique a expressão abaixo:

$$\frac{(n - 4)!}{(n - 3)!}$$

5) Para n natural, $n \geq 2$, quanto vale a expressão abaixo?

$$n^2 \cdot (n - 2)! \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

- a) $n!$
- b) $(n - 1)!$
- c) $(n + 1)!$
- d) $n \cdot (n + 1)!$
- e) $(n - 2)!$

6) Simplificar a expressão:

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} \div \frac{n!}{(n-2)!} \quad \text{para } n \in \mathbb{N} \text{ e } n \geq 2.$$

7) Resolver a expressão:

$$(x - 2)! = \frac{x!}{30}$$