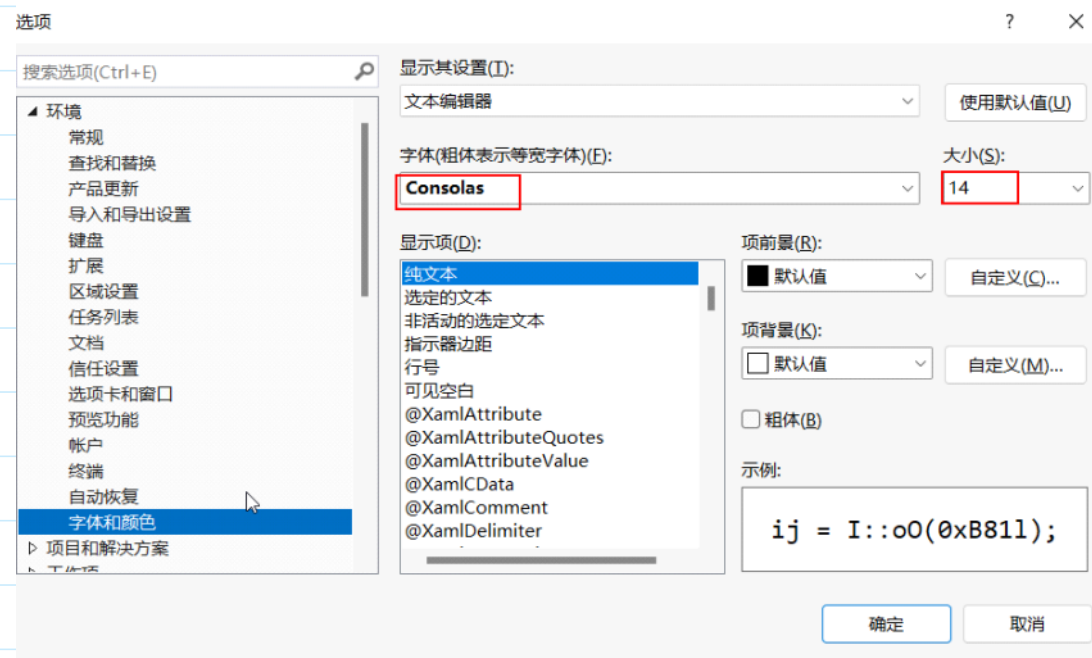


VS的字体设置

2024年5月7日 15:49

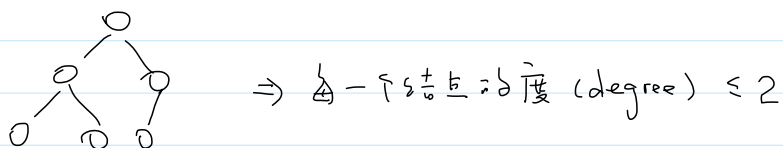
工具 → 选项



二叉搜索树

2024年5月7日 9:22

#1. 定义



#2. 二叉树的特殊形态

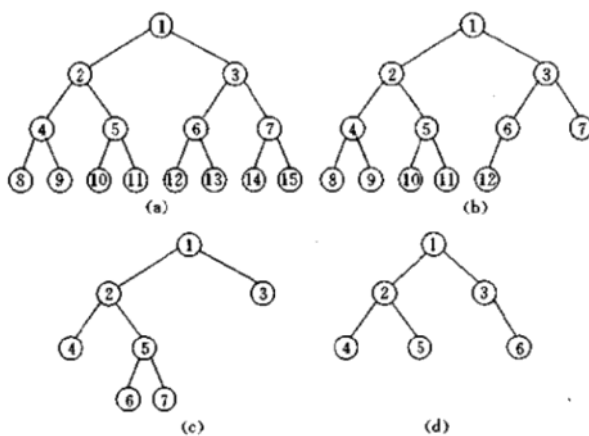
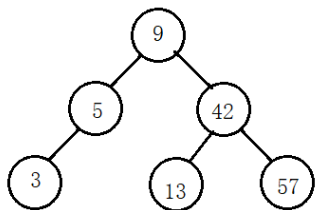
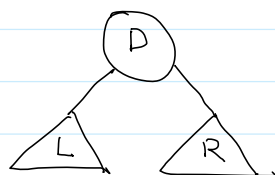


