

作业讲解

2024年5月10日 9:33

Leetcode 98. 验证二叉搜索树

给你一个二叉树的根节点 $root$ ，判断其是否是一个有效的二叉搜索树。

有效 二叉搜索树定义如下：

节点的左子树只包含 小于 当前节点的数。
节点的右子树只包含 大于 当前节点的数。
所有左子树和右子树自身必须也是二叉搜索树。

```
/**
 * Definition for a binary tree node.
 * struct TreeNode {
 *     int val;
 *     struct TreeNode *left;
 *     struct TreeNode *right;
 * };
 */
bool isValidBST(struct TreeNode* root) {
```

max

中序遍历是有序的

$$L < D < R$$

0 ↑

$$citations[r] < (n-r)$$

$$citations[l] < (n-l)$$

$$h = n - l$$

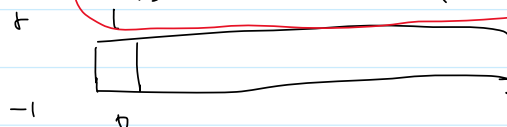
①



$$citations[l] < (n-l)$$

$$h = n - l$$

②



$$citations[r] < (n-r)$$

↑

$$l = n$$

$$h = n - l$$

③



$$[0, 0, 0, \dots, 0]$$

↑

$$l = n$$

归并排序

2024年5月10日 10:56

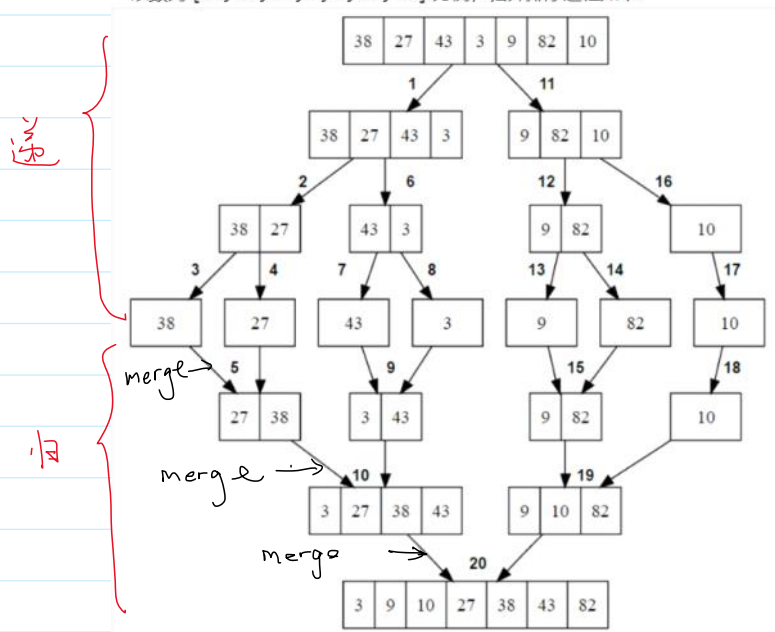
分治思想, 算法设计思想

↓

递归, 代码的实现方式

#1. 算法步骤

以数列 [38, 27, 43, 3, 9, 82, 10] 为例, 归并排序过程如下:



合并 (merge)

#2. 实现

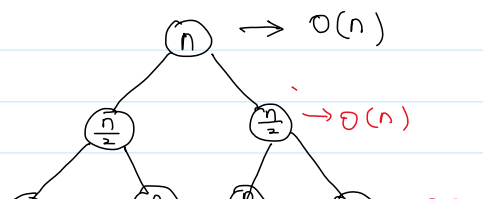
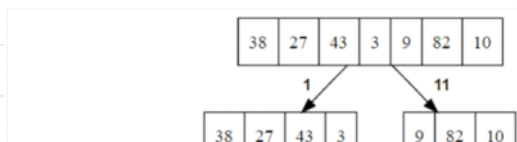
```
void m_sort(int arr[], int left, int right) {  
    // 边界条件  
    if (left >= right) return;  
    // 递归公式  
    int mid = left + (right - left >> 1);  
    // 对左边区间排序  
    m_sort(arr, left, mid);  
    // 对右边区间排序  
    m_sort(arr, mid + 1, right);  
    // 归并  
    merge(arr, left, mid, right);  
    print_array(arr, N);  
}
```

