signal

1.2 判断下列信号是否为功率信号或能量信号。

（1） $x(t)=5\sin(2t)$；

（2） $x(t)=10t$， $t\geqslant 0$；

[redacted]

（3） $x[n]=(-0.5)^n$， $n\geqslant 0$；

（4） $x(t)=\begin{cases} t, & 0\leqslant t\leqslant 1 \\ 2-t, & 1\leqslant t\leqslant 2 \\ 0, & 其他 \end{cases}$；

（5） $x(t)=\begin{cases} 5\cos(t), & -1\leqslant t\leqslant 1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$；

（6） $x[n]=\begin{cases} n, & 0\leqslant n<4 \\ 8-n, & 4\leqslant n\leqslant 8 \\ 0, & 其他 \end{cases}$。

1.2

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$

1、$x(t) = 5\sin(2t)$

$$E = \lim_{T\to\infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |5\sin(2t)|^2 dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} 25 \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{1-\cos 4t}{2} dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{25}{2} [t + \frac{1}{4}\cos 4t]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{25}{2} [\frac{T}{2} + \frac{1}{4}\cos(2T) + \frac{T}{2} - \frac{1}{4}\cos(2T)]$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{25}{2} T = \infty$$

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \cdot \frac{25}{2} T = \frac{25}{2} W$$

功率有限，能量无穷，为功率信号

2、$x(t) = 10t,\ t \geq 0$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} 100t^2 dt$$

$$= 100 \left.\frac{t^3}{3}\right|_{-\infty}^{+\infty}$$

$= \infty$

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} 100\frac{T^3}{3T} = \lim_{T\to\infty} \frac{100}{3}T^2$$

$$= \infty$$

∴ 为非功非能信号

4.

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$$

$$= \int_0^1 t\,dt + \int_1^2 2-t\,dt$$

$$= \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 + 2t - \frac{t^2}{2}\Big|_1^2$$

$$= \frac{1}{2} + 4 - 2 - (2 - \frac{1}{2})$$

$$= 1J$$

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt$$

$= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} = 0W$

$\therefore$ 能量有限，功率为 0

$\therefore$ 为能量信号

5. $E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$

$= \int_{-1}^{1} 25\cos^2 t \, dt$

$= 25\int_{-1}^{1} \frac{1+\cos 2t}{2} dt$

$= \frac{25}{2}\left(t + \frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{-1}^{1}$

$= 25 + 25\sin 2$ ✓

$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt$

$= \lim_{T \to \infty} \frac{25+25\sin 2}{T}$

$= 0$

$\therefore$ 能量有限，功率为0

$\therefore$ 为能量信号

6.

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |f[n]|^2$$

$$= \sum_{n=0}^{4} n^2 + \sum_{n=4}^{8} (8-n)^2$$

$$= \frac{4 \times 5 \times 9}{2} \times 2$$

$$= 180 J$$

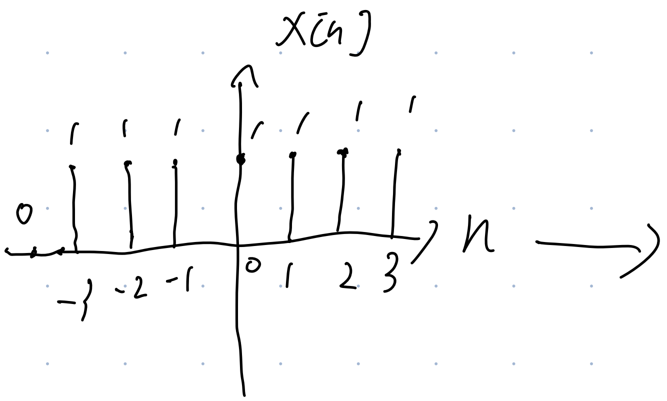
$$P = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (f[k])^2$$

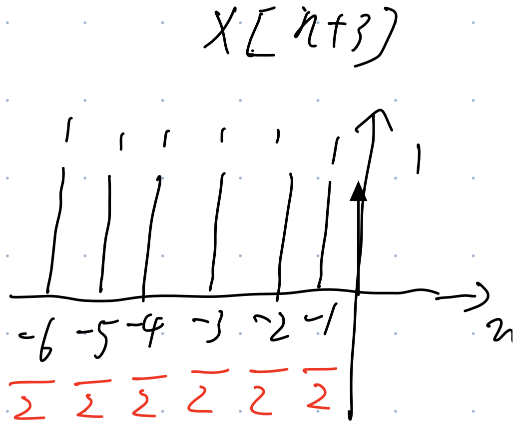
$$= \lim_{N \to \infty} \frac{180}{2N+1} = 0$$

