

Pancake Flip

Integrantes:

Daniel Aguilera y William Mendez

Entrega 2: Implementación y resultados del Modelo Matemático Modelado, Simulación y Optimización

Departamento de Ingeniería de Sistemas y Computación
Universidad de Los Andes
Bogotá, Colombia

1 Descripción del Problema

La idea es ordenar una pila de panqueques de acuerdo con su tamaño (más grande en la base y más pequeño en el top de la pila), usando una “espátula”. Vamos a simular los órdenes de tamaño en una pila de pancakes usando números naturales. Para una pila $n = 5$, 5 representa el pancake de mayor tamaño y 1 representa el más pequeño. Las únicas operaciones permitidas son insertar la espátula y girar los panqueques. Denominaremos este movimiento como “flip”. En la siguiente figura tenemos un ejemplo de “flip” para un stack de 5 pancakes ($n = 5$).

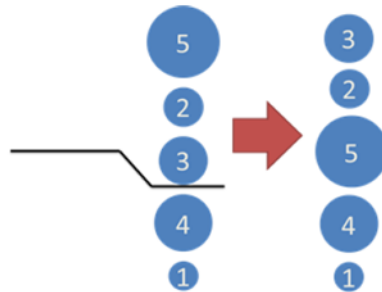


Fig. 1. Ejemplo de operación FLIP.

La resolución del problema de ordenar una pila de panqueques puede parecer sencilla a simple vista, pero se trata de una tarea bastante compleja y desafiante. Por lo cual, se identificaron las siguientes limitaciones.

- Solo se pueden voltear los panqueques contiguos, lo que limita las posibilidades de movimiento.

- El número de movimientos necesarios para ordenar la pila de panqueques de manera óptima no es trivial y puede ser difícil de calcular para pilas grandes.
- En algunos casos, es posible que se requiera un número significativo de movimientos para lograr el orden deseado, lo que aumenta el tiempo y el esfuerzo necesarios para resolver el problema.
- La estrategia para resolver el problema puede depender en gran medida del tamaño y la disposición de la pila de panqueques, lo que puede dificultar la creación de una solución generalizada.
- En algunos casos, puede ser difícil determinar si una solución encontrada es la óptima, lo que puede requerir la revisión de múltiples soluciones para confirmar su eficacia.

2 Conjuntos, Parámetros y Variables

Table 1. Conjuntos, Parámetros y Variables de decisión.

Sets and Parameters	Description
I	Nodes set (Generated).
J	Nodes set (Alias).
$start$	Source node.
end	Destination node.
$Edges_{i,j}$	Link cost from the node i to the node j .

Table 2. Variables de decisión

Variables	Description
$X_{i,j}$	Determines if the change of states i to j is selected to do the "flip" operation for building the shortest path towards the destination state (<i>Parameter end</i>) (Binary variable).

3 Función Objetivo y Restricciones

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} Edges_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in N} X_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \mid i = start \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} X_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \mid j = end \quad (3)$$

$$\left(\sum_{j \in N} X_{ij} - \sum_{j \in N} X_{ji} \right) = 0 \quad \forall i \in N \mid i \neq end \wedge i \neq start \quad (4)$$

$$X_{ij} = 0 \quad \forall i \in N, \forall j \in N \mid i = j \quad (5)$$

$$X_{ij} + X_{ji} \leq 1 \quad \forall i \in N, \forall j \in N \mid i \neq j \quad (6)$$

La F.O indica que debemos tener en cuenta que para decidir el camino y minimizar el número de flips revisamos si se toma o no un cambio de estado con la variable x y si existe la posibilidad de cambiar entre estos estados con el parámetro $edges$.

La expresión 2 representa que para el nodo inicial se debe tener obligatoriamente un salto que salga de él para asegurar el camino.

La expresión 3 representa que para el nodo final se debe tener obligatoriamente un salto que llegue a él para asegurar el camino.

La expresión 4 representa que para los nodos de camino, la cantidad de saltos que entran al nodo también deben salir, esto mostrado por la diferencia que da 0.

La expresión 5 representa que el modelo no puede tomar el camino que va a sí mismo para evitar que la regla 4 se cumpla de esta manera.

La expresión 6 indica que en caso de que un salto se escoja en la ruta, el mismo nodo no puede ser tomado de camino para evitar que el modelo cubra las reglas 3 y 2 entrando y saliendo por el mismo nodo en cualquier conexión a los nodos vecinos del inicio o final sin conectar el verdadero camino.

