Variables instrumentales

Vincent Arel-Bundock

Qu'est-ce qu'une variable instrumentale?

Définition:

> Variable auxiliaire qui permet d'étudier la relation causale entre deux autres variables.

Typiquement, un instrument Z est une cause de la variable explicative X:

$$Z \rightarrow X \rightarrow Y$$

Exemple: Yoga chaud

Objectif: effet du Yoga Chaud (X) sur la tension artérielle (Y).

500 individus participent à une étude:

1. X: nombre d'heures à s'étirer dans une pièce à 42°C.
2. Y: tension artérielle de chacun des participants

Exemple: Yoga chaud

Objectif: effet du Yoga Chaud (X) sur la tension artérielle (Y).

500 individus participent à une étude:

1. X: nombre d'heures à s'étirer dans une pièce à 42°C.
2. Y: tension artérielle de chacun des participants

Biais par variable omise et de sélection:

- Habitudes vie
- Alimentation
- etc.

Problèmes:

- Une régression bivariée entre X et Y produirait un estimé biaisé de la relation causale.
- On ne peut pas forcer les gens à faire du yoga chaud (éthique)

Exemple: Yoga chaud

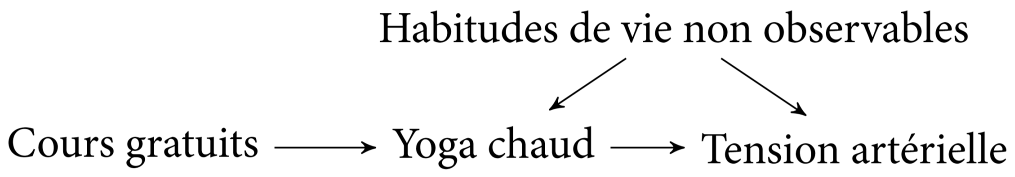
On crée notre propre variable instrumentale (Z).

- Participants divisés aléatoirement
- $Z = 1$: cours gratuits
- $Z = 0$: rien

Exemple: Yoga chaud

On crée notre propre variable instrumentale (Z).

- Participants divisés aléatoirement
- $Z = 1$: cours gratuits
- $Z = 0$: rien



- Variable instrumentale: l'abonnement gratuit.
- Variable explicative: Yoga Chaud.
- Variable dépendante: la tension artérielle.

Postulats

Qu'est-ce qu'une variable instrumentale?

Pour qu'un instrument soit valide, il doit remplir trois conditions:

1. inclusion,
2. exclusion, et
3. monotonicité.

Condition 1: Inclusion

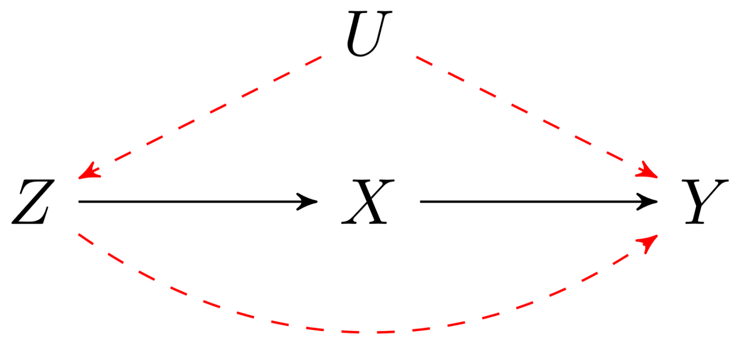
Associé à la variable explicative.

$$
\begin{tikzcd}
 & & \text{Habitudes de vie non observables} \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
\text{Cours gratuits} \arrow[r] & \text{Yoga chaud} \arrow[rr] & & \text{Tension artérielle}
\end{tikzcd}
$$

Association trop faible $\rightarrow$ biais

Condition 2: Exclusion

Associé à la variable dépendante seulement à travers la variable explicative.