图 6.4 特殊形态的二叉树
(a) 满二叉树; (b) 完全二叉树; (c) 和 (d) 非完全二叉树。

满二叉树 \subset 完全二叉树

#3. BST (Binary Search Tree)



#4. 实现 BST

```

typedef int K;

typedef struct tree_node {
    K key;
    struct tree_node* left;
    struct tree_node* right;
} TreeNode;

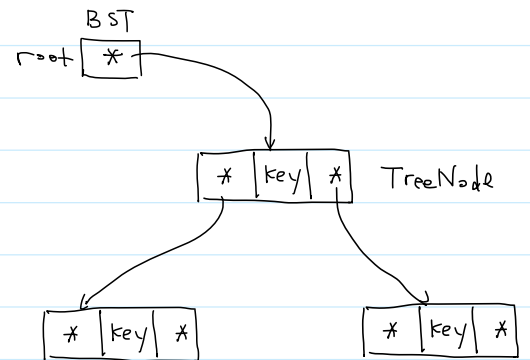
typedef struct {
    TreeNode* root;
} BST;

// API
BST* bst_create();
void bst_destroy(BST* tree);

void bst_insert(BST* tree, K key);
TreeNode* bst_search(BST* tree, K key);
void bst_delete(BST* tree, K key);

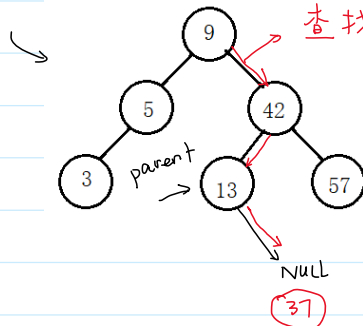
void bst_preorder(BST* tree);
void bst_inorder(BST* tree);
void bst_postorder(BST* tree);
void bst_levelorder(BST* tree);

```



a. 添加

insert 37



带选择

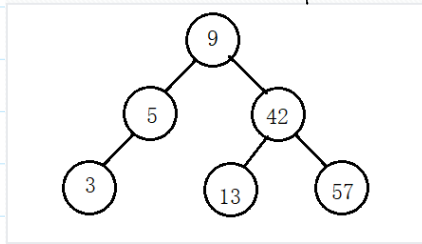
查找路径: 链表

尾插

b. 查找

d. 遍历

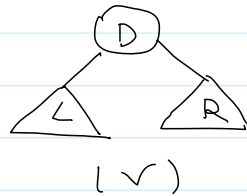
二维



一维

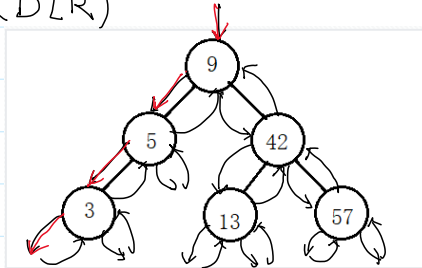


(1) 深度优先遍历



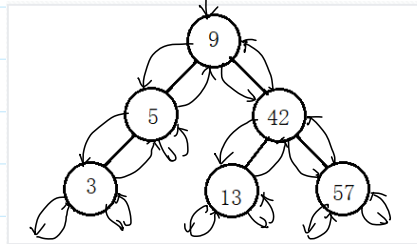
L \textcircled{D} R 中序遍历
L R \textcircled{D} 后序遍历
 \textcircled{D} L R 先序遍历
~~D R L~~
~~R L D~~
~~R D L~~

(DLR)



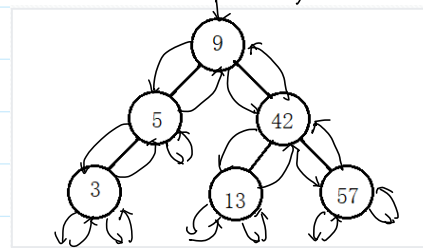
9 5 3 42 13 57
 $O(n)$

(L < D < R)



3 5 9 13 42 57
 $O(n)$
= 又排序树

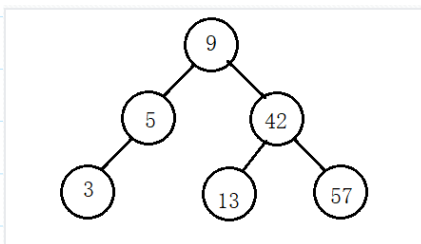
(L R D)