4 Implementación y resultados del Modelo Matemático

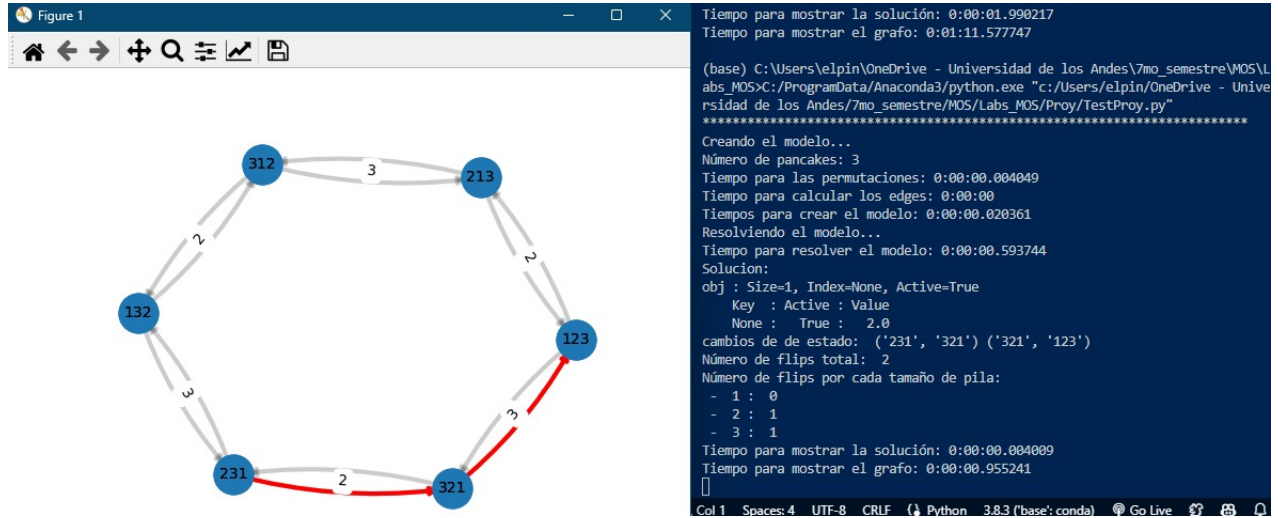
4.1 Escenario 1

Para este escenario, tenemos 3 pancakes (3! estados). Empezamos en el estado 231 y buscamos que se haga un flip en la posición 2 para ir al estado 321, luego un flip en la posición 3 para llegar al estado 123 y terminar el escenario.

Table 3. Conjuntos, Parámetros y Variables de decisión usados en el Escenario 1

Sets and Parameters	Description																																																	
I	{123, 132, 231, 213, 312, 321}.																																																	
J	{123, 132, 231, 213, 312, 321} (alias).																																																	
start	231.																																																	
end	123.																																																	
Edges _{i,j}	<table><tr><th></th><th>123</th><th>132</th><th>213</th><th>231</th><th>312</th><th>321</th></tr><tr><th>123</th><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><th>132</th><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><th>213</th><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><th>231</th><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><th>312</th><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><th>321</th><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>		123	132	213	231	312	321	123	1	0	1	0	0	1	132	0	1	0	1	1	0	213	1	0	1	0	1	0	231	0	1	0	1	0	1	312	0	1	1	0	1	0	321	1	0	0	1	0	1
	123	132	213	231	312	321																																												
123	1	0	1	0	0	1																																												
132	0	1	0	1	1	0																																												
213	1	0	1	0	1	0																																												
231	0	1	0	1	0	1																																												
312	0	1	1	0	1	0																																												
321	1	0	0	1	0	1																																												

4.2 Resultados Escenario 1

**Fig. 2.** Resultados obtenidos - Escenario 1

Como es posible evidenciar, en el apartado izquierdo de la imagen se presenta el grafo construido mostrando el camino de los flips a realizar. En cuanto al apartado derecho, este cuenta con la información del modelo, el tiempo que tardó en completarse y demás información relevante acerca de la solución, el número de flips y en qué pancake fueron realizados estos, al igual que los cambios de estado.

4.3 Escenario 2

Table 4. Conjuntos, Parámetros y Variables de decisión usados en el Escenario 2.