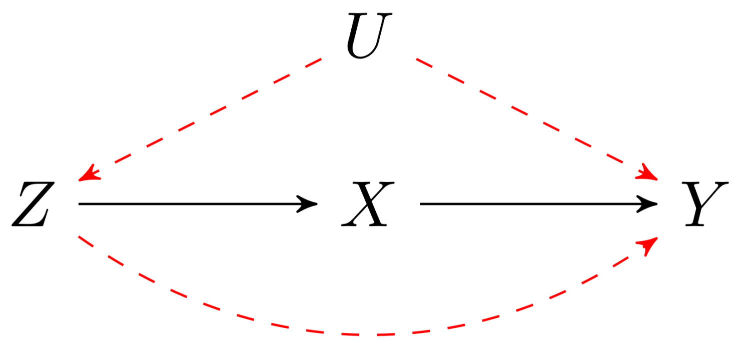
$Z \leftarrow U \rightarrow Y$: une fourchette laisse circuler l'information statistique entre l'instrument et la variable dépendante.

$Z \rightarrow Y$: l'instrument cause directement la variable dépendante.

Difficile à satisfaire! Propriété théorique. Pas (vraiment) de test empirique pour prouver ce postulat.

Conditions 1 et 2: GOA

1. Il existe un chemin ouvert entre Z et X.
2. Tous les chemins ouverts entre Z et Y comprennent une flèche qui pointe dans X.



Condition 3: Monotonicité

Aucun des participants de l'étude ne doit être anticonformiste:

> Répondre de façon *opposée* à l'effet moyen de la variable instrumentale sur la variable explicative.

- Aller *moins* souvent au Yoga quand j'ai un cours gratuit

Note: Cette condition n'est *pas* violée si certains participants ne répondent *pas* à la variable instrumentale. Contraire!

Quantité estimée

Effet de traitement moyen local

Trois postulats:

1. Inclusion
2. Exclusion
3. Monotonicité

Résultat:

- Effet de traitement moyen local

Différent de l'*effet de traitement moyen*!

- Local = effet causal moyen dans le sous-échantillon des individus chez qui l'instrument affecte la variable explicative.

Effet de traitement moyen local

Dans l'exemple du yoga chaud, l'estimé par variable instrumentale mesure l'effet causal du yoga chez les individus pour qui recevoir des cours gratuits a un effet sur le nombre d'heures qu'ils passent au studio de yoga.

L'estimé traditionnel par variable instrumentale correspond à une moyenne pondérée des effets causals, où la contribution de chaque individu à l'effet total dépend de la force de la réponse du traitement à l'instrument.

Si un participant décide de faire du yoga peu importe s'il reçoit des cours gratuits, les informations que le chercheur assemble sur ce participant n'influenceront pas l'estimé causal.

Exemples

Pauvreté et guerres civiles

Effet de la croissance économique sur le risque de guerre civile en Afrique Sub-Saharienne (Miguel, Satynath et Sergenti 2004)

$$\text{Pluie} \longrightarrow \text{Revenu moyen} \longrightarrow \text{Guerre civile}$$

1. Inclusion
2. Exclusion
3. Monotonicité

Effet de traitement moyen local

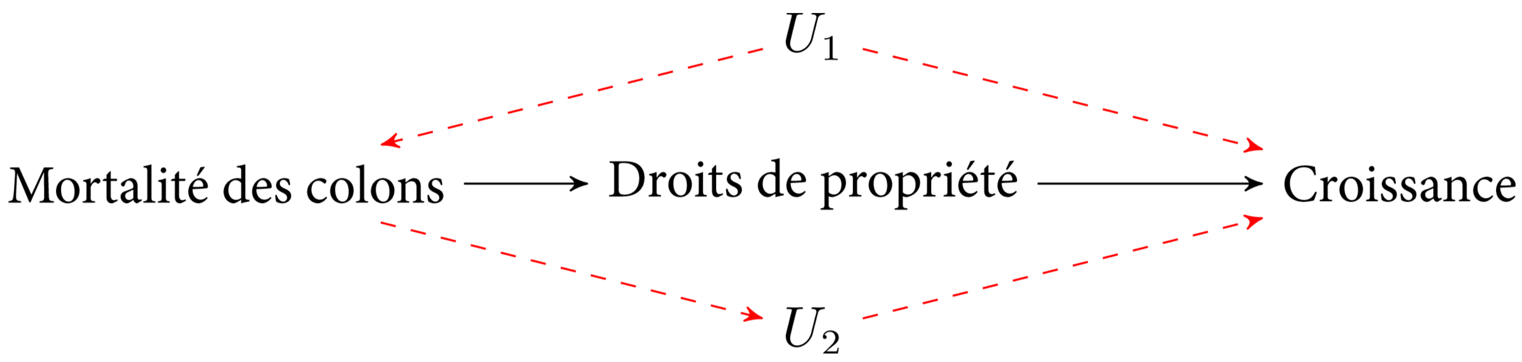
Institutions politiques et croissance économique

