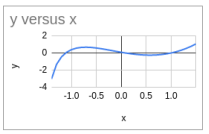
Aluno: Willian Kruscinscki
Matrícula: 19202281
Prova 2

Questão 1)

f(x)=x² *ln(x+1.5)-x+0.1=0
f'(x)=2xln(x+1.5)+(x^2/x+1.5)-1

x pertencente [-1.4, 1.5]
Primeiro passo: Localizar raízes, obter valores iniciais
obs: o valor de ln precisa ser positivo, por isso -1,4

A	B	h	limite da diferença
-1.4	1.5	0.1	10



	x	y	xi
1	-1.4	-3.013066782	
2	-1.3	-1.319950072	
3	-1.2	-0.4337208382	**-1.15**
4	-1.1	0.09128821443	
5	-1	0.4068528194	
6	-0.9	0.5862312447	
7	-0.8	0.6717280359	
8	-0.7	0.6906596599	
9	-0.6	0.6620702144	
10	-0.5	0.6	
11	-0.4	0.5152496288	
12	-0.3	0.4164089401	
13	-0.2	0.3104945706	
14	-0.1	0.2033647224	

iteração	xi	f	f'	Δx	xnovo
1	-1.15	-0.1383897596	5.193162315	0.02664845642	-1.1233515436
2	-1.1233515436	-0.0088401319	4.544166098	0.00194538046	-1.1214061631
3	-1.1214061631	-0.0000429666	4.500062427	0.000009548009554	-1.1213966151
4	-1.1213966151	-0.0000000010	4.499846987	0.000000002285670854	-1.1213966149
5	-1.1213966149	0.0000000000	4.499846982	0	-1.1213966149
6	-1.1213966149	0.0000000000	4.499846982	0	-1.1213966149

14	-0.1	0.2033647224	
15	0	0.1	
16	0.1	0.004700036292	**0.15**
17	0.2	-0.07877486996	
18	0.3	-0.1470992002	
19	0.4	-0.1973033782	
20	0.5	-0.2267132049	
21	0.6	-0.2329025559	
22	0.7	-0.2136558934	
23	0.8	-0.1669381613	
24	0.9	-0.09087032274	**0.95**
25	1	0.01629073187	
26	1.1	0.1561688485	
27	1.2	0.3302825531	
28	1.3	0.540056815	
29	1.4	0.7868330445	
30	1.5	1.07187765	

iteração	xi	f	f'	Δx	xnovo
1	0.15	-0.03873255602	-0.83613105	-0.04632354704	0.1036764530
2	0.1036764530	0.0014001954	-0.895364873	0.001563826575	0.1052402795
3	0.1052402795	0.0000014684	-0.8934855388	0.000001643407147	0.1052419229
4	0.1052419229	0.0000000000	-0.8934835593	0	0.1052419229
5	0.1052419229	0.0000000000	-0.8934835593	0	0.1052419229

iteração	xi	f	f'	Δx	xnovo
1	0.95	-0.04128055784	1.070934594	0.03854629226	0.9885462923
2	0.9885462923	0.0023873714	1.195201387	-0.001997463676	0.9865488286
3	0.9865488286	0.0000064905	1.188703689	-0.000005460155954	0.9865433684
4	0.9865433684	0.0000000000	1.188685936	0	0.9865433684
5	0.9865433684	0.0000000000	1.188685936	0	0.9865433684

Há 3 raízes no intervalo [-1.4,1.5]

x	residuos
-1.1213966149	3.61E-16
0.1052419229	0.00E+00
0.9865433684	2.78E-17

Questão 2)

Exemplo 2: Metodo de newton para raizes multiplas

P5(x)=(x^5) (- 3.19*x^4) (+1.936*x^3) (+ 3.4606*x^2) (- 4.97794*x) + 1.77156=0

P5(x)=x5 - 3.19*x4 + 1.936*x3 + 3.4606*x2 - 4.97794*x + 1.77156=0

P5'(x)=5x^4-3.19*4x^3+1.936*3x^2+3.4606*2*x-4.97794 = 0

P5"(x)= 5*4x^3-3.19*4*3x^2+1.936*3*2*x+3.4606*2 = 0

P5""(x)= 5*4*3*x^2-3.19*4*3*2x+1.936*3*2*1 = 0

P5""(x)= 5*4*3*2*x-3.19*4*3*2 = 0

obs: Existe um raio ficticio que contem todas as raizes do polinomio, no caso r = 1+(maior modulo dos coeficientes(exceto o primeiro)/modulo do primeiro coeficiente)

r = 5.97794

iteração	xi	P5(xi)	P5'(xi)	multiplicidade	Δx=-Pn^(M-1)/Pn^(M)(xi)	xnovo
1	-2	-72.95816	186.49166	1	0.3912140629	-1.608785937
2	-1.608785937	-21.47032406	85.5439354	1	0.2509859286	-1.357800009
3	-1.357800009	-5.393376087	45.26859908	1	0.119141661	-1.238658347
4	-1.238658347	-0.8572722663	31.37975427	1	0.02731927914	-1.211339068
5	-1.211339068	-0.03821807014	28.60618257	1	0.001336007349	-1.210003061
6	-1.210003061	-0.00008815958327	28.47426506	1	0.000003096114442	-1.209999965
7	-1.209999965	-0.00000000047264	28.47395975	1	0	-1.209999965
8	-1.209999965	0	28.47395975	1	0	-1.209999965

