VALOR ABSOLUTO

Definición: Valor Absoluto

Si **a** es un número real, su valor absoluto se denota |**a**| y se define:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Observaciones

I) $\forall a \in IR, \quad |a| \geq 0$

II) $\forall a \in IR, \quad |a| = |-a|$

III) $\forall a \in IR, \quad |a| = \sqrt{a^2}$

IV) $\forall a, b \in IR \wedge b > 0, \quad |a| = b \Leftrightarrow a = b \vee a = -b$

V) $\forall a, b \in IR\ , \quad |a| = |b| \Leftrightarrow a = b \vee a = -b$

TEOREMA: Propiedades del Valor Absoluto

Sean **a** y **b** números reales y **n** entero, entonces se verifican las siguientes propiedades:

1. $|a.b| = |a|.|b|$

2. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}, \quad b \neq 0$

3. $|a^n| = |a|^n, \quad a \neq 0 \text{ si } n < 0$

TEOREMA: Propiedades del Valor Absoluto Referidas a las Desigualdades

Sean **a** y **b** números reales y **k** en un número real positivo, entonces se verifican las siguientes propiedades:

1. $-|a| \leq a \leq |a|$
2. $|a| \leq k \iff -k \leq a \leq k$
3. $|a| \geq k \iff a \geq k \vee a \leq -k$
4. Desigualdad Triangular $|a + b| \leq |a| + |b|$

Las propiedades **2. y 3.** también son válidas si cambiamos "≤" por "<" y "≥" por ">"

DEFINICION: Distancia entre dos puntos de la recta real

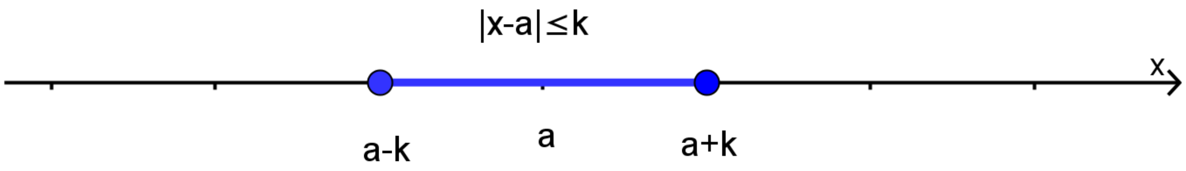
La distancia entre dos puntos **a** y **b** de la recta real vine dada por:

$$d(a,b) = |a - b|$$

Por observaciones del valor absoluto $d(a,b) = d(b,a)$

OBSERVACIONES:

$$\begin{aligned} |x-a| \le k,\ \ k>0 &\Leftrightarrow -k \le x-a \le k \\ &\Leftrightarrow a-k \le x \le a+k \\ &\Leftrightarrow x \in [a-k, a+k] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} |x-a| \ge k,\ \ k>0 &\Leftrightarrow x-a \ge k \ \vee\ x-a \le -k \\ &\Leftrightarrow x \ge a+k \ \vee\ x \le a-k \\ &\Leftrightarrow\ x \in (-\infty, a-k] \cup [a+k, \infty) \end{aligned}$$