

Théorie des graphes - activité 2

Premiers pas avec les graphes

François Delbot

21 janvier 2019

Exercice 1

Déterminer les propriétés d'un graphe (1/4)

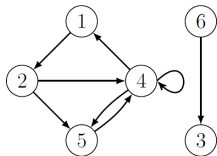
Pour chacun des graphes donnés par la suite :

1. Déterminer si le graphe est orienté ou non.
2. Déterminer si le graphe contient des boucles.
3. Déterminer si le graphe est un multi-graphe ou un graphe simple.
4. Donner le nombre de sommets $|V|$.
5. Donner les liste des arêtes E , ou arcs A .
6. Pour chaque sommet v , donner son degré $d(v)$. Dans le cas d'un graphe orienté, donner aussi son degré entrant $d^+(v)$ et son degré sortant $d^-(v)$.
7. Déterminer si le graphe est connexe ou non.

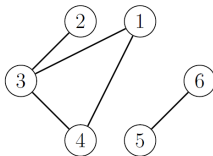
Exercice 1

Déterminer les propriétés d'un graphe (2/4)

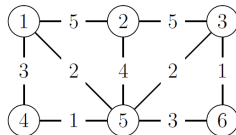
Considérons les graphes suivants :



Graphe G_1

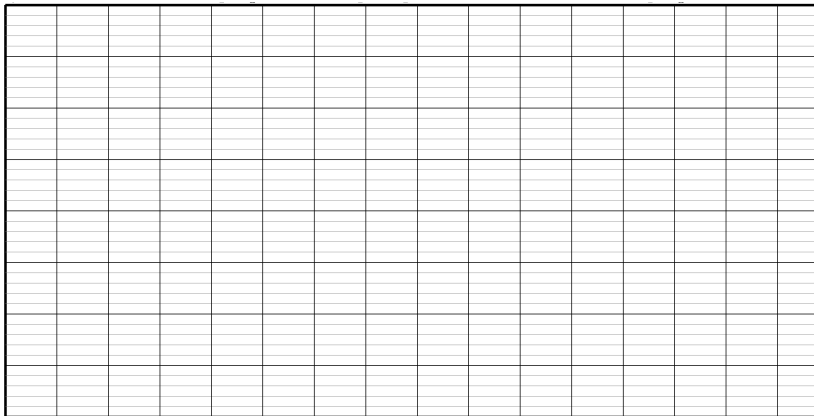


Graphe G_2



Graphe G_3

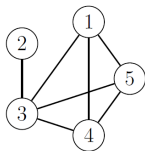
Exercise 1



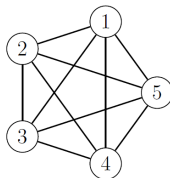
Exercice 1

Déterminer les propriétés d'un graphe (3/4)

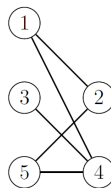
Considérons les graphes suivants :



Graphe G_4

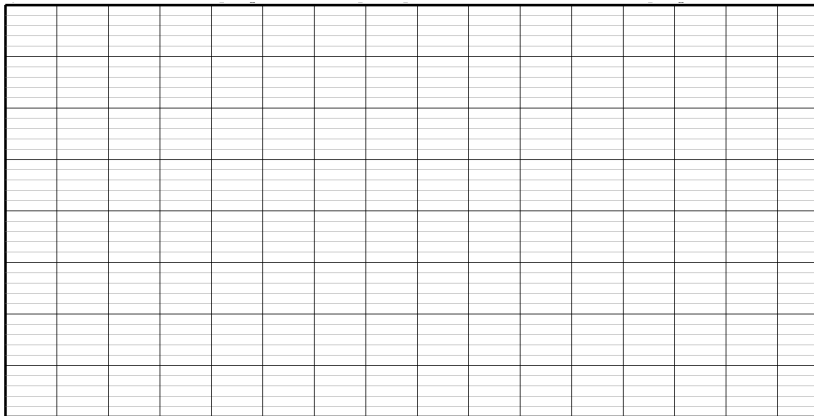


Graphe G_5



Graphe G_6

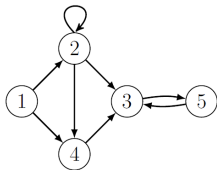
Exercise 1



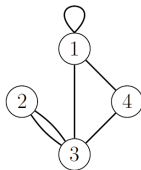
Exercice 1

Déterminer les propriétés d'un graphe (4/4)