3 5 13 57 42 9
 $O(n)$

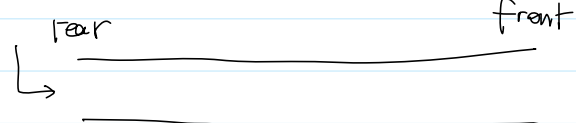
(2) 广度优先遍历 (层次遍历)

9
5 42
3 13 57



9 5 42 3 13 57

(队列)



① 将根结点入队列

② 判断队列是否为空

空: 结束

非空: 出队列.

遍历该结点.

判断该结点是否有左孩子

9 5 42 3 13 57

不变式: 当上一层所有结点出队列时, 队列中放的是下一层所有的结点

遍历以后停止。

判断该结点是否有右孩子

有：将右孩子入队列

判断该结点是否有右孩子

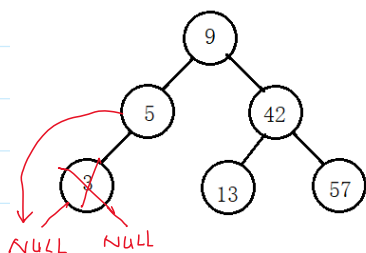
有：将右孩子入队列

BST的删除

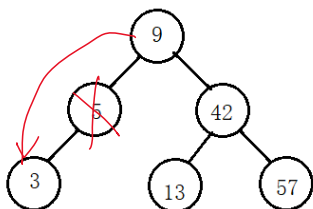
2024年5月7日 15:11

C. 删除.

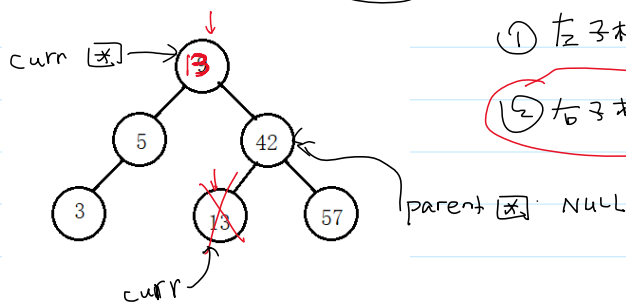
① degree = 0



② degree = 1



③ degree = 2



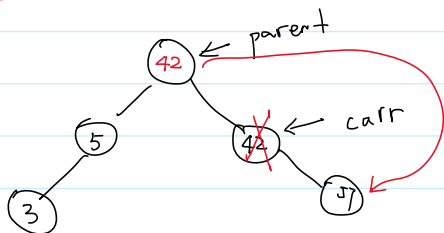
key = 9

① 左子树的最大节点

② 右子树的最小节点

一定没有左孩子 → 退化到 ①、②

特殊情况! 右子树最小节点, 就是右子树根节点



```
curr->key = min->key;  
parent = p;  
curr = min;
```

```
int cmp = curr->key - parent->key;
```

BST的性能分析

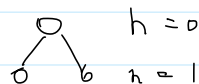
2024年5月7日 16:25

h : 树的高度

查找 search: $O(h)$

插入 insert $O(h)$

删除 delete $O(h)$



问题: 一棵二叉树, 有 n 个结点, 高度的取值范围是多少?

$$h \in [\lfloor \log_2 n \rfloor, n-1]$$

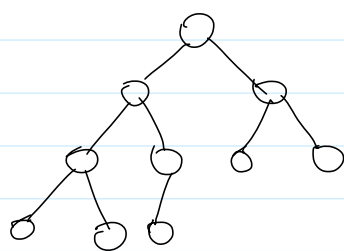


一棵二叉树, 有 n 个结点, 高度的最低是多少?



完全二叉树

一棵有 n 个结点的完全二叉树, 高度 h 是多少?



