Soluciones de problemas propuestos

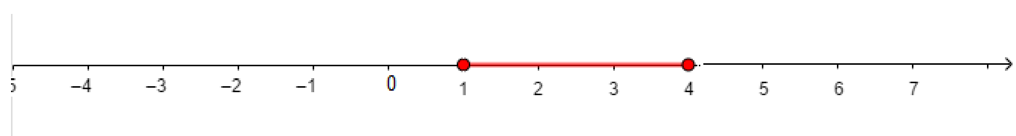
Lomas I., Prieto M., Fernández E., Figueroa R., Cruz L., Asahan A.,Monteros N.
Docentes de la Cátedra de Álgebra y geometría Analítica

Febrero-Marzo 2022

1 Producto Cartesiano

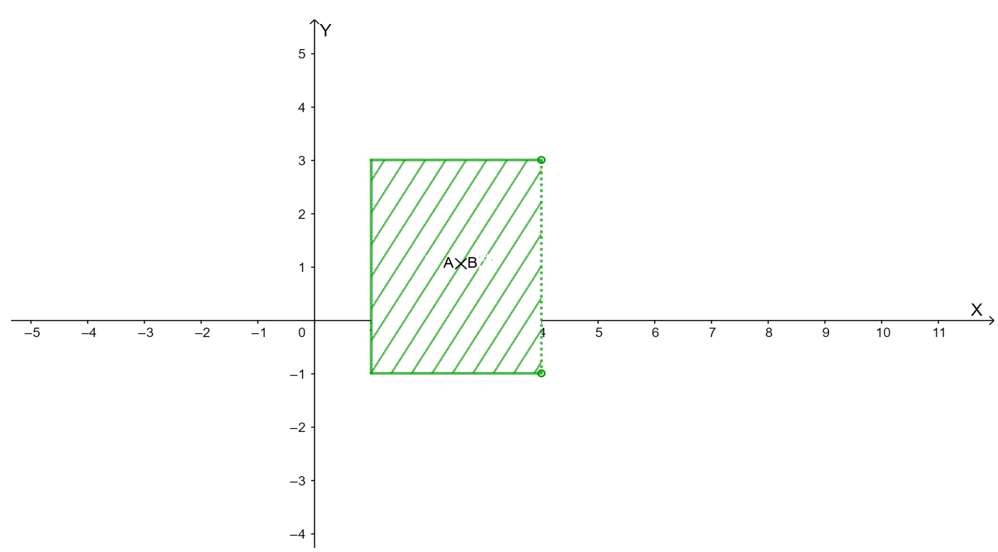
4.Ejercicios propuestos

2- El conjunto $A = \{x \in \mathbb{R}/1 \leq x \leq 4\}$ es un subconjunto de los números reales, por lo tanto su representación gráfica se realiza sobre la recta real.



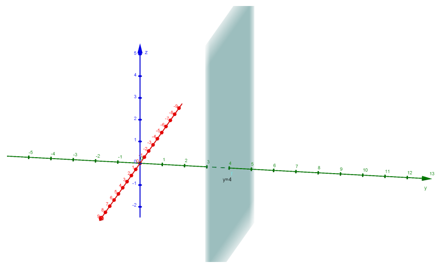
$A \times B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2/x \in A \wedge y \in B\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2/1 \leq x < 4 \wedge -1 \leq y \leq 3\}$

El producto $A \times B$ es un subconjunto de $\mathbb{R}^2$, por lo tanto su representación gráfica se realiza en el plano cartesiano.