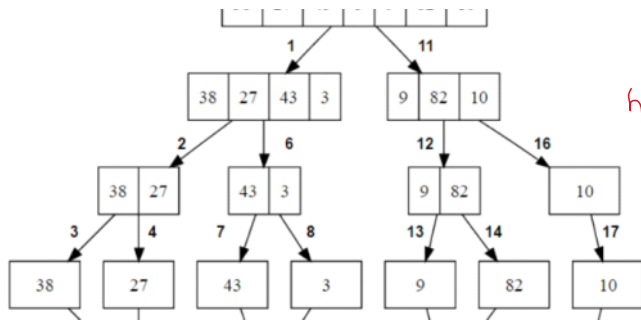
#3. 分析

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$$

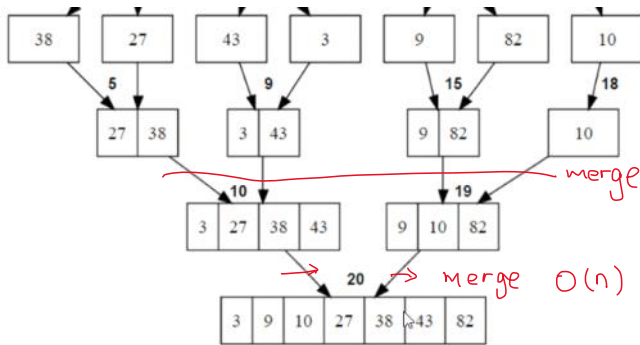
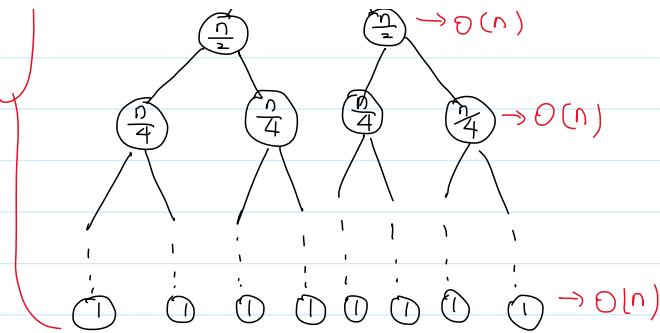
$$O(n \log n)$$

递归树





$$h = \log_2 n$$



$$\begin{aligned} T(N) &= \log_2 n \cdot O(n) \\ &= \log_2 n \cdot c \cdot n \\ &= O(n \log_2 n) \\ &= O(n \log n) \end{aligned}$$

对数据不敏感

换底公式:

$$\log_b n = \log_b a^{\log_a n} = \log_a n \cdot \log_b a$$

$$\frac{\log_b n}{\log_a n} = \log_b a$$

#2. 空间复杂度

太高了

$$O(\log n) + O(n) = O(n)$$

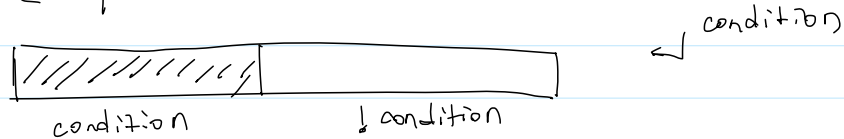
#3. 稳定性

稳定

分治思想

#1 算法步骤

① 分区 partition



选取一个基准值: pivot

condition: $\leq \text{pivot}$

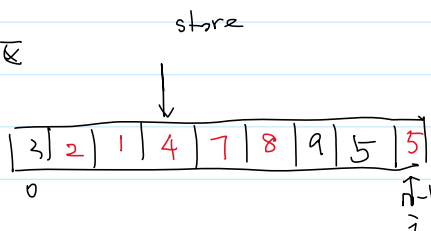
② 对左边进行快速排序

③ 对右边进行快速排序

#2. 实现

如何分区.

a. 单向分区



pivot = 4

store: 下一个 $\leq \text{pivot}$ 的元素
应该置于的位置

不变式

$[0, \text{store}): \leq \text{pivot}$ 满足条件

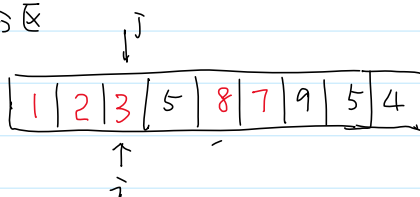
$[\text{store}, i): > \text{pivot}$ 不满足条件