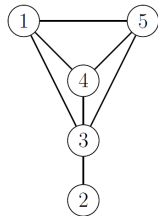
Considérons les graphes suivants :



Graphe G_7

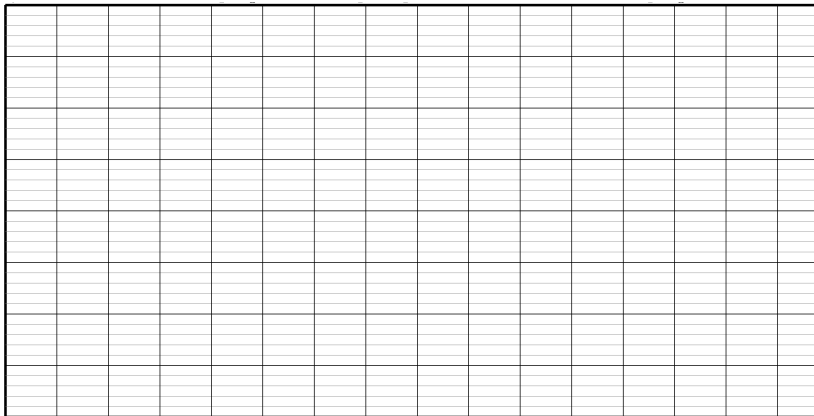


Graphe G_8



Graphe G_9

Exercise 1



Exercice 2

Construction de trois graphes

Pour chaque graphe, vous donnerez sa représentation graphique, son nombre de sommets et son nombre d'arêtes.

1. Graphe G_1 :

- ▶ $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ▶ $E = \{\{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$

2. Graphe G_2 :

- ▶ $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ▶ $E = \{\{1, 3\}, \{2, 3\}, \{5, 6\},$

3. Graphe G_3 :

- ▶ $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ▶ $E = \{\{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{5, 6\}\}$

Exercise 2

[illegible]

Exercice 3

Construction et voisinage

On considère le graphe orienté $G = (V, A)$ tel que :

- ▶ $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ▶ $A = \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 3), (5, 3)\}$

1. Donner la représentation graphique de $G = (V, A)$.
2. Pour chaque sommet, donner son degré entrant ainsi que son degré sortant.
3. Pour chaque sommet, donner la liste des prédécesseurs ainsi que des successeurs.

Exercise 3

[illegible]

Exercice 4

Graphe complet et nombre d'arêtes

Dessiner un graphe non-orienté complet à 4 sommets.

1. Quel est le degré des sommets de ce graphe ?
2. Combien d'arêtes possède-t-il ?

Généralisez ces résultats à un graphe non-orienté complet ayant n sommets.

Exercise 4

[illegible]

Exercice 5

Suite graphique (1/2)

Suite graphique :

Une suite décroissante (au sens large) d'entiers (d_1, d_2, \dots, d_n) est dite graphique s'il existe un graphe simple, sans boucle et non-orienté à n sommets $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, dont les degrés des sommets correspondent à cette suite, c'est-à-dire que pour $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ le sommet v_i est de degré d_i .

Par exemple, un triangle correspond à la suite $(2, 2, 2)$.

Exercice 5

Suite graphique (2/2)

1. Les suites suivantes sont-elles graphiques ?
 - a. $(3, 3, 2, 1, 1)$
 - b. $(3, 3, 1, 1)$
 - c. $(3, 3, 2, 2)$
 - d. $(4, 2, 1, 1, 1, 1)$
 - e. $(5, 3, 2, 1, 1, 1)$
2. Trouver deux graphes correspondant à la suite $(3, 2, 2, 2, 1)$.
3. Montrer que si la suite $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ est graphique, alors $\sum_{i=1}^n d(i)$ est pair.

Exercice 5

[illegible]