Effet des institutions politiques (p. ex. démocratie, droits de propriété, État de droit) sur la croissance économique (Acemoglu, Johnson et Robinson 2001)

Entre le 16e et le 18e siècles, les empires coloniaux européens ont déployé la force et la violence pour installer des régimes politiques dans plusieurs régions du monde. Là où la vie des colons était plus difficile, ils avaient tendance à implanter des institutions "extractives," qui visaient à extraire des ressources sans protéger les droits individuels ou les droits de propriété de la population locale. Là où la vie des colons était plus facile, ils avaient tendance à implanter des institutions de style néo-européennes.

Institutions politiques et croissance économique

Effet des institutions politiques (p. ex. démocratie, droits de propriété, État de droit) sur la croissance économique (Acemoglu, Johnson et Robinson 2001)



1. Inclusion
2. Exclusion
3. Monotonicité

Effet de traitement moyen local

Résistance au changement et bonheur

Levitt (2016) a recruté des dizaines de milliers de participants pour une expérience exécutée sur un site web.

Pour faire partie de l'échantillon, les participants devaient déclarer avoir une décision "importante" à prendre (p. ex. changer d'emploi, quitter un partenaire amoureux, retourner aux études).

Ensuite, le site web suggérait (aléatoirement) à la moitié des participants de faire le changement, et à l'autre moitié de maintenir le statu quo.

Deux mois plus tard, l'équipe du chercheur a contacté les participants pour déterminer s'ils avaient fait le changement en question et pour mesurer leur niveau de bien-être.

Résistance au changement et bonheur

L'encouragement aléatoire au changement sert d'instrument pour estimer l'effet du changement sur le bonheur:

$$\text{Encouragement} \longrightarrow \text{Changement} \longrightarrow \text{Bonheur}$$

1. Inclusion
2. Exclusion
3. Monotonicité

Effet de traitement moyen local

Régression par les moindres carrés en 2 étapes

MC2É: Étape 1

Étape 1: Estimer les valeurs prédites de X

Régression de la variable explicative X sur l'instrument Z:

$$X_i = \alpha_0 + \alpha_1 Z_i + \nu_i$$

Utiliser les estimés $\hat{\alpha}_0$ et $\hat{\alpha}_1$ pour prédire $\hat{X}_i$ pour chaque individus:

$$\hat{X}_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 Z_i$$

Si $\hat{\alpha}_0 = 1$ et $\hat{\alpha}_1 = 3$, et Z est égale à 4 pour l'individu i, alors:

$$\begin{aligned}\hat{X}_i &= \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \cdot Z_i \\ &= 1 + 3 \cdot 4 \\ &= 13\end{aligned}$$

MC2É: Étape 2

Étape 2: Estimer l'effet des valeurs prédites de X sur Y

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 \hat{X}_i + \varepsilon_i$$

$\hat{\beta}_1$ est le coefficient de régression par MC2É.

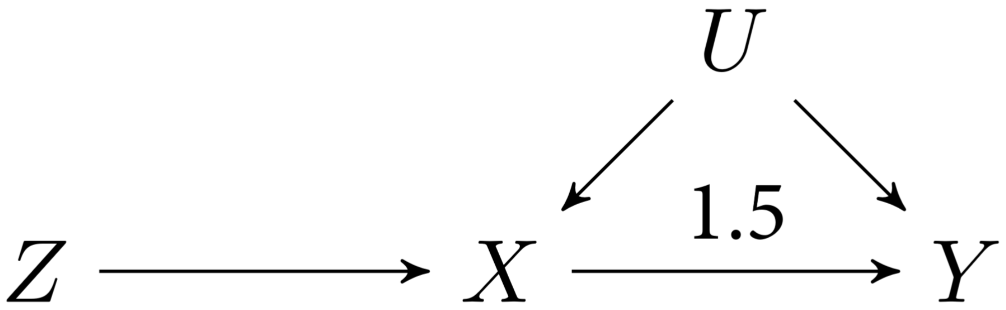
Intuition:

- $\hat{\beta}_1$ mesure l'association entre la variable dépendante Y et la part de la variance dans X qui peut être expliquée par la variable instrumentale Z.
- Si les conditions d'inclusion, d'exclusion, et de monotonicité sont remplies, c'est l'effet causal moyen local.

Simulations

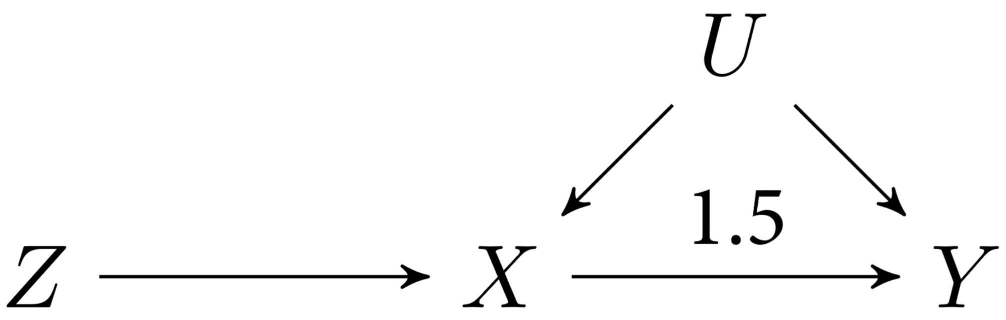
Biais par variable omise ou de sélection dans le traitement

Nous voulons estimer l'effet causal de X sur Y
en présence d'une variable omise U:



Biais par variable omise ou de sélection dans le traitement

Nous voulons estimer l'effet causal de X sur Y en présence d'une variable omise U:




```r
n <- 10000
Z <- rnorm(n)
U <- rnorm(n)
X <- Z + U + rnorm(n)
Y <- 1.5 * X + U + rnorm(n)

mod_biaisé <- lm(Y ~ X)
coef(mod_biaisé)
```

```
##   (Intercept)            X
## -0.004610972   1.840812018
```

Biais par variable omise ou de sélection dans le traitement

Nous voulons estimer l'effet causal de X sur Y en présence d'une variable omise U:

$$
\begin{tikzcd}
 & & U \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
Z \arrow[r] & X \arrow[rr, "1.5"] & & Y
\end{tikzcd}
$$

```
mod1 <- lm(X ~ Z)
coef(mod1)
```

```
## (Intercept)           Z
## 0.001861485 0.967010585
```

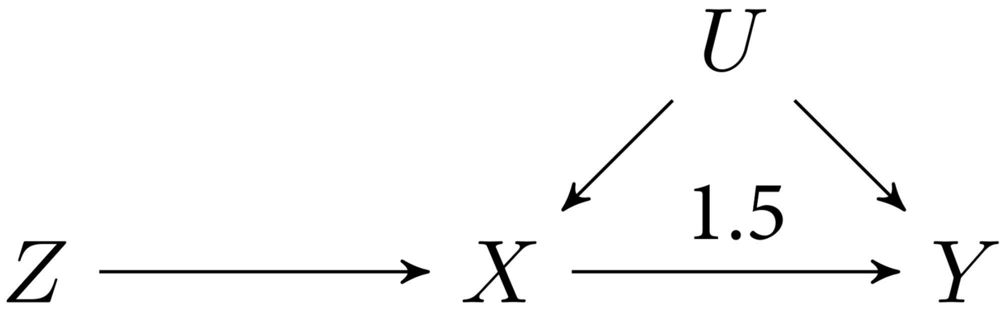
```
alpha0 <- coef(mod1)[1]
alpha1 <- coef(mod1)[2]
Xchapeau <- alpha0 + alpha1 * Z

mod2 <- lm(Y ~ Xchapeau)
coef(mod2)
```

```
##   (Intercept)     Xchapeau
## -0.005138105  1.507826902
```