3- $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \ \wedge y \in \mathbb{R}\}$
$\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y, z) : x \in \mathbb{R} \ \wedge y \in \mathbb{R} \wedge z \in \mathbb{R}\}$

4- $\mathbb{R} \times \{4\} \times \mathbb{R} = \{(x, 4, z) : x \in \mathbb{R} \ \wedge z \in \mathbb{R}\}$



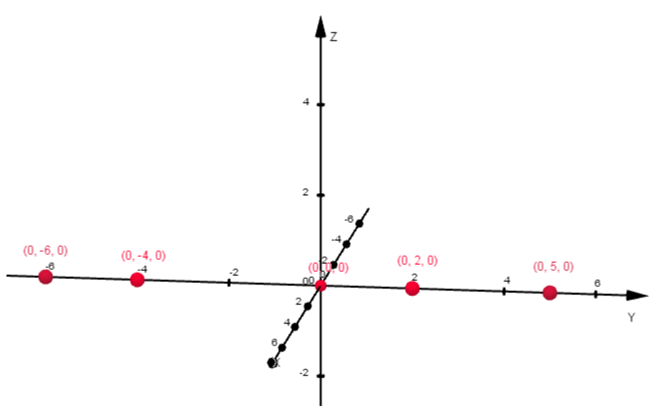
5- Las gráficas con Geogebra, utilizando deslizadores, se encuentran en un archivo adjunto.

a)$P(x, 0)$ con $x \in \mathbf{R}$
b)$P(0, y)$ con $y \in \mathbf{R}$
c)$P(x, 3)$ con $x \in \mathbf{R}$
d) $P(x, -x)$ con $x \in \mathbf{R}$
e)$P(-2, y)$ con $y \in \mathbf{R}$
f)$P(x, 0)$ con $x \in \mathbf{R}$
g)$P(x, y)$ con $x, y \in \mathbf{R}^-$ (reales negativos)

6- (a) $A(2, -3)$
(b) $B(-2, 3)$
(c) $C(-2, -3)$

7- (a) $P(x, -y)$ es simétrico a $Q(x, y)$ respecto al eje x
(b) $P(-x, y)$ es simétrico a $Q(x, y)$ respecto al eje y
(c) $P(-x, -y)$ es simétrico a $Q(x, y)$ respecto al origen

8- (a) En la siguiente gráfica se encuentran marcados puntos sobre el eje y



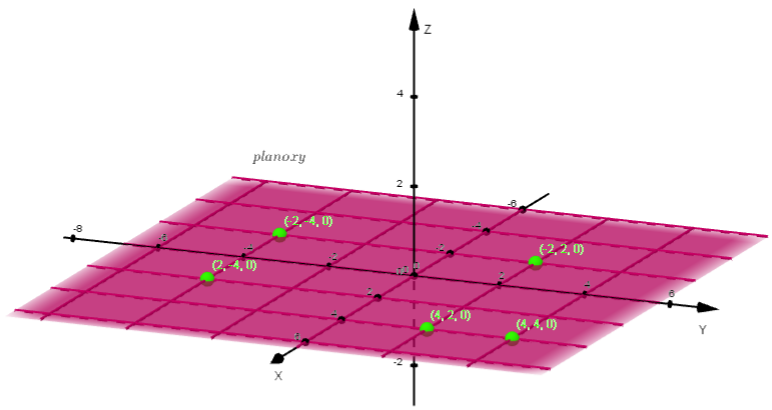
se observa que dichos puntos tienen abscisa nula ($x = 0$) y cota nula ($z = 0$), es decir que un punto genérico, en $\mathbb{R}^3$, que pertenece al eje y es de la forma:

$P(0, y, 0)$, $y \in \mathbb{R}$

(b) Un punto genérico perteneciente al eje z es de la forma

$P(0, 0, z)$, $z \in \mathbb{R}$

(c) En la siguiente gráfica se encuentra marcados puntos sobre el plano xy



Se puede observar que dichos puntos tienen cota nula ($z = 0$), por lo tanto, un punto genérico perteneciente al plano xy es de la forma:

$P(x, y, 0)$ con $x, y \in \mathbb{R}$

(d) Análogamente al apartado anterior

un punto genérico perteneciente al plano yz es de la forma:

$P(0, y, z)$ con $y, z \in \mathbb{R}$

(e) un punto genérico que tenga cota nula es de la forma:

$P(x, y, 0)$ con $x, y \in \mathbb{R}$

(f) Un punto genérico del 7^{mo} octante es de la forma:

$P(x, y, z)$ con $x, y, z < 0$

(g) Un punto genérico del 3^{er} octante es de la forma:

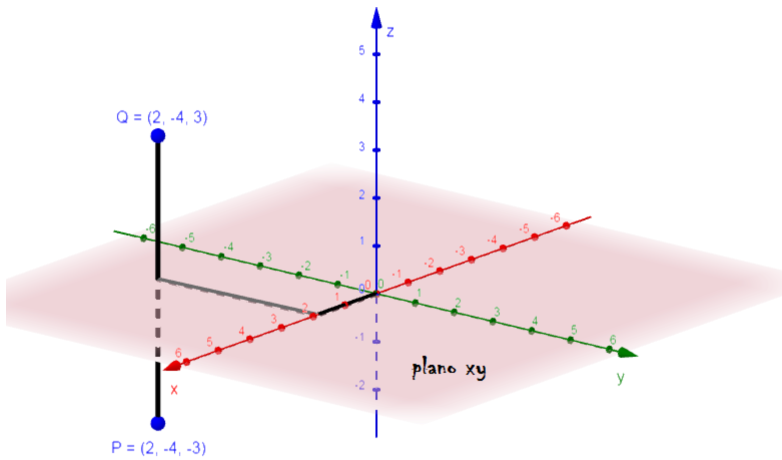
$P(x, y, z)$ con $x, y < 0, \ \ z > 0$

(h) un punto genérico que tenga ordenada -2 es de la forma:

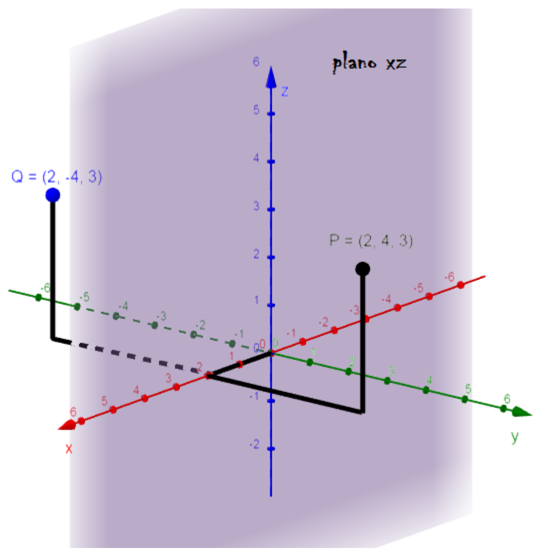
$P(x, -2, z)$ con $x, z \in \mathbb{R}$

9- Las gráficas con Geogebra, utilizando deslizadores, se encuentran en un archivo adjunto.

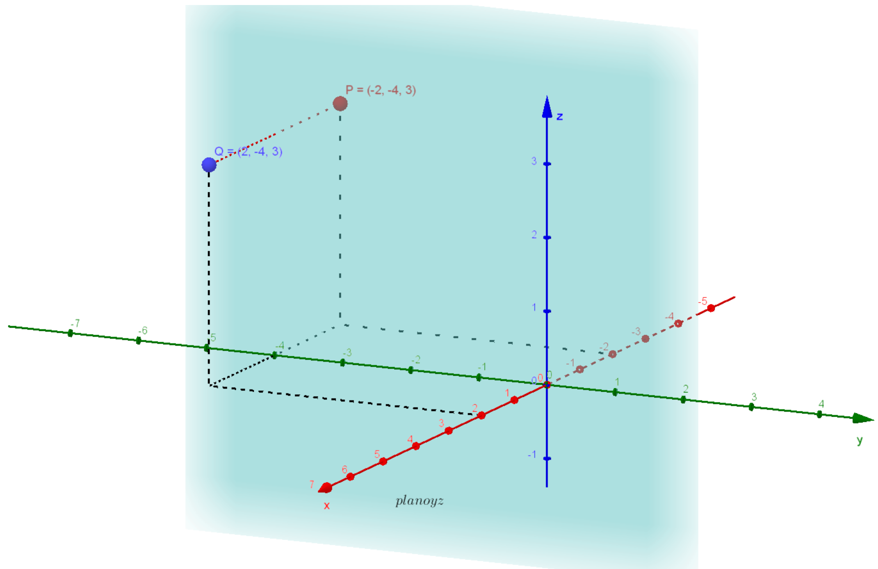
a)$P(x, y, -z) \in R^3$ es simétrico a $Q(x, y, z)$ respecto al plano xy.