Sets and Parameters	Description					
I	{123456, 213456, 321456, 456123, ..., 654321}.					
J	{123456, 213456, 321456, 456123, ..., 654321} (alias).					
<i>start</i>	526431.					
<i>end</i>	123456.					
$Edges_{i,j}$		123456	213456	321456	...	654321
	123456	1	1	1	..	1
	213456	1	1	0	..	0
	321456	1	0	1	...	0

	654321	1	0	0	...	1

Para este escenario, diferente al anterior, se tomaron mas Pancakes para el analisis de un escenario mas elaborado y complejo. En este ejemplo tenemos 6 pancakes, iniciando en el estado 526431 y terminando en el estado 123456, esto aumenta la complejidad ahora teniendo 6! estados. Adicionalmente, se siguen los siguientes pasos.

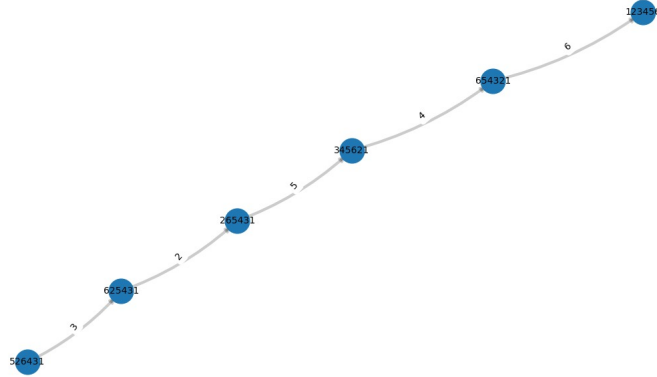


Fig. 3. Pasos a seguir - Escenario 2

4.4 Resultados Escenario 2

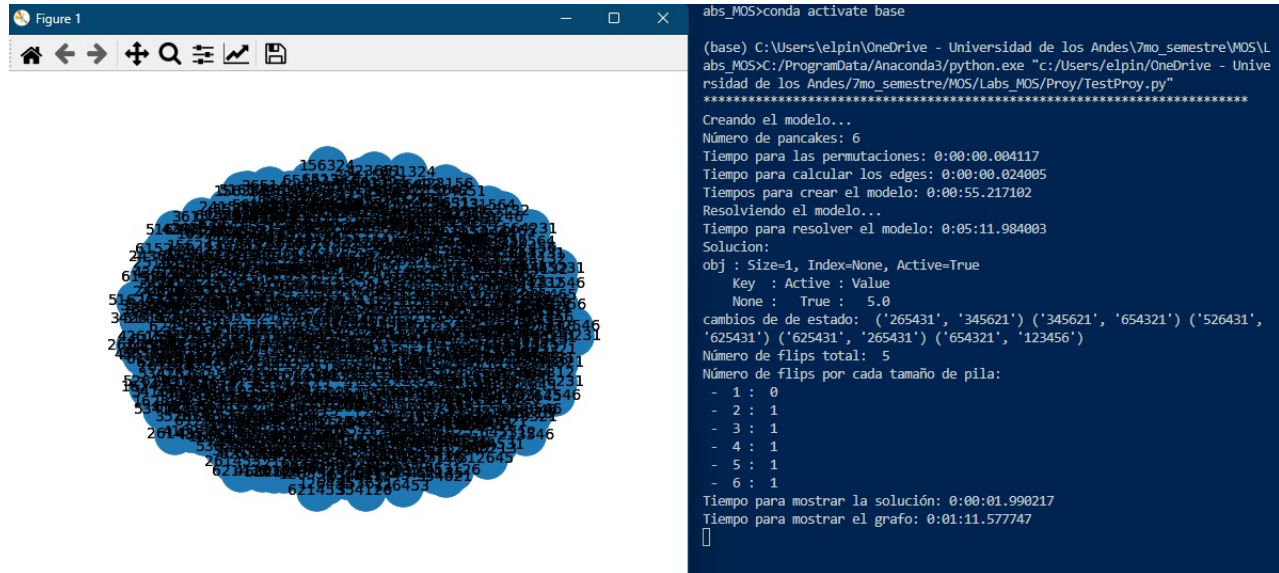


Fig. 4. Resultados obtenidos - Escenario 2

Al igual que en el escenario anterior, se presentan en dos partes, el grafo con el camino a seguir y la información de la solución. En este caso, el grafo no es muy visible debido a que se presentan $6!$ nodos posibles, lo cual causa una gran aglomeración de estos. En cuanto a los resultados, estos son presentados a la derecha, mostrando cuantos flips fueron realizados y donde se hicieron estos, al igual que los cambios de estado.

5 Aclaraciones

Para la visualización de los resultados junto a los grafos y demás detalles es necesario instalar la librería networkx con el comando "pip install networkx". Adicionalmente, es necesario instalar scipy por medio del comando "pip install scipy".