$[i, n-1): ?$

终止: $i == n-1$

平均: $\frac{n}{2} \times 3 = 1.5n$ (赋值)

b. 双向分区



i : 下一个 $\leq \text{pivot}$ 置于的位置

j : 下一个 $\geq \text{pivot}$ 置于的位置

 $[0, i): \leq \text{pivot}$ $[j, n-1): \geq \text{pivot}$

$[0, i) : \leq \text{pivot}$
 $[j, n-1] : \geq \text{pivot}$

$\boxed{\text{pivot} = 3}$

分析: $\frac{17}{2} \times 1 = 0.5n$ (赋值)

c. 双向分区

$\boxed{< \text{pivot} \quad = \text{pivot} \quad > \text{pivot}}$

相同元素比较多的情况下.

```

void q_sort(int arr[], int left, int right) {
    // 边界条件
    if (left >= right) return;
    // 递归公式
    // 1. 分区
    int idx = partition(arr, left, right);

    print_array(arr, 9); // 调试信息
    // 2. 对左边区间排序
    q_sort(arr, left, idx - 1);
    // 3. 对右边区间排序
    q_sort(arr, idx + 1, right);
}

```

#3. 分析

A. 时间复杂度

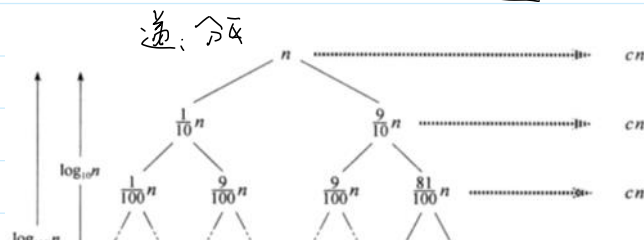
最好: 每次分区, 基准值都位于中间. $O(n \log n)$

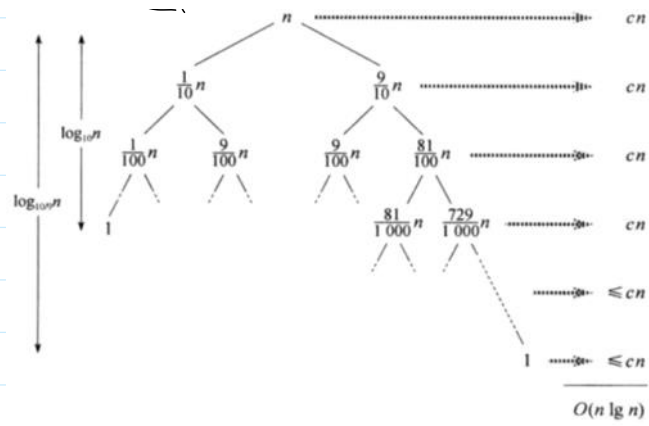
$$\begin{aligned}
 T(n) &= O(n) + T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{2}\right) \\
 &= 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)
 \end{aligned}$$

最坏: 每次分区, 基准值都位于两边. $O(n^2)$

$$\begin{aligned}
 T(n) &= c \cdot n + T(n-1) \\
 &= c \cdot n + c(n-1) + T(n-2) = \dots \\
 &= c \cdot n + c \cdot (n-1) + \dots + c \cdot 2 + c = c \cdot \frac{n(n+1)}{2} = O(n^2)
 \end{aligned}$$

平均: 假定每次分区, 都分成大小为 $q=1/2$ 的区间 $O(n \log n)$





$$T(n) \leq \log_{\frac{10}{9}} n \cdot cn = O(n \log n)$$

B. 空间, $O(\log n)$

C. 稳定: 不稳定

#4. 改进策略

① 选取基准值.

随机选取

选取 3 到 5 个元素, 选取其中位数

② 当区间长度小于某个值 ($\leq 32, \leq 64$), 改用插入排序

③ 分区算法.