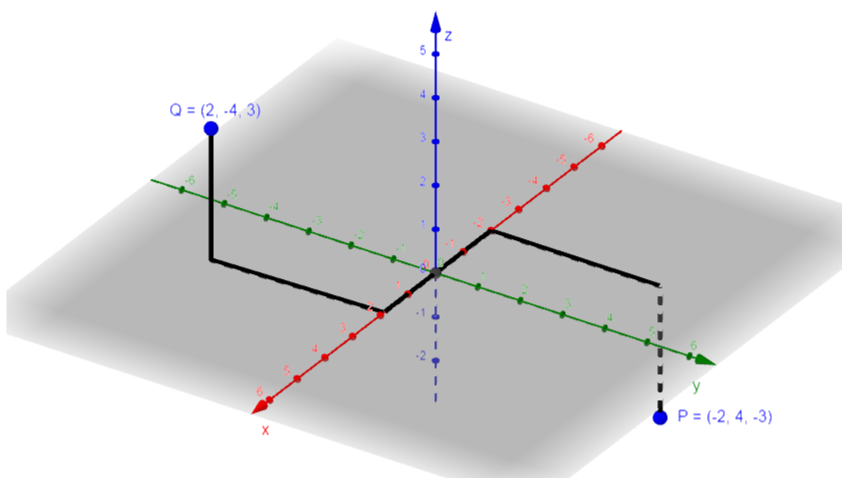
b)$P(x,-y,z) \in R^3$ es simétrico a $Q(x,y,z)$ respecto al plano xz.



c)$P(-x,y,z) \in R^3$ es simétrico a $Q(x,y,z)$ respecto al plano yz.



d)$P(-x,-y,-z) \in R^3$ es simétrico a $Q(x,y,z)$ respecto al origen de coordenadas.



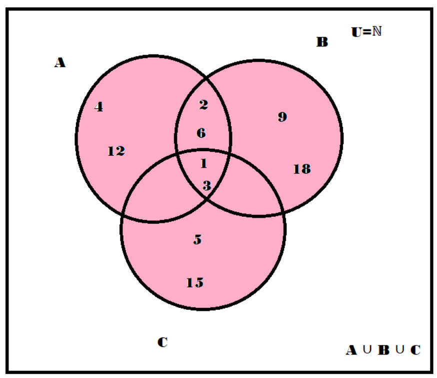
5APÉNDICE: Conjuntos

4. Ejercicios propuestos

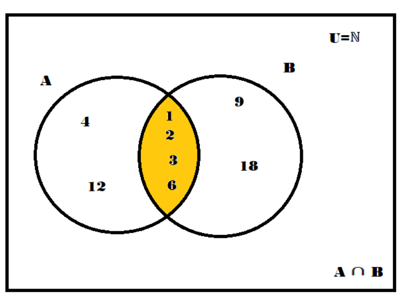
1- a) $2 \in A$
   b) $2 \in A \cap C$
   c) $\phi = A \cap D$

d) $A \cup B \subset C$

3- $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$
$C = \{1, 3, 5, 15\}$
a) Por comprensión
$A \cup B \cup C = \{x \in \mathbb{N}/x$ es divisor de $12 \vee x$ es divisor de $18 \vee x$ es divisor de $15\}$.
Por extensión
$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 15, 18\}$



b) Por comprensión
$A \cap B = \{x \in \mathbb{N}/x$ es divisor de $12 \wedge x$ es divisor de $18\}$.
Por extensión
$A \cap B = \{1, 3, 2, 6\}$.



c) Por comprensión
$B - A = \{x \in \mathbb{N} / \ x$ es divisor de $18 \wedge x$ no es divisor de $12\}$.
Por extensión:
$B - A = \{9, 18\}$.