Conclusao: Encontrei a primeira raiz, x = -1.209999965 com multiplicidade 1

Logo precisamos reduzir o grau do polinomio uma vez

P5(x)=(x^5) (- 3.19*x^4) (+1.936*x^3) (+ 3.4606*x^2) (- 4.97794*x) + 1.77156=0

raiz	coeficientes						
-1.209999965	**1**	**-3.19**	**1.936**	**3.4606**	**-4.97794**	**1.77156**	
		-1.209999965	5.323999803	-8.784599507	6.442039216	-1.77156	
	1	-4.399999965	7.259999803	-5.323999507	1.464099216	0	resto da divisao

sobrou o polinomio de terceiro grau : **x^4 - 4.399999965x^3 + 7.259999803x^2 - 5.323999507x + 1.464099216**

agora precisamos encontrar as 4 raizes do polinomio do quarto grau, comecar tudo novamente

P4(x) = x^4 - 4.399999965x^3 + 7.259999803x^2 - 5.323999507x + 1.464099216

P4'(x) = 4*x^3 - 4.399999965*3x^2 + 7.259999803*2x - 5.323999507

P4"(x) = 4*3x^2 - 4.399999965*3*2x + 7.259999803*2

obs: Existe um raio ficticio que contem todas as raizes do polinomio, no caso r = 1+(maior modulo dos coeficientes(exceto o primeiro)/modulo do primeiro coeficiente)

r = 8.259999803

iteração	xi	P4(xi)	P4'(xi)	multiplicidade	Δx=-Pn^(M-1)/Pn^(M)(xi)	xnovo	
1	2	0.6560996957	2.916000127	1	-0.2249998859	1.775000114	
2	1.775000114	0.2075939485	1.23018825	1	-0.1687497409	1.606250373	
3	1.606250373	0.06568392299	0.5189866316	1	-0.1265618784	1.479688495	
4	1.479688495	0.02078270085	0.2189488071	1	-0.09492036574	1.384768129	
5	1.384768129	0.006575671071	0.09237082893	1	-0.0711877456	1.313580383	
6	1.313580383	0.002080476155	0.0389713843	1	-0.0533847127	1.260195671	
7	1.260195671	0.0006581669381	0.01644434771	1	-0.04002390061	1.22017177	
8	1.22017177	0.0002081383362	0.006941893811	1	-0.02998293288	1.190188837	
9	1.190188837	0.00006574575195	0.002934567145	1	-0.02240390105	1.167784936	
10	1.167784936	0.00002069160557	0.00124600913	1	-0.01660630333	1.151178633	
11	1.151178633	0.00000643696624	0.0005363784151	1	-0.01200079285	1.13917784	
12	1.13917784	0.00000193024685	0.000240717967	1	-0.008018707024	1.131159133	
13	1.131159133	0.00000051549160	0.0001211910074	1	-0.004253546655	1.126905586	
14	1.126905586	0.00000009613021	0.00007809206749	1	-0.00123098569	1.125674601	
15	1.125674601	0.00000000638318	0.00006788056506	1	-0.00009403556536	1.125580565	
16	1.125580565	0	0.00006713945873	1	-0.0000005196428027	1.125580045	obs: Aqui P e P' estao abaixo de 0,000001
17	1.125580045	0	0.00006713537846	1	0	1.125580045	

raiz	coeficientes					
1.125580045	**1**	**-4.399999965**	**7.259999803**	**-5.323999507**	**1.464099216**	
		1.125580045	-3.685621722	4.023248643	-1.464099216	
	1	-3.274419919	3.574378081	-1.300750864	0	resto da divisao