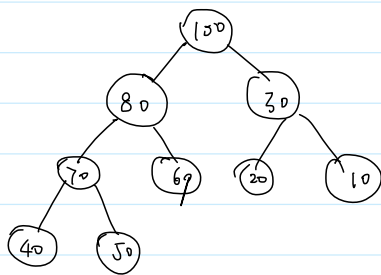


⋮

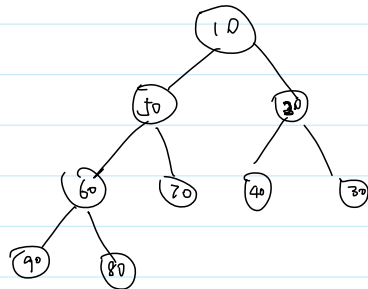
堆排序

2024年5月10日 14:23

#1. 二叉树

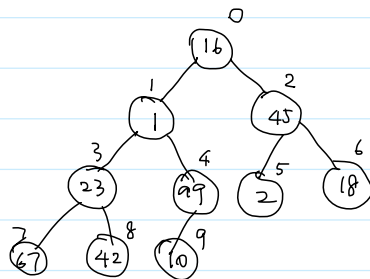
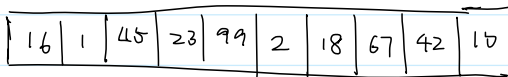


大顶堆



小顶堆

[16, 1, 45, 23, 99, 2, 18, 67, 42, 10]



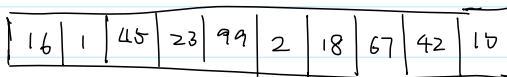
$$\text{parent}(i) = \frac{i-1}{2}$$

$$\text{lchild}(i) = 2i + 1$$

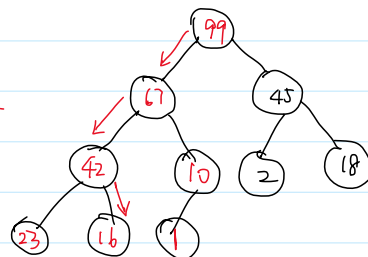
$$\text{rchild}(i) = 2i + 2$$

#2. 算法步骤

a. 构造大顶堆



从后往前构造大顶堆 (左右子树都是大顶堆)



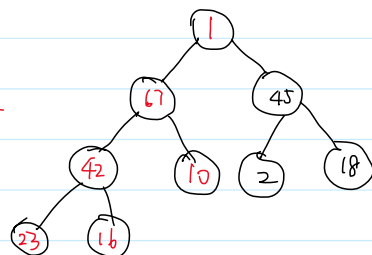
b. 无序区 len = n;

c. 交换堆顶元素和无序区的最后一个元素

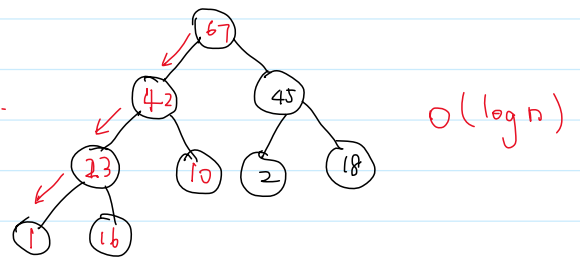
无序区的长度 len-1;

重新调整成大顶堆

直到 len = 1



99



#3. 实现

```

void heap_sort(int arr[], int n) {
    // 1. 构建大顶堆
    build_heap(arr, n); → O(n)
    print_array(arr, n);
    // 2. 初始化无序区的长度
    int len = n;
    // 3. 交换堆顶元素和无序区最后一个元素, 直到 len==1
    while (len > 1) {
        SWAP(arr, 0, len - 1);
        len--;
        O(log n) ← heapify(arr, 0, len);
        print_array(arr, n);
    }
}

```

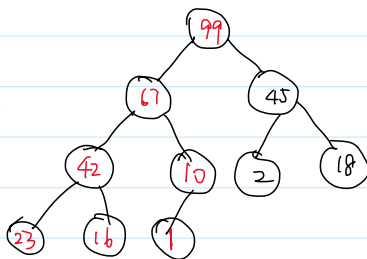
$\left. \begin{matrix} n-1 \\ O(n \log n) \end{matrix} \right\}$