Biais par variable omise ou de sélection dans le traitement

Nous voulons estimer l'effet causal de X sur Y en présence d'une variable omise U:



R offre plusieurs fonctions pour estimer des modèles de régression par les moindres carrés en deux étapes:

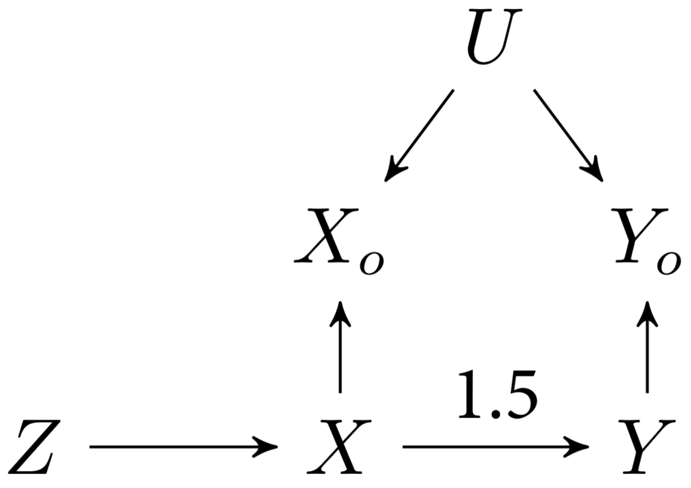
```
library(ivreg)
mod <- ivreg(Y ~ X | Z)
coef(mod)
```

```
##  (Intercept)            X
## -0.005138105  1.507826902
```

Biais de mesure

L'analyse par variable instrumentale permet de limiter certaines formes de biais de mesure.

Par exemple, si on veut étudier la relation entre X et Y, mais que seules X_o et Y_o sont observables...




```r
n <- 100000
U <- rnorm(n)
Z <- rnorm(n)
X <- Z + rnorm(n)
Y <- 1.5 * X + rnorm(n)
Xo <- X + U
Yo <- Y + U

mod_biaisé <- lm(Yo ~ Xo)
coef(mod_biaisé)
```

```
##  (Intercept)           Xo
## -0.000909781  1.329225487
```

```r
mod <- ivreg(Yo ~ Xo | Z)
coef(mod)
```

```
##   (Intercept)            Xo
## -0.0004731345  1.4912579145
```

Effet de traitement moyen local

Effets hétérogènes: l'effet de traitement et la force de l'instrument varient d'un sous-échantillon à l'autre.

Dans le 1er sous-groupe, Z a un effet sur X, et X a un effet de 5 sur Y:

$$\begin{tikzcd} Z \arrow[r] & X \arrow[r, "5"] & Y \\ & U \arrow[u] \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

```r
n <- 100000
Z <- rnorm(n)
U <- rnorm(n)
X <- Z + U + rnorm(n)
Y <- 5 * X + U + rnorm(n)
groupe_1 <- data.frame(X, Y, Z)
```

Effet de traitement moyen local

Dans le 2e sous-groupe, Z n'a pas d'effet sur X, et X a une effet de 2 sur Y:

$$
\begin{tikzcd}
Z & X \arrow[rr, "2"] & & Y \\
& & U \arrow[ul] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}
$$

```r
Z <- rnorm(n)
U <- rnorm(n)
X <- U + rnorm(n)
Y <- 2 * X + U + rnorm(n)
groupe_2 <- data.frame(X, Y, Z)
```

On combine les deux groupes en une seule banque de données:

```r
dat <- rbind(groupe_1, groupe_2)
```

Effet de traitement moyen local

Finalement, la méthode des moindres carrés en deux étapes estime l'effet causal moyen local:

```
mod <- ivreg(Y ~ X | Z, data = dat)
coef(mod)
```

```
##  (Intercept)            X
## -0.002354278  5.003694781
```

Tel que prévu, le coefficient de régression estimé grâce à la variable instrumentale approche 5, soit l'effet causal moyen dans le groupe d'individus chez qui Z a un effet sur X.


Merci!