∴ 能量有限，功率为0

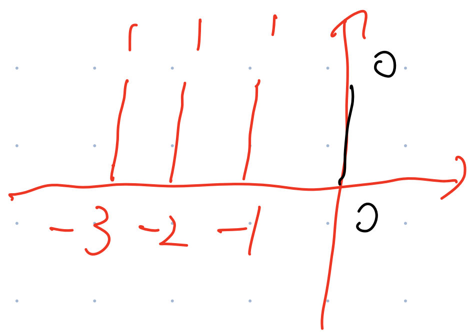
∴ 为能量信号

1.3 考虑离散时间信号 $x[n] = \begin{cases} 1, & |n| \leqslant 3 \\ 0, & |n| > 3 \end{cases}$，求 $y[n] = x[2n+3]$。





$x[2n+3]$



1.16* 下列命题哪些正确？

（1）两个周期信号之和一定是周期信号；

（2）所有非周期信号都是能量信号；

（3）两个线性时不变系统级联构成的系统仍是线性时不变的；

（4）两个非线性系统级联构成的系统是非线性的。

1. X　$y_1=\sin 2t$　$y_2=\sin \pi t$

$T_1=\pi$　$T_2=2$

$T_{1+2}=\frac{\pi}{2}$ 为无理数

2.

1.18* 求下列积分。

（1）$\int_{0}^{\infty} e^{j\omega t}\delta(t+1)\,dt$；

（2）$\int_{0^-}^{\infty} e^{j\omega t}\delta(t_0-t)\,dt$；

（3）$\int_{-\infty}^{3} (2t^2+3t)\delta(0.5t-2)\,dt$；

（4）$\int_{-\infty}^{\infty} u(2t-2)u(4-2t)\,dt$；

（5）$\int_{-\infty}^{t} 2\sin\tau\delta(\tau-\pi/3)\,d\tau$。

(2) $\int_{0^-}^{\infty} e^{j\omega t}\delta(t_0-t)dt$

$=\int_{0^-}^{\infty} e^{j\omega t}\delta(t-t_0)dt$

$t_0<0$时，原式$=0$

$t_0\geq 0$时，原式$=e^{j\omega t_0}$

(5) $\int_{-\infty}^{t} 2\sin\tau\,\delta(\tau-\frac{\pi}{3})d\tau$

$=\int_{-\infty}^{t} 2\sin\frac{\pi}{3}\,\delta(\tau-\frac{\pi}{3})d\tau$

$=\sqrt{3}\,u(t-\frac{\pi}{3})$

1.20* 画出信号 $x(t)=\text{sgn}(\cos(\pi t/2))$ 的波形。

1.21* 如图 1.41，已知 $x(5-2t)$，画出 $x(t)$。

1.22* 如图 1.42，已知 $x(t)$，画出 $x(-0.5t-1)$ 和 $x(2t+2)*\delta(t-3)$ 的波形。

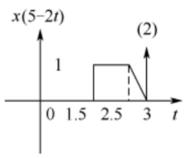


图 1.41 习题 1.21

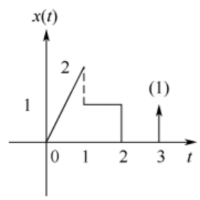
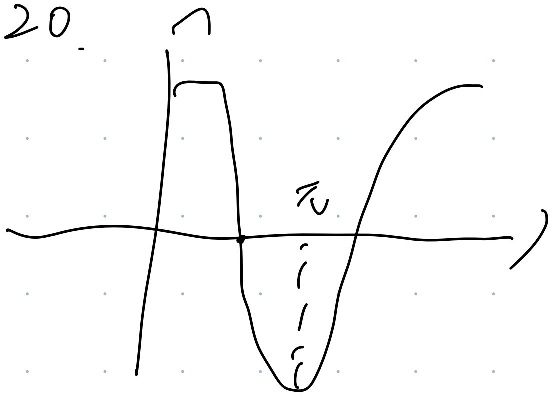
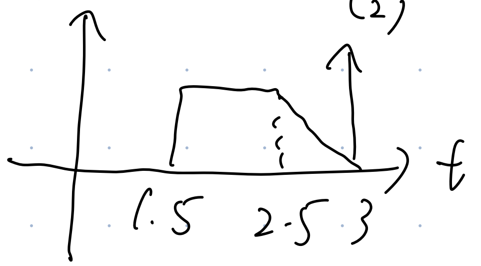


图 1.42 习题 1.22

1.20.

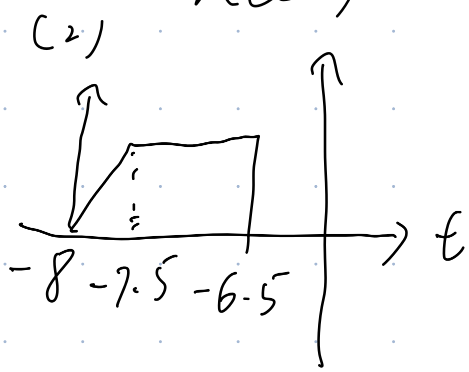


1.21. x(5-2t)