P3(x) = x^3 - 3.274419919x^2 + 3.574378081x - 1.300750864

P3'(x) = 3x^2 - 3.274419919*2x + 3.574378081

r =	4.574378081					
iteração	xi	P3(xi)	P3'(xi)	multiplicidade	Δx=-Pn^(M-1)/Pn^(M)(xi)	xnovo
1	2.98897	6.832765063	10.80191725	1	-0.6325511392	2.356418861
2	2.356418861	2.024587544	4.800697911	1	-0.4217277533	1.934691107
3	1.934691107	0.5999219169	2.133484925	1	-0.2811934174	1.65349769
4	1.65349769	0.1777851419	0.9480503683	1	-0.187527106	1.465970584
5	1.465970584	0.05269849284	0.4211807777	1	-0.1251208403	1.340849744
6	1.340849744	0.01562972221	0.1870019673	1	-0.08358052287	1.257269221
7	1.257269221	0.004642341001	0.08290100066	1	-0.05599861238	1.201270608
8	1.201270608	0.001384127717	0.03660248757	1	-0.03781512703	1.163455481
9	1.163455481	0.0004169500798	0.01598044553	1	-0.02609126755	1.137364214
10	1.137364214	0.0001292447718	0.00675407114	1	-0.01913583218	1.118228382
11	1.118228382	0.00004340584708	0.002583647142	1	-0.01680022259	1.101428159
12	1.101428159	0.00001791283714	0.0007334422631	1	-0.02442296829	1.077005191
13	1.077005191	0.00000324580692	0.001064124099	1	-0.003050214653	1.073954976
14	1.073954976	-0.00000043220438	0.001356820677	1	0.0003185420118	1.074273518
15	1.074273518	-0.00000000530038	0.001323643139	1	0.000004004388241	1.074277523
16	1.074277523	0	0.00132322994	1	0.0000000006249058338	1.074277523
raiz	coeficientes					
1.074277523	**1**	**-3.274419919**	**3.574378081**	**-1.300750864**		
		1.074277523	-2.363563524	1.300750864		
	1	-2.200142396	1.210814557	0		
P2(x) = x^2 - 2.200142396x + 1.210814557						
P2'(x) = 2*x - 2.200142396						
P2"(x) = 2						

r =	3.200142396							
iteração	xi	P2(xi)	P2'(xi)	P2"(xi)	multiplicidade	Δx=-Pn^(M-1)/Pn^(M)(xi)	xnovo	
1	1.793382	0.4813377842	1.386621604	2	1	-0.3471298752	1.446252125	
2	1.446252125	0.1204991502	0.6923618534	2	1	-0.1740407124	1.272211412	
3	1.272211412	0.03029016958	0.3442804286	2	1	-0.08798109643	1.184230316	
4	1.184230316	0.007740673329	0.1683182357	2	1	-0.04598832263	1.138241993	
5	1.138241993	0.002114925818	0.07634159045	2	2	-0.03817079522	1.100071198	obs: nesse caso, tanto P2 quanto P2' estão menores que 0,1 mas não chegarão a ficar menor que 0,00001
6	1.100071198	0.0006579162105	0	2	2	0	1.100071198	
7	1.100071198	0.0006579162105	0	2	2	0	1.100071198	
8	1.100071198	0.0006579162105	0	2	2	0	1.100071198	
Raízes encontradas:		1.100071198						
		1.074277523						
		1.125580045						
		-1.209999965						
Forma fatorada	(x-1.100071198)*(x-1.100071198)*(x-1.074277523)*(x-1.125580045)*(x+1.209999965)							
Resíduos	-1.00E-06							
	3.77E-14							
	-6.35E-14							
	-3.41E-09							

Questão 3)

a) Para excluir a descontinuidade, em critérios práticos podemos analisar a diferença do módulo entre os valores de y em que a raiz está contida. Se essa diferença for maior que um teto estabelecido consideramos descontinuidade pensando que o y está na realidade transicionando de um infinito negativo para um infinito positivo.

b) O método de Newton usa uma aproximação pela série de Taylor simplificada/truncada com 2 termos, e se encontra um (deltax) por essa série.
Ao resolver essa função aproximada igual a zero se tem um (deltax) aproximado e uma raiz aproximada.
Para Pn(x) temos três passos para seguir, são eles: localizar uma raiz (xi), calcular o novo x, sendo xi+deltax onde deltax = -f(xi)/f'(xi), e por último atualizar o xi para o novo x. Depois repete o segundo passo e o terceiro até convergir para a raiz.

c) Usando o raio limite em que todas as raízes estarão. No exemplo da questão dois, o cálculo seria: (raio = 1+4.97794/1). O eixo horizontal contém as raízes reais e o

vertical as complexas. É possível compor as duas no raio (por exemplo, 30% para a complexa e 70% para as reais).

d) Pelos valores do polinômio, 1ª derivada, 2ª derivada que ficam muito pequenos (definimos como menos que 0,1). Se só o polinômio tende a 0, a multiplicidade será 1. Se o polinômio e a primeira derivada tenderem a 0, a multiplicidade será 2.

e) Utilizando a propriedade 13, onde o polinômio de derivada de ordem k num ponto **xi = k! * resto(k+1)** por exemplo, na primeira derivada o k=1 o resto será 2. O valor do polinômio será proporcional ao resto.

Link para as planilhas:

https://docs.google.com/spreadsheets/d/10iZTxK6UMDqm2aqBYAKB9HXWeMdTzQ6PC_h_NdnwZBM/edit?usp=sharing

https://docs.google.com/spreadsheets/d/1csjGyY-jlAIxUuHKMsctsl3F2f5k6suoZ5uz1u1upbU/edit?usp=sharing