0	2^0
1	2^1
2	2^2
⋮	⋮
h	2^h



一棵高度为 h 的完全二叉树, 其结点数范围是多少.

$$2^h = 1 + 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{h-1} \leq n < 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^h + 1 = 2^{h+1}$$

$$2^h \leq n < 2^{h+1}$$

$$\log_2 n - 1 < h \leq \log_2 n \quad (\log_2 n - 1, \log_2 n]$$

$$h = \lfloor \log_2 n \rfloor \quad (\text{向下取整}) \quad \text{下限}$$

缺陷: 不能保证 $O(\lg n)$ 时间复杂度的插入, 删除和查找

平衡二叉搜索树

2024年5月7日 16:43

AVL、平衡：对任意一个结点，左子树和右子树的高度之差不超过1。

定义很严格 \Rightarrow 高度比较小

每次添加或删除，需要调整的操作多。

红黑树、平衡，整棵树的高度 $O(\lg n)$

定义比较宽松 \Rightarrow 高度比较高

每次添加或删除，需要调整的操作少。

红黑树

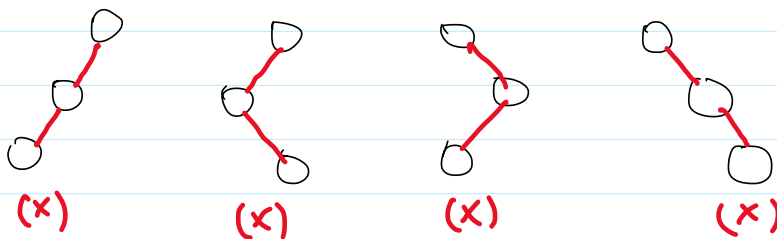
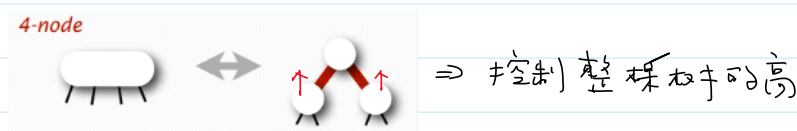
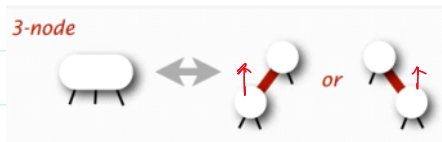
2024年5月7日 16:50

#1. 模型

2-3-4 树
模型

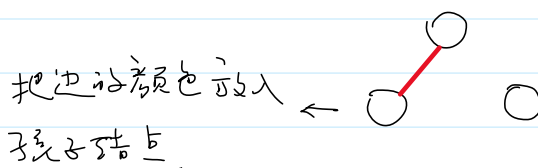
红黑树
实现

Q1: 如何表示 3-node 和 4-node



⇒ 不能有两条连续的(红边)

Q2: 边是一个逻辑结构, 是不存在, 如何表示边的颜色?



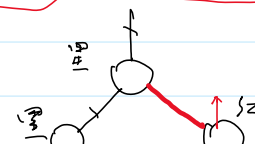
```
typedef struct treenode_s {  
    int val;  
    bool color; // 表示该节点和父节点之间那条边的颜色  
    struct treenode_s* left;  
    struct treenode_s* right;  
}TreeNode;
```

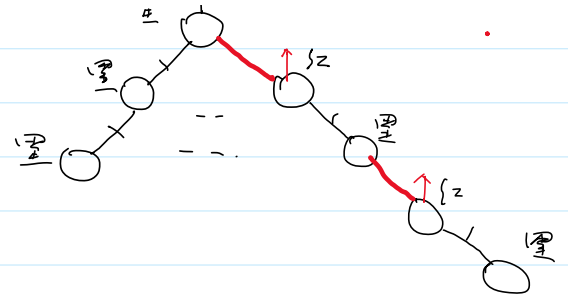
我们来看一看经典教科书(算法导论)对红黑树的定义:

一棵红黑树是满足下面红黑性质的二叉搜索树:

1. 每个结点或者是红色的, 或者是黑色的
2. 根结点是黑色的
3. 叶子结点 (Nil) 是黑色的 (注: 在算法导论中, 叶子结点指的是 NULL 结点)
4. 如果一个结点是红色的, 则它的两个子结点都是黑色的 (4-node 只有一种编码方式)
5. 对每个结点, 从该结点到其所有后代叶子结点的路径上, 包含相同数目的黑色结点。 (黑高平衡, 2-3-4树是一个完美平衡的树)

2-3-4 树的高度





分区 CDay13 的第 10 页