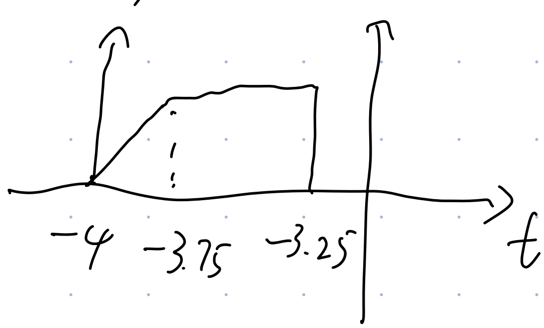


x(-2t)

x(2t)



x(t)



2.1 计算下列连续时间 LTI 系统的转移算子及零输入响应。

（1） $y''(t)+5y'(t)+4y(t)=2x'(t)+5x(t)$， $y(0^-)=1$， $y'(0^-)=5$；

（2） $y''(t)+4y'(t)+4y(t)=3x'(t)+2x(t)$， $y(0^-)=-2$， $y'(0^-)=3$；

（3） $y''(t)+2y'(t)+5y(t)=4x'(t)+3x(t)$， $y(0^-)=1$， $y'(0^-)=3$；

1. $r^2+5r+4=0$

$r_1=-1, r_2=-4$

$y_{zi}=C_1e^{-t}+C_2e^{-4t}$

$\because y_{zi}(0_+)=y_{zi}(0_-)=1$

$y_{zi}'(0_+)=y_{zi}'(0_-)=5$

$\therefore \begin{cases} C_1+C_2=1 \\ -C_1-4C_2=5 \end{cases}$ $\begin{cases} C_1=3 \\ C_2=-2 \end{cases}$

$\therefore y_{zi}=(3e^{-t}-2e^{-4t})u(t)$

2. $r^2+4r+4=0$

$r_1=r_2=-2$

$y_{zi}=(C_1+C_2t)e^{-2t}$

$y_{zi}(0_+)=y_{zi}(0_-)=-2$

$y_{zi}'(0_+)=y_{zi}'(0_-)=3$

$$\begin{cases} C_1 = -2 \\ C_2 - 2C_1 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} C_1 = -2 \\ C_2 = -1 \end{cases}$$

$\therefore y_{zi} = \left[(-2-t)e^{-2t}\right]u(t)$

3. $r^2+2r+5=0$

$r_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-20}}{2} = -1 \pm 4i$

设 $y_{zi} = e^{-t}\left[C_1\cos(4t) + C_2\sin(4t)\right]$

$y_{zi}(0_+) = y_{zi}(0_-) = 1$

$y_{zi}'(0_+) = y_{zi}'(0_-) = 3$

$$\begin{cases} C_1 = 1 \\ 4C_2 - C_1 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} C_1 = 1 \\ C_2 = 1 \end{cases}$$

$\therefore y_{zi} = [e^{-t}(\cos(4t) + \sin(4t))]u(t)$

2.3 确定下列系统的单位冲激响应。

（1） $y''(t)+4y'(t)+4y(t)=2x'(t)+5x(t)$；

（2） $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=2x''(t)+7x'(t)+4x(t)$；

（3） $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=x'(t)+x(t)$。

1、 $h^2+4h+4=2\delta'(t)+5\delta(t)$

$h^{(k)}(0_-)=0,\ k\geq 0$

$h_1=h_2=-2$

$y_{zsh}=(C_1+C_2t)e^{-2t}$

$\delta(t)$ 无特解

$y_{zs}=y_{zsh}$

$$\begin{array}{l|l} 1 & h''(t)=a\delta'(t)+b\delta(t)+Cu(t) \\ 4 & h'(t)=a\delta(t)+bu(t) \\ 4 & h(t)=au(t) \end{array}$$

$\begin{cases} a=2 \\ \ldots = 5 \end{cases} \therefore \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$

$$\begin{cases} b+4a=-3 & b=-3 \end{cases}$$

$$\therefore h(0_+)=h(0_-)+a=0+2=2$$

$$h'(0_+)=h'(0_+)+b=0-3=-3$$

$$\begin{cases} C_1=2 \\ C_2-2C_1=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} C_1=2 \\ C_2=1 \end{cases}$$

$$\therefore h(t)=(2+t)e^{-2t}u(t)$$

2、$h^{2}+5h+6=2\delta''(t)+7\delta'(t)+4\delta(t)$

$h^{(k)}(0_-)=0,\ k\geq 0$

$h_1=-2,\ h_2=-3$

$y_{2sh}=C_1e^{-2t}+C_2e^{-3t}$

$\delta(t)$ 无特解

$y_{2s}=y_{2sh}$

$$\begin{array}{l|l} 1 & h''(t)=a\delta''(t)+b\delta'(t)+c\delta(t)+du(t) \\ 5 & h'(t)=a\delta'(t)+b\delta(t)+Cu(t) \\ 6 & h(t)=a\delta(t)+bu(t) \end{array}$$

$b \quad \{ h(t) =$

$\therefore \; h(0_+) = h(0_-) + a =$

$h'(0_+) = h'(0_+) + b =$