#4. 分析

时间复杂度: 对数据不敏感 $O(n \log n)$

$build_heap(arr, n); \rightarrow O(n)$

n : 每个结点最多调整的次数



0	2^0	h
1	2^1	$h-1$
2	2^2	$h-2$
\vdots	\vdots	\vdots
$h-1$	2^{h-1}	1

$$\begin{aligned}
 \sum &= 2^0 \cdot h + 2^1 \cdot (h-1) + 2^2 \cdot (h-2) + \dots + 2^{h-1} \cdot 1 \\
 2\sum &= 2^1 \cdot h + 2^2 \cdot (h-1) + \dots + 2^{h-1} \cdot 2 + 2^h \cdot 1 \\
 \sum &= -2^0 \cdot h + (2^1 + 2^2 + \dots + 2^{h-1} + 2^h) \\
 &= 2^{h+1} - 2 - h \quad \leftarrow (h = \log_2 n) \\
 &= 2n - 2 - \log_2 n = O(n)
 \end{aligned}$$

$$T(n) = O(n) + (n-1) \cdot O(\log n) = O(n \log n)$$

空间复杂度 $O(1)$

—

—

如何设计一个通用的排序算法

2024年5月10日 16:46

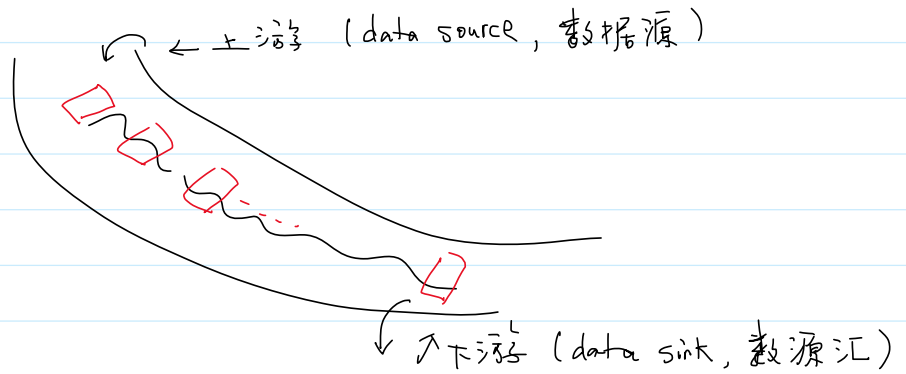
类比: 短距离通行 → 小电驴 → 插入排序

长距离通行 → 出租车 (快速排序)

↳ 堵车

↳ 地铁 (堆排序)

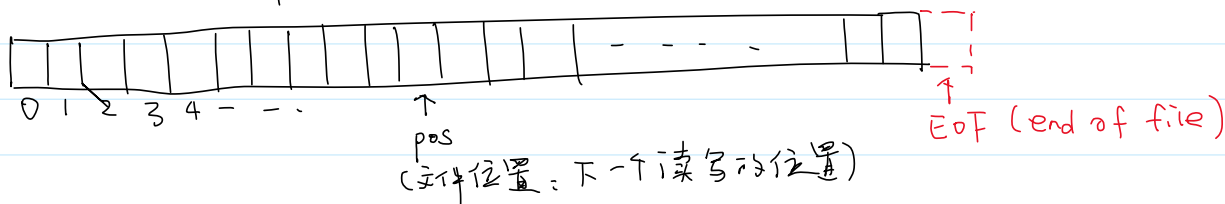
#1. 流模型.



优点①程序员读写文件时, 不需要 care 文件的位置.

② 数据源和数据汇是解耦

#2. 程序员视图的文件.



#1. 缓冲区类型



缓冲区是以先进先出的方式管理数据的。缓冲区分为三种类型：

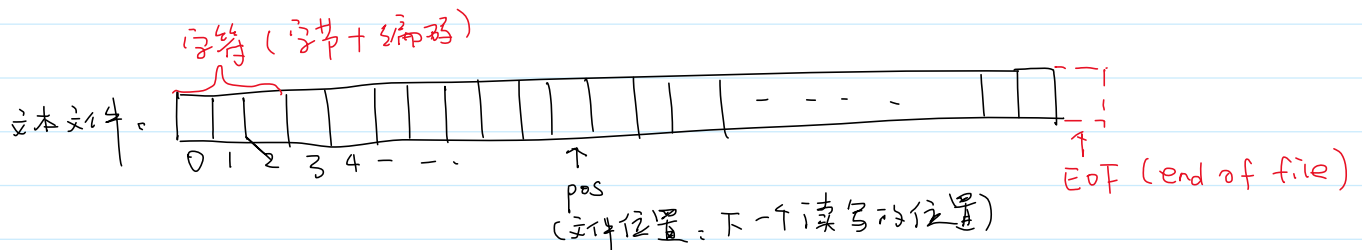
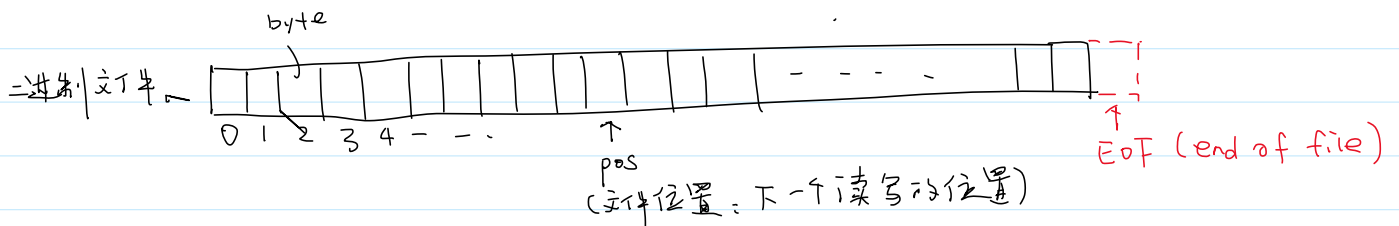
- 满缓冲。当缓冲区空时，从输入流中读取数据；当缓冲区满时，向输出流中写入数据。
- 行缓冲。每次从输入流中读取一行数据；每次向输出流中写入一行数据 (stdin, stdout)。← stdin, stdout
- 无缓冲。顾名思义，就是没有缓冲区 (stderr)。← stderr
输出错误信息。

#2. 标准流

<u>stdin</u>	标准输入	键盘
<u>stdout</u>	标准输出	屏幕
<u>stderr</u>	标准错误	屏幕

白嫖，不需要手动创建，也不需要手动关闭。

#3. 二进制文件 VS. 文本文件



10086 ← 数据

文本文件: '1', '0', '0', '8', '6'

5 字节

人类可读，数据量大

文本文件: '1', '0', '0', '8', '6'

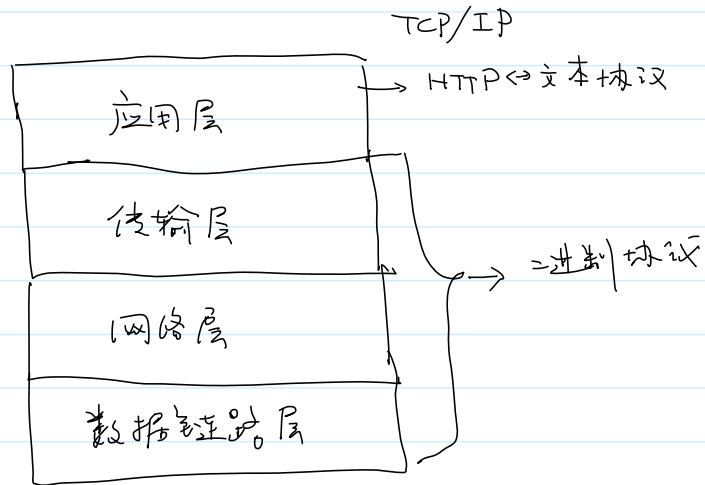
二进制文件:

5 字节

2 字节

人类可读, 数据量大

人类不可读, 数据量小.



文件流的接口 (API)

2024年5月10日 17:36

1. 打开文件流 → `fopen`

2. 读/写文件

统计、转换、加密、解密...

3. 关闭文件流 → `fclose()`

文件流
↑
`FILE*`

`fopen(const char* filename, const char* mode);`

filename: 文件的路径.

绝对路径: "C:/project/test.dat", "/home/he/test.dat"
相对路径: "test.dat", "../test.data"
↳ 当前工作目录

mode: 打开模式

{ 文件的类型
对文件的操作. (r, w)

以文本文件方式打开
↳

"r"	打开文件用于读
"w"	打开文件用于写 (文件不存在则创建)
"a"	打开文件用于追加 (文件不存在则创建)

文件存在

文件不存在

→ 要求文件必须存在, 文件不存在, 返回 NULL

清空文件内容;

创建

创建

↳ append, 追加写入

↳ 每次写入都在文件末尾追加

↳ 写日志文件

文件存在

文件不存在

r+

x

NULL

w+

清空文件内容,

创建

a+

x

创建

↳ 追加写入

以二进制文件打开:

r b → (binary)

w b

a b

r+b, rbt

w+b, wbt

a+b, abt

`int fclose(FILE* stream);`

